Lecture -3-

(*) Prove all the following: برهن كل مما يأتي

(1) $A-B = A \cap B'$

Let $x \in (A-B) \iff x \in A$ and $x \notin B$

$\iff x \in A$ and $(x \in S$ and $x \notin B)$

$\iff x \in A$ and $x \in B'$ من تعريف المتمم

$\iff x \in (A \cap B')$

$\therefore A-B = A \cap B'$

(2) $A-B = A-(A \cap B)$

Let $x \in (A-B) \iff x \in (\phi \cup (A-B))$

$\iff x \in (A \cap A')$ or $x \in (A-B)$

$\iff (x \in A$ and $x \in A')$ or $(x \in A$ and $x \notin B)$

الآن يمكن فتح الجملة التي قبل حرف or وكالآتي

$\iff (x \in S$ and $x \in A)$ and $(x \in S$ and $x \notin A)$ or $(x \in A$ and $x \notin B)$

$\iff (x \in A$ and $x \notin A)$ or $(x \in A$ and $x \notin B)$

$\iff (x \in A$ and $(x \notin A$ or $x \notin B)$

$\iff x \in A$ and $x \notin (A \cap B)$ وهذه الخطوة تمثل تعريف عملية الفرق بين مجموعتين

$\iff x \in (A-(A \cap B))$

$\therefore A-B = A-(A \cap B)$

(3) $A \cup B = A \cup (B \cap A')$

Let $x \in A \cup B \iff x \in ((A \cup B) \cap S)$

$\iff x \in (A \cup B)$ and $x \in S$

$\iff (x \in A$ or $x \in B)$ and $x \in S$

$\iff (x \in A$ or $x \in B)$ and $x \in A \cup A'$

$\iff (x \in A$ or $x \in B)$ and $(x \in A$ or $x \in A')$

$\iff x \in A$ or $(x \in B$ and $x \in A')$

$\iff x \in A$ or $x \in (B \cap A')$

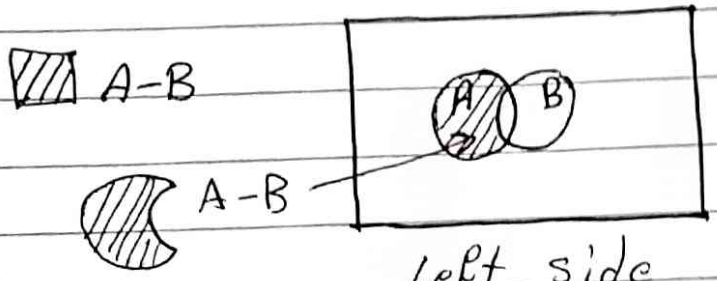
$\iff x \in (A \cup (B \cap A'))$

$\therefore A \cup B = A \cup (B \cap A')$

⊛ Prove all the following by venn diagram

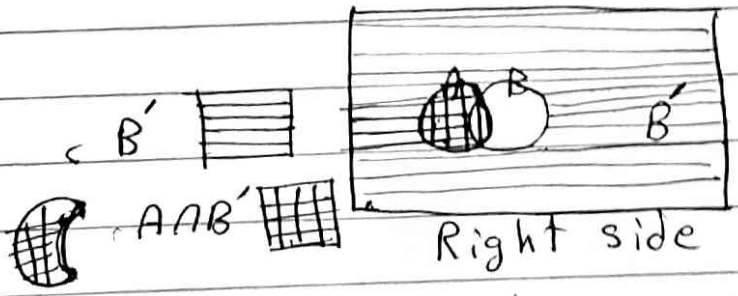
① $A-B = A \cap B'$ سوف يتم البرهان عن طريق استخدام الاشكال فن وذلك برسم كل طرف من طرفي المعادلة في شكل منفصل ومن ثم ملء منطقة تطابق المناطق التي تمثل الطرفين في الرسم.

الطرف الايسر



Left side

الطرف الايمن

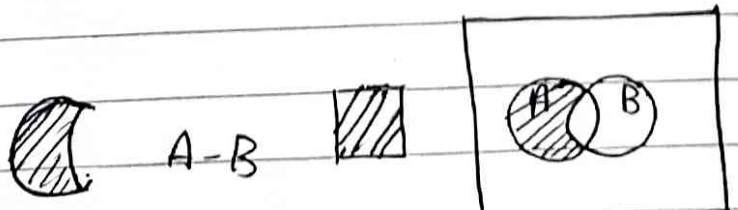


Right side

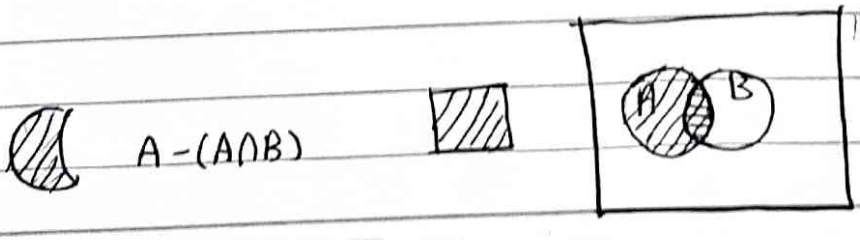
نلاحظ من الرسم الطرفين بانهما تمثلان منطقتين متطابقتين مما يدل على تحقق العلاقة.

② $A-B = A-(A \cap B)$

الطرف الايسر:



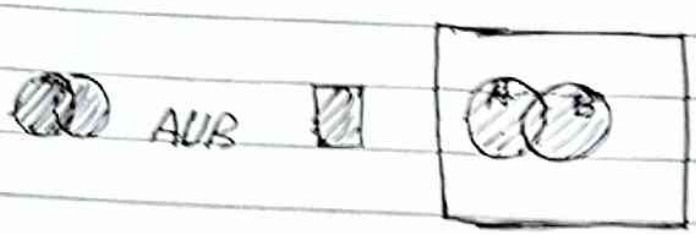
الطرف الايمن:



نلاحظ من الرسم للطرفين بانه المنطقتين متطابقتين مما يؤدي الى تحقق العلاقة رقم ② .

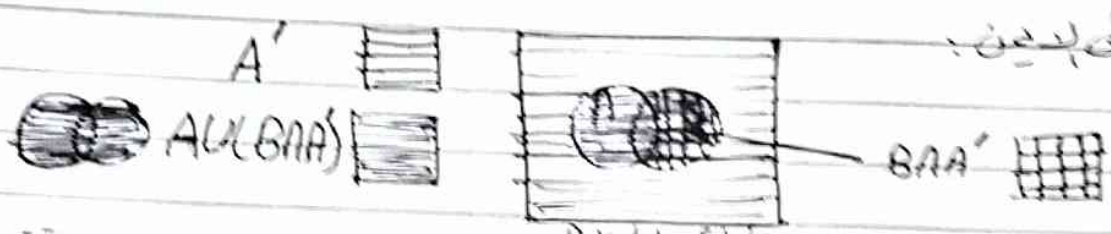
③ $A \cup B = A \cup (B \cap A')$

الطرف الأيسر :



Left side

الطرف الأيمن :



Right Side

نلاحظ تطابق المخططين من خلال الرسمين أعلاه مما يدل على تحقق العلاقة رقم ③

13) Sequences

We have already defined union and intersection of two sets; these definitions extend to more than two sets.

To distinguish between the sets in a collection of subsets of S we assign names to them in the form of subscripts.

عرفنا سابقاً الاتحاد والتقاطع لمجموعتين هذه التعاريف تمتد لأكثر من مجموعتين. للتمييز بين المجموعات المتضمنة داخل تشكل مجموعات جزئية من المجموعة الشاملة S سوف نخصص لهم أسماء بشكل فهرسة

Let I be an Index of Set and $\{A_r : r \in I\}$ be Collection of subset of S Indexed by I, which is called sequence of sets.

لنفرض أن I هو فهرس (دليل) المجموعة وأن A_r هي مجموعات جزئية في المجموعة الشاملة S والتي فهرست بالدليل (I)، والتي تشكل المجموعات المتتابعة.

EX: (1)

If we have four sets, then our index set $I=\{1,2,3,4\}$

اذا كان لدينا اربع مجموعات فانه دليل (فهرس) هذه المجموعات هو المجموعة I التي تحوي على الارقام من 1 الى 4 كدليل للمجموعات الاربع.

(*) The union of sequences of sets: اتحاد المتتابعات

$$\bigcup_{r\in I} A_r = \{x : x\in S \; ; \; x\in A_r \text{ for some } r\in I\}$$

لبعض

$\Rightarrow x\in \bigcup_{r\in I} A_r$ if and only if $x\in A_r$ for some $r\in I$ (لبعض)

$\Rightarrow x\notin \bigcup_{r\in I} A_r$ if and only if $x\notin A_r$ for all $r\in I$ (لكل)

x ينتمي الى الاتحاد $\bigcup A_r$ فقط اذا كان x ينتمي لـ A_r لبعض قيم r التي تنتمي الى I

(**) The intersection of the sequences of set:

$$\bigcap_{r\in I} A_r = \{x : x\in S \; ; \; x\in A_r \text{ for all } r\in I\}$$

لكل

$\Rightarrow x\in \bigcap A_r$ if and only if $x\in A_r$ for all $r\in I$

x ينتمي الى تقاطع A_r اذا وفقط اذا كان x ينتمي الى A_r لكل r تنتمي الى I.

$\Rightarrow x\notin \bigcap A_r$ if and only if $x\in A_r$ for some $r\in I$

x لا ينتمي الى تقاطع A_r اذا وفقط اذا كان x ينتمي لـ A_r لبعض قيم r التي تنتمي الى I

If I is finite, we have finite union and intersection,

اذا كانت I محدودة يحصل على اتحاد وتقاطع محدودين.

Demorgan's theorem نظرية دي مورگان

Let I be an index set and $\{A_r : r\in I\}$ a sequence of subset of S indexed by I, then

لنفرض ان I هو فهرس لمجموعة A_r هي متتابعة من المجموعات الجزئية لـ S المفهرسة بـ I، فانه

1) $\left(\bigcup_{r\in I} A_r\right)' = \bigcap_{r\in I} A_r'$

① متمم اتحاد A_r يساوي تقاطع متمم A_r و $r\in I$

2) $\left(\bigcap_{r\in I} A_r\right)' = \bigcup_{r\in I} A_r'$

② متمم تقاطع A_r يساوي اتحاد متمم A_r و $r\in I$