

المحاضرة السابعة:**3. Multiplicative Cipher:****الشفرة الضربية**

تُخضع هذه العملية Substitution Multiplicative Cipher لقانون التالي:

$$C = E_k(p) = (p * k) \bmod 26$$

$$C = p * k$$

ملاحظة: يجب تحقق الشرط التالي في الخوارزمية وهو ان كلا العددين k و 26 يقبل القسمة على نفسه والواحد أي العلاقة التي تربط المفتاح k مع الرقم 26 هو عدد اولي أي القاسم المشترك بينهما هو 1.

The Condition to key is k and 26 relatively prime

$$\text{GCD}(26, k) = 1$$

القاسم المشترك الأعظم GCD: هو اكبر عدد مشترك بين الرقمين

ملاحظة: المفتاح المستخدم في هذه الطريقة يجب ان يطابق الشرط التالي

$$\text{GCD} = \text{gcd}(k, 26) = 1$$

أي ان المفتاح يشمل جميع القيم الفردية المحسوبة بين 0 و 25 ماعدا الرقم 13 لأنه لا يتحقق الشرط السابق. نلاحظ ان:

$$\text{GCD}(26, 2) = 2 \implies k=2 \quad \text{غير مقبول}$$

$$\text{GCD}(26, 3) = 1 \implies k=3 \quad \text{مقبول}$$

$$\text{GCD}(26, 13) = 13 \implies k=13 \quad \text{غير مقبول}$$

الأرقام المقبولة كمفتاح { 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25 }

$$C = P * k$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Let h=3

$$C_1 = 1 * 3 = 3 = C$$

$$C_2 = 2 * 3 = 6 = F$$

$$C_3 = 3 * 3 = 9 = I$$

$$C_{10} = 10 * 3 = 30 \implies 30 / 26 = 1 \bmod \implies 4 = D$$

ملاحظة: السبب في عدم أخذ الأعداد الزوجية ورقم 13 في المفتاح key هو أن الأحرف سوف تتكرر في النص المشفر وهنا يصبح لدينا خطأ في التشفير ومشكلة في فك الشفرة

Acceptable Alphabet

الهجائيات المقبولة

تحوي كل الحروف المطلوبة المستخدمة بدون تكرار

Example: Let the plain text (GOOD), Where k=3, Find cipher text

using multiplicative cipher

الحل

G o o d

7 15 15 4 ← تسلسل الاحرف الابجدي

نشفر

$$C = P * K$$

$$C_1 = 7 * 3 = 21 \rightarrow U$$

$$C_2 = 15 * 3 = 45 \rightarrow 45 \bmod 26 \dots > \bmod 45/26 = 19 = S$$

$$C_3 = 4 * 3 = 12 = L$$

Plain: G O O D

Cipher: U S S L المشفر

ملاحظة: في عملية (الاضافة) Addition تكون جميع المفاتيح مقبولة

$$C = p + k$$

اما في عملية الضرب Multiplicative فتكون بعض النتائج مقبولة والأخرى غير مقبولة

$$C = p * k$$

Example: If P = GOOD, k = 2. Find cipher text using Multiplication

Cipher method Multiplicative فك الشفرة

$$p = (c / k) \bmod 26$$

4. Affine Substitution Cipher:

هذه الطريقة تجمع بين الطريقتين (direct + Multiplicative)

وتخضع للقانون الآتي:

$$C = E_{k1, k2}(m) = (m * k_1 + k_2) \bmod 26$$

اذن القانون ببساطة لهذه الطريقة هو:

$$C = m * k_1 + k_2$$

Example: Encrypt plain text { computer } by using Affine cipher ?

with key [3, 5]

3 15 13 16 21 20 5 18

C o m p u t e r

$$C_1 = 3 * 3 + 5 = 14 = N$$

$$C_2 = 15 * 3 + 5 = 24 = X$$

$$C_3 = 13 * 3 + 5 = 18 = R$$

$$C_4 = 16 * 3 + 5 = 11 = A$$

$$C_5 = 21 * 3 + 5 = 16 = P$$

$$C_6 = 20 * 3 + 5 = 13 = M$$

$$C_7 = 5 * 3 + 5 = 20 = T$$

$$C_8 = 18 * 3 + 5 = 7 = G$$

Cipher text =NXRAPMTG

لفك شفرة طريقة Affine لدينا القانون التالي:

$$m = ((c - k_2) \div k_1) \bmod 26$$

$$\text{Or } p = (c - k_2) / k_1$$

H.W.: Encrypt the following words by using Affine cipher

1- Iraq; 2- University; 3- human; 4- Good morning

5- Mixed alphabet substitution