2.5.2. طريقة بوكس ميلر لتوليد المتغيرات *Box Muller technique*:

هناك عدد من الطرائق لتوليد المتغيرات العشوائية ذات التوزيع الطبيعي $x \sim N(\mu, \sigma)$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad \dots (23.2)$$

لقد تم استعمال الطريقة (Box-Muller 1958)، في كثير من المواضيع، ومنها موضوع السلاسل الزمنية، ويمكن وضع خوارزمية الخطوات لهذه الطريقة على النحو الآتي:

أولاً: توليد المتغيرين العشوائيين المستقلين (R1 وR2)، اللذين يتبعان التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1).

$$R_1, R_2 \sim Uniform\ (0,1)$$

ثانيًا: تحويلهما (R1 وR2)، إلى المتغيرين (Z1 وZ2) اللذين يتوزعان توزيعًا طبيعيًّا قياسيًّا (Stander Normal) بمتوسط (0) وتباين (1)، وحسب الصيغتين:

$$Z_1 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Cos\ (2\pi R_2)$$
$$Z_2 = (-2\log(R_1))^{1/2}.Sin\ (2\pi R_2) \quad \dots (24.2)$$

ثالثًا: توليد متغير عشوائي مستقل (R3)، الذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1).

$$R_3 \sim Uniform\ (0,1)$$

رابعًا: نضع الشرط الذي يبين أخذ القيم للتوزيع الطبيعي القياسي على النحو الآتي:

$$Z = \begin{cases} Z_1 & if\ \ R_3 \geq \frac{1}{2} \\ Z_2 & if\ \ R_3 < \frac{1}{2} \end{cases} \quad \dots (25.2)$$

إذ إن: $Z \sim N(0,1)$

مثال (2-11): أوجد صيغة التوليد العشوائي الخاصة بالتوزيع الطبيعي (μ,σ) بطريقة بوكس ميلر لتوليد (10) قيم لمتغير عشوائي، ثم اكتب برنامجًا لتنفيذ ذلك؟

الجواب:

أولًا: لإيجاد الصيغة المتمثلة بالمعادلة (25.2) نقوم بالإجراءات السابقة جميعها.

ثانيًا: كتابة البرنامج على النحو الآتي:

```
clc
clear all
n=10;
Z=zeros(n,1);
for i=1:n
    R1=rand;
    R2=rand;
    z1=(-2*log(R1))^0.5*cos(2*pi*R2);
    z2=(-2*log(R1))^0.5*sin(2*pi*R2);
    R3=rand;
    if R3<0.5
        Z(i)=z2;
    else
```

```
        Z(i)=z1;
    end
end
disp('Z=');
disp(Z);
```

3.5.2. طريقة الغاية المركزية: Central limit theorem:

إن نظرية الغاية المركزية يمكن أن تكون من أهم النظريات في الإحصاء الرياضي، وبصورة بسيط يمكن تعريفها على أن "توزيع الوسط الحسابي لعدد من المتغيرات العشوائية المستقلة، وتحت توفر بعض الشروط المعينة، تقترب من التوزيع الطبيعي عندما يقترب عدد المتغيرات العشوائية إلى عدد غير محدود (Infinity)".

إن من شروط تطبيق نظرية الغاية المركزية:

1- إن تكون العينة المسحوبة من المجتمع لها توزيعًا عشوائيًّا مستقلًا ومتماثلًا.

2- المتغير المسحوب من العينة يجب أن يمتلك وسطًا وتباين مجتمع محدودًا (finite).

فإذا ما توفرت الشروط المشار إليها أعلاه، فيمكن تطبيق طريقة الغاية المركزية على النحو الآتي:

1- متوسط العينة يتوزع توزيعًا طبيعيًا مهما يكن توزيع المتغير الأصلي:

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

2- متوسط العينة له نفس القيمة المتوقعة لمتوسط المجتمع (μ)، أي إن:

$E(\bar{X}) = \mu$.

3- الانحراف المعياري لمتوسط العينة هو $(\frac{\sigma^2}{n})$، أي إن:

$$V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$S.D = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

للحصول على المتغيرات العشوائية (X's) التي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (m) وتباين (σ^2) يكون باستعمال الصيغة التالية:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \quad \dots (26.2)$$

$$\sigma Z = X - \mu \quad \dots (27.2)$$

$$X = \mu + \sigma Z \quad \dots (28.2)$$

ملاحظة: الفكرة هي أن تجد الوسط الحسابي (μ)، للتوزيع المطلوب وكذلك التباين (σ)، ويتم التعويض عنهما في الصيغة (28.2).