مثال (2-12): أوجد صيغة التوليد للمتغير العشوائي الخاص بالتوزيع الطبيعي (μ, σ)، بطريقة بوكس ميلر لتوليد المتغيرات، ثم أوجد (10) قيم لتلك الصيغة عندما $(\mu = 2)$ و $(\sigma^2 = 1.6)$، لطريقة الغاية المركزية، ثم اكتب برنامجًا لتنفيذ ذلك؟

الجواب:

أولًا: لإيجاد الصيغة المتمثلة بالمعادلة (28.2) نقوم بالإجراءات التالية:

1- ولد قيم تتبع التوزيع المنتظم

$$R_1, R_2 \sim Uniform\ (0,1)$$

2- احتساب العلاقات الآتية:

$$Z_1 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Cos\ (2\pi R_2)$$
$$Z_2 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Sin\ (2\pi R_2)$$

3- ولد متغيرًا عشوائيًا مستقلًا (R3)، والذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1).

$$R_3 \sim Uniform\ (0,1)$$

ثم نضع الشرط الذي يبين أخذ القيم للتوزيع الطبيعي القياسي على النحو الآتي:

$$Z = \begin{cases} Z_1 & if\ R_3 \geq \frac{1}{2} \\ Z_2 & if\ R_3 < \frac{1}{2} \end{cases}$$

إذ إن: $Z \sim N(0,1)$

4- للحصول على المتغيرات العشوائية (X's) التي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (m) وتباين (σ^2) يكون باستخدام الصيغة التالية:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$\sigma Z = X - \mu$$

$$X = \mu + \sigma Z$$

ثانيًا: كتابة البرنامج على النحو الآتي:

```
clc
clear all
n=10;
m=2; %(mean)
v=1.6; %(varince)
Z=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
for i=1:n
    R1=rand;
    R2=rand;
    z1=(-2*log(R1))^0.5*cos(2*pi*R2);
    z2=(-2*log(R1))^0.5*sin(2*pi*R2);
    R3=rand;
    if R3<0.5
        Z(i)=z2;
    else
```

```
        Z(i)=z1;
    end %(if)
    X(i)=m+(v^0.5)*Z(i);
end
disp('Z=');
disp(Z);
disp('X=');
disp(X);
```

ملاحظة: الرمز (%) يستعمل في برنامج الماتلاب ليعبر بداية تعليق (Comment) فقط للتوضيح بمدخلات البيانات (Input data)، وكذلك المخرجات (Output data)، دون تنفيذ لهذه الجمل في البرنامج.

مثال (2-13): أوجد صيغة التوليد للمتغير العشوائي الخاص بالتوزيع الطبيعي (μ, σ)، بطريقة بوكس ميلر لتوليد المتغيرات، ثم أوجد (100) قيمة لتوزيع بواسون باستعمال طريقة الغاية المركزية، عندما $(\mu = 2)$ و $(\sigma = \sqrt{\mu} = \sqrt{2})$، ثم اكتب برنامجًا لتنفيذ ذلك؟

الجواب:

أولًا: لإيجاد الصيغة المتمثلة بالمعادلة (28.2) نقوم بالإجراءات التالية:

1- ولد قيم تتبع التوزيع المنتظم

$$R_1, R_2 \sim Uniform\ (0,1)$$

2- احتساب العلاقات الآتية:

$$Z_1 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Cos\ (2\pi R_2)$$
$$Z_2 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Sin\ (2\pi R_2)$$

3- ولد متغيرًا عشوائيًا مستقلًا (R3)، والذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1).

$$R_3 \sim Uniform\ (0,1)$$

ثم نضع الشرط الذي يبين أخذ القيم للتوزيع الطبيعي القياسي على النحو الآتي:

$$Z = \begin{cases} Z_1 & if\ R_3 \geq \frac{1}{2} \\ Z_2 & if\ R_3 < \frac{1}{2} \end{cases}$$

إذ إن: $Z \sim N(0,1)$

4- للحصول على المتغيرات العشوائية (X's) التي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (m) وتباين (σ^2) يكون باستخدام الصيغة التالية:

$$X = \lambda + \sqrt{\lambda}\ Z$$

ثانيًا: كتابة البرنامج على النحو الآتي:

```
clc
clear all
n=100;
```

```
m=2; %(mean)
v=sqrt(m); %(varince)
Z=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
for i=1:n
    R1=rand;
    R2=rand;
    z1=(-2*log(R1))^0.5*cos(2*pi*R2);
    z2=(-2*log(R1))^0.5*sin(2*pi*R2);
    R3=rand;
    if R3<0.5
        Z(i)=z2;
    else
        Z(i)=z1;
    end
    X(i)=m+v *Z(i);
end
disp('Z=');
disp(Z);
disp('X=');
disp(X);
```

مثال (2-14): أوجد صيغة التوليد للمتغير العشوائي الخاص بالتوزيع الطبيعي (μ, σ)، بطريقة بوكس ميلر لتوليد المتغيرات، ثم أوجد (100) قيمة لتوزيع ثنائي الحدين (Binomial dis.)، باستعمال طريقة الغاية المركزية عندما $(p = 0.9)$، ثم اكتب برنامجًا لتنفيذ ذلك؟

الجواب:

أولًا: لإيجاد الصيغة المتمثلة بالمعادلة (28.2) نقوم بالإجراءات التالية:

1- ولد قيم تتبع التوزيع المنتظم

$$R_1, R_2 \sim Uniform\ (0,1)$$

2- احتساب العلاقات الآتية:

$$Z_1 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Cos\ (2\pi R_2)$$
$$Z_2 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Sin\ (2\pi R_2)$$

3- ولد متغيرًا عشوائيًا مستقلًا (R3)، والذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1).

$$R_3 \sim Uniform\ (0,1)$$

ثم نضع الشرط الذي يبين أخذ القيم للتوزيع الطبيعي القياسي على النحو الآتي:

$$Z = \begin{cases} Z_1 & if\ U_3 \geq \frac{1}{2} \\ Z_2 & if\ U_3 < \frac{1}{2} \end{cases}$$

إذ إن: $Z \sim N(0,1)$

4- الحصول على المتغيرات العشوائية (X's) التي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (m) وتباين (σ^2) يكون باستخدام الصيغة التالية:

$$Y = np + \sqrt{npq}\ Z$$

ثانيًا: كتابة البرنامج على النحو الآتي:

```
clc
clear all
n=100;
p=0.9; %(mean)
Z=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
for i=1:n
    R1=rand;
    R2=rand;
    z1=(-2*log(R1))^0.5*cos(2*pi*R2);
    z2=(-2*log(R1))^0.5*sin(2*pi*R2);
    R3=rand;
    if R3<0.5
```

```
        Z(i)=z2;
    else
        Z(i)=z1;
    end
    X(i)=n*p+sqrt(n*p*(1-p))*Z(i);
end
disp('Z=');
disp(Z);
disp('X=');
disp(X);
```