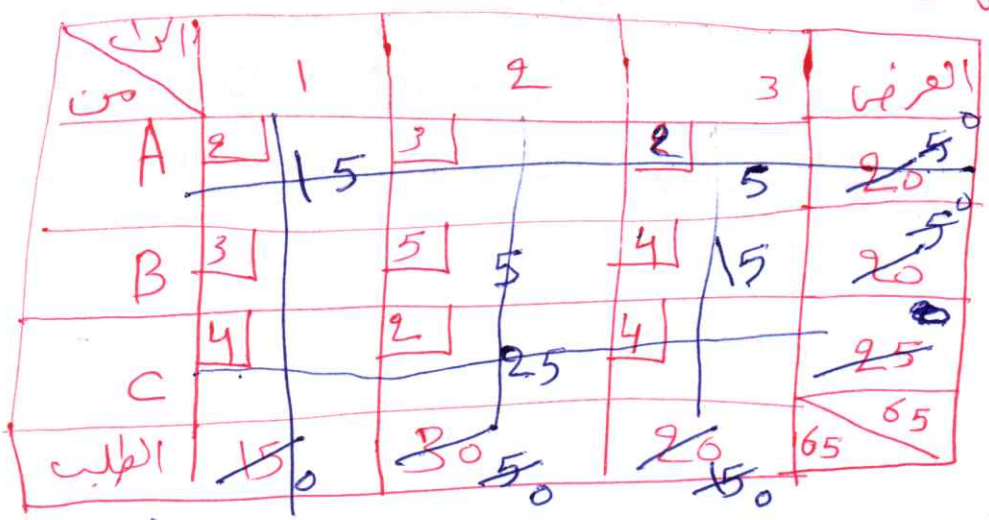
ثانياً:- طريقة اقل كلفة

تعد طريقة اقل كلفة افضل من طريقة الركن الشمالي الغربي، حيث يتم التوزيع على اساس اقل كلفة، ويتم ذلك بملاحظة حقول التكاليف ولبحث اقل كلفة لنقل الوحدة الواحدة ثم تخصيص الكمية المطلوبة من مناطق الطلب ازاء المربع الذي يحوي اقل كلفة وبعد ان يتم تخصيص الاضافات المطلوبة وبنفاذ الموجودات نقوم بالبحث عن اقل كلفة لبقية الخلايا في جدول التكاليف المتبقية ليتم توزيعها بالطريقة نفسها

مثال (2) جد الحل الامثل لمسألة النقل الآتية بطريقة اقل كلفة



الحل: اولاً- يجب تحقيق الشرط $\sum a_i = \sum b_j$ وهنا متساويان ويساوي المجموع 65 اي الطلب يساوي العرض

بملاحظة الجدول السابق نلاحظ ثلاث خلايا تعطي اقل كلفة وتساوي (2) وهي الخلايا (L_1D_1) و (L_2D_3) و (L_3D_2) ويمكن ان نختار اي خلية لتوزيع كمية الاضافات بشكل عشوائي

$$X_{11} = \min(20, 15) = 15$$

$$X_{13} = \min(5, 40) = 5$$

$$X_{32} = \min(25, 30) = 25$$

$$X_{23} = \min(20, 15) = 15$$

$$X_{22} = \min(5, 5) = 5$$

$$Z = T.C = \sum X_{ij} * C_{ij} = (2*15) + (2*5) + (5*5) + (4*15) + (2+25)$$

$$\therefore Z = 175$$

مثال 3: احل المثال (2) بطريقة الركن الشمالي الغربي وقارن الكلفة مع طريقة اقل كلفة

من \ الى	1	2	3	العرض
A	2	3	4	5 / 20
B	3	5	4	20 / 0
C	4	2	4	25 / 20 / 0
الطلب	15 / 0	30 / 25 / 5	20	65

الحل: نبدأ بالزاوية الشمالية الغربية لكي التخصيص يكون المتغير X_{11}

اي ان $X_{11} = Min(20,15) = 15$

الآن الزاوية الشمالية الغربية بالجدول المختصر الخلية L_1D_2 أي أنه

$X_{12} = Min(30,5) = 5$

$X_{22} = Min(25,20) = 20$

$X_{32} = Min(25,5) = 5$

$$T.C = Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} = (2*15) + (3*5) + (5*20) + (2*5) + (4*20) = 235$$

يلاحظ ان مجموع الكلف بطريقة الزاوية الشمالية الغربية هو اكبر من مجموع الكلف بطريقة اقل كلفة

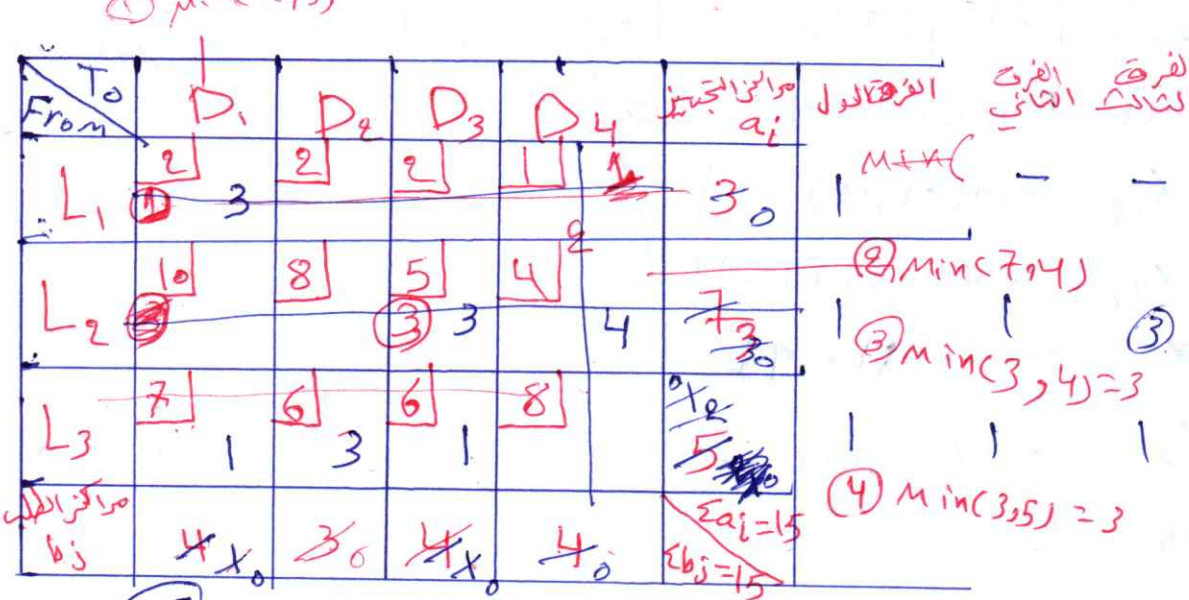
واجب H.W حل المثال التالي بطريقة اقل كلفة

	D_1	D_2	D_3	D_4	العرض
L_1	2	2	8	4	3
L_2	10	8	5	4	7
L_3	7	6	6	8	5
	4	3	4	4	

ثالثاً: طريقة فوجل

تعد هذه الطريقة من اهم الطرق التي لها لها من القدرة للوصول الى الحل الامثل او القريب منه وفي عظم الأحيان لايمكن كطريقتي الركن الشمالي الغربي وأقل كلفة ان تصل الى الحل بأسرع وقت ممكن من طريقة فوجل ، ولكن طريقة فوجل تعتمد على عمليات حسابية اطول مما تتاجه طريقة اقل كلفة والركن الشمالي الغربي ان التكاليف الكلية نتيجة للتوزيع بطريقة فوجل اقل من التكاليف بطريقتي الركن الشمالي الغربي و اقل كلفة وهذا مايميز طريقة فوجل

مثال 4: من بيانات الجدول التالي اوجد امثل برنامج نقل وفقاً لطريقة فوجل



الفرق الاول	(5)	4	3	3
الفرق الثاني	3	2	1	(4)
الفرق الثالث	3	2	1	—

طريقة الحل: 1- نأخذ الفرق للكلف بين اقل قيمتين

- نأخذ اعلى فرق من كل صف وكل عمود ونختار اعلى فرق ونأخذ منها اقل كلفة

2- عندما تكون الفروق متساوية نختار بشكل عشوائي ونوجه القيم للهدف الاخير لاكمال الحل ونوجد الكلفة الكلية

$T.C = (2*3)+(3*5)+(4*4)+(7*1)+(6*3)+(6*1) = 68$

مثال 5 : مصنع تتكون من ثلاث مصانع وتقوم بتوزيع منتوجاتها على أربع محطات ، علما أن حجم الإنتاج الشهري واحتياج كل محطة وكلفة نقل الطن الواحد من المصنع الى أي محطة هو موضح في الجدول التالي والمطلوب : حدد أفضل برنامج نقل تحصل عليه وفقا للطريقة الثالثة .

T_o / D_j	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
L_1	4 ① $X_{11}=20$	2 ② $X_{12}=10$	3	5	~~30~~ ~~10~~ 0
L_2	4	3 ③ $X_{22}=11$	2 ④ $X_{23}=11$	8	~~22~~ ~~11~~ 0
L_3	4	6	7 ⑤ $X_{33}=6$	2 ⑥ $X_{34}=16$	~~22~~ ~~16~~ 0
b_j	~~20~~ 0	~~21~~ ~~11~~ 0	~~17~~ ~~6~~ 0	~~16~~ 0	74 / 74

الحل أولا بطريقة الركن الشمالي الغربي وفقا لهذه الطريقة نبدأ الحل بالخلية أول خلية بجهة اليسار ، أي الخلية L_1D_1 وكما هو موضح أدناه

① $X_{11} = \min(20, 30) = 20$

② $X_{12} = \min(21, 10) = 10$

③ $X_{22} = \min(11, 22) = 11$

④ $X_{23} = \min(17, 11) = 11$

⑤ $X_{33} = \min(6, 22) = 6$

⑥ $X_{34} = \min(16) = 16$

$$Z^*_{T.C} = (4*20) + (2*10) + (3*11) + (2*11) + (7*6) + (2*16)$$

$$T.C = 229$$

ثانيا الحل بطريقة اقل كلفة

From \ To	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
L_1	4 ④ 9	2 ① 21	2	5	~~30~~ 9 0
L_2	4 ⑤ 5	3	2 ② 17	8	~~25~~ 5 0
L_3	4 ⑥ 6	6	7	2 ③ 16	~~22~~ ~~6~~ 0
b_j	20	~~21~~ 0	~~17~~ 0	~~16~~ 0	

$$T.C = Z^* = (4*9) + (2*21) + (4*5) + (2*17) + (4*6) + (2*16)$$
$$= 410$$

نلاحظ ان طريقة اقل كلفة اعطت كلفة عالية وهذه هي اهم ما تأخذ على هذه الطريقة حيث يتم اخذ المربعات ذات الكلف الاقل في المصفوفة بغرض تلبية الاحتياجات لكل منطقة توزيعية مما يؤدي الى هذه الصف او العمود بأكمله من المصفوفة وعند اختيار المربع الثاني ذو الكلفة الاقل فانه سيتم في النهاية اخذ المربعات ذات التكاليف العالية لعدم وجود غيرها في المصفوفة مما يؤدي الى رفع مستوى التكاليف الكلية للنقل

ثالثاً الحل بطريقة فوجل

From \ To	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
L_1	4 ① 20	2 ③ $x_{12}=10$	3	5	~~30~~ ~~10~~ 0
L_2	4	3 5	2 ④ $x_{23}=17$	8	~~22~~ 5
L_3	4	6 6	7	2 ② $x_{34}=16$	~~22~~ ~~6~~ 0
b_j	~~20~~ 0	~~21~~ ~~16~~ 0	~~17~~ 0	~~16~~ 0 ⑤ X	

	الفرق الاول	الفرق الثاني	الفرق الثالث	الفرق الرابع
	1	1	1	—
	1	1	1	1
	4	④	1	1

الفرق الاول	③7	1	1	3
الفرق الثاني	—	1	1	3
الفرق الثالث	—	1	1	—
الفرق الرابع	—	3	5	—

$$T.C = Z^* = (4*20) + (2*10) + (3*5) + (2*17) + (6*6) + (2*16)$$
$$= 217$$

اذن طريقة فوجل تعطي اقل كلفة

ثانياً: - طريقة الركن الشمالي الغربي

H.W 1: حل المثال الاول لمسألة النقل الآتية باستخدام الطرق الثلاثة (طريقة الركن الشمالي الغربي / طريقة اقل كلفة و طريقة فوجل)

من / الى	D_1	D_2	D_3	العرض
L_1	10	12	8	750
L_2	8	7	10	500
الطلب	500	500	250	$\Sigma a_i = 1250$ / $\Sigma b_j = 1250$