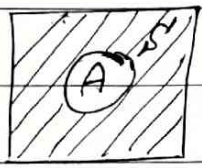
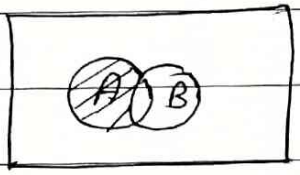
(12) Venn-Diagrams: أشكال فن

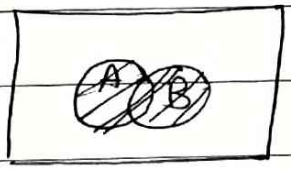
The set operations can be represented by Diagrams which are called venn-Diagrams.
عمليات المجموعة يمكن تمثيلها من خلال مخططات وتسمى بأشكال فن.

* $A' =$ 

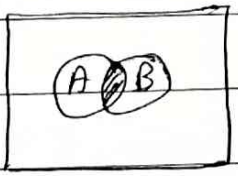
$A' = \{x : x \in S \text{ and } x \notin A\}$

* $A - B =$ 

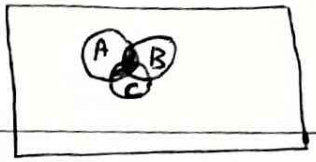
$A - B = \{x \in A \text{ and } x \notin B\}$

* $A \cup B =$ 

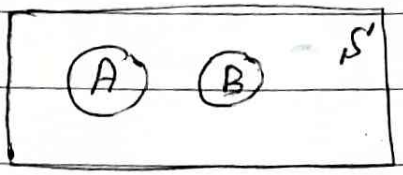
$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B \text{ or } x \in \overline{A, B \text{ Both}}\}$

* $A \cap B =$ 

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$

* $A \cap (B \cup C) =$ 

$A \cap (B \cup C) = \{x : x \in A \text{ and } x \in (B \cup C)$

* A, B 

$A \cap B = \phi$ متنافية

EX: $S' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{2, 3, 5, 7\}$

Find:

$A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$, $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$, $A \cap S'$, $A \cup S'$

$A \cup \phi$, $B \cap \phi$

Sol:

$A \cap B = \phi$

$A \cap C = \{2\}$

$B \cap C = \{3, 5, 7\}$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A \cup C = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

$A \cap S' = \{0, 2, 4, 6, 8\} = A$

$A \cup S' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = S'$

$A \cup \phi = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$B \cap \phi = \phi$

1-2 Some Fundemental theorems: بعض النظريات الاساسية

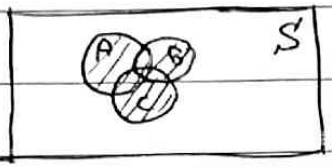
Let A, B and C be any subset of S
لنفرض ان A و B و C هي اي مجموعة جزئية من المجموعة S

1) Idempotent Law: قانون الدمج

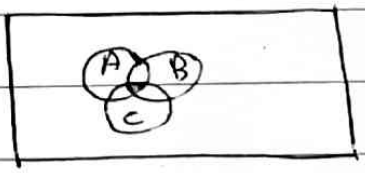
$A \cup A = A$, $A \cap A = A$

2) Associative Law: قانون التجميع

a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$



b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$



3) Commutative Law: قانون الحمل (التبديل)

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

4) Distributive Law: قانون التوزيع

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Proof:

a) Let $x \in (A \cup (B \cap C)) \iff x \in A$ or $x \in (B \cap C)$ حسب تعريف عملية الاتحاد

$\iff x \in A$ or ($x \in B$ and $x \in C$)

$\iff (x \in A$ or $x \in B)$ and $(x \in A$ or $x \in C)$

$\iff x \in (A \cup B)$ and $x \in (A \cup C)$

$\iff x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

النقطة (b) من قانون التوزيع تترك كواجب للطلبة.

5) Identity Law:

$A \cup \phi = A$ and $A \cap \phi = \phi$

$A \cup S = S$ and $A \cap S = A$

6) Complement Law:

$A \cup A' = S$ and $A \cap A' = \phi$

$(A')' = A$ and $S' = \phi$ and $\phi' = S$

7) Demorgan's Law: قانون دي مورگان

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Proof:

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

Let $x \in (A \cup B)' \iff x \in S$ and $x \notin (A \cup B)$ من تعريف المتمم

$\iff x \in S$ and $(x \notin A$ and $x \notin B)$

$\iff (x \in S$ and $x \notin A)$ and $(x \in S$ and $x \notin B)$

($x \in S$ and $x \notin A$: تعريف متمم A) ($x \in S$ and $x \notin B$: تعريف متمم B) ومن تعريف المقطع فإنه

$\iff x \in A'$ and $x \in B'$

$\iff x \in (A' \cap B')$

$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$

النقطة (b) من قانون دي مورگان يترك برهانها للطلبة.