Chapter Two: Techniques of counting.
أساليب (تقنيات) العد

In this chapler we develop some techniques for determining without direct enomeration the number of possible outcomes of a particular experements or the number of elements in a particular set.

في هذا الفصل سوف نتناول بعض تقنيات العد بدون التعداد المباشر للنتائج الممكنة لتجربة معينة او العناصر في مجموعة معينة.

2.1: Counting rules:
قواعد العد

2.1.1: The fundemental counting rule
قاعدة العد الاساسية

If one thing can happen in n_1 different ways, and after this a second thing can happen in n_2 different ways ... and finally a Kth thing can happen in n_K different ways, then all K things can happen in the specified order in $(n_1 * n_2 * \cdots * n_K)$ different ways.

اذا كان احد الاشياء يحدث بـ n_1 من الطرائق المختلفة، وبعد ذلك الشيء الثاني يحدث بـ n_2 من الطرائق المختلفة ... وبالاخير الشيء رقم K يحدث بـ n_K من الطرائق المختلفة، فان كل الاشياء K تحدث بترتيب محدد وهو $n_1 * n_2 * \cdots * n_K$ طرائق مختلفة.

EX: (1)

A drug store stocks tothpaste from seven different manufactures. Each manufacture puts out three sizes, each available in fluoridated form and plain. Then the drug store stocks

$7 * 3 * 2 = 42$ different kinds of t. thpaste Tubes.

مخزن الادوية يخزن معجون اسنان من 7 مصانع مختلفة، كل مصنع يضع 3 احجام وكل منها متوفر بالفلورايد وبدونه (عادي). وعليه فان المخزون في المخزن هو $7 * 3 * 2 = 42$ نوع مختلف من معجون الاسنان.

(النوع بالفلورايد والعادي، الحجم، عدد المصانع)

⊛ يمكن تمثيل جميع الترتيبات بطريقة منظمة ويظهر عدد جميع نتائج الحكمة. وهذه الطريقة هي:

⊛ Tree diagram: المخطط الشجري

A tree diagram, provides an organized way of listing the arrangments so that non is missed. Note that the tree diagram take order into account.

In another word: a tree diagram is a device used to enumerate all the possible outcomes of a sequence of experiments under of ways.

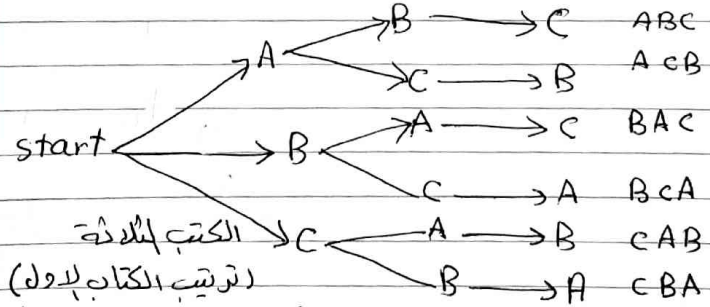
المخطط الشجري يوفر طريقة منظمة لسرد اوراع الترتيبات حيث لا يتم فقدان اي شيء. كما نلاحظ ان المخطط الشجري يأخذ الترتيب (التسلسل) بالحساب.

بعبارة اخرى: المخطط الشجري هو اداة يستخدم لتعداد جميع النتائج الممكنة لسلسلة من التجارب وعدد من الطرائق.

EX: (2)

In how many ways can 3 books denoted A, B and C be arranged in order on a shelf?

بكم طريقة يمكن ترتيب (3) كتب على رف وهذه الكتب مرموزة A, B, C

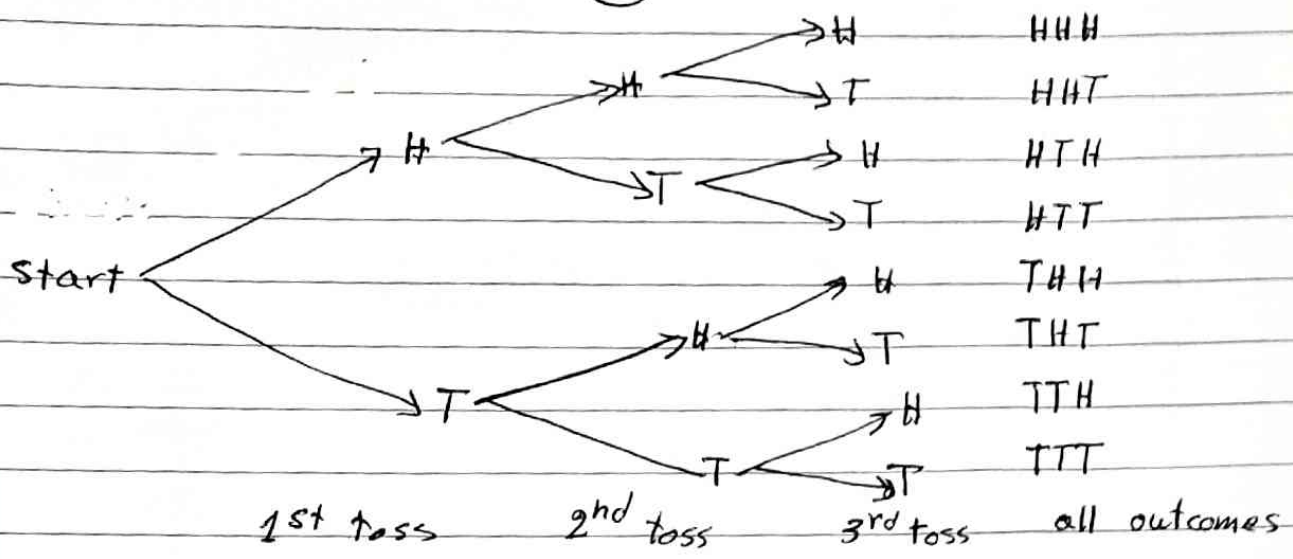


نلاحظ ان عدد الطرائق التي يتم ترتيب هذه الكتب الثلاث هي (6) طرائق وهي الاجابة في نهاية السؤال (الحل النهائي) من المخطط الشجري.

EX: (3)

If the experiment consist of tossing a coin 3 times, draw the tree diagram of this experiment and determine the all outcomes.

اذا كانت التجربة تتعلق برمي قطعة نقود ثلاث مرات، ارسم المخطط الشجري لها ثم حدد جميع النتائج الممكنة.



⊛ The arrangement are taken in two cases: الترتيبات تاخذ بحالتين:

1) Repetition is allowed. التكرار مسموح

2) Repetition is not allowed. التكرار غير مسموح

⊛ طريقة العد الاساسية (أو الترتيبات او ما تسمى بطريقة الواحق) تاخذ حالتين في بعض المسائل وخاصة التي تتضمن ارقاماً او احرف. وهما التكرار مسموح والتكرار غير مسموح.

EX: (4)

Suppose a car number plate contains three distinct letters followed by two digits with the first digits not a zero. How many different car number plates can be printed.

على فرض ان لوحة ارقام سيارة تتكون من ثلاثة مراتب على شكل أحرف متبوعة بمرتبتين من الارقام على شرط ان المرتبة الاولى من ارقام لا يمكن ان تكون صفراً. ماعدد لوحات ارقام السيارات المختلفة التي يمكن طباعتها.

① If repetition is allowed. اذا كان التكرار مسموح

② If repetition is not allowed. اذا كان التكرار غير مسموح

Sol:

يوجد لدينا 26 حرفاً من الحروف الانكليزية و 10 أرقام هي (0 و ... و 9)

① في حالة كون التكرار مسموح

لان التكرار مسموح فانه بالمرتبة الاولى من اليسار سوف يكون لدينا (26) اختياراً

26	26	26	9	10

وهي تعد الحرف الكلي وسوف يتم اختيار حرف واحد. وكذلك بالنسبة الثانية والثالثة اما بالنسبة للمرتبة الرابعة والتي تمثل المرتبة الاولى للارقام فيكون لدينا (9) اختيار لاننا استبعدنا الصفر من الارقام، والمرتبة الخامسة يكون لدينا (10) اختيارات وهي الارقام كلها.

وعليه يكون عدد اللوحات التي من الممكن تكوينها هي حاصل ضرب الارقام كلها وكالآتي

$26*26*26*9*10 = 1581840$ Plate of car number

② في حالة التكرار غير ممنوع

26	25	24	9	9
لدينا 26 احتمال	باعتبارنا احد الحرف الذي وضع على طرفية الاولى	باعتبار احد الحرفين الذين وضعا على الاولى والثانية	باعتبار احد الارقام الذي وضع على طرفية الاولى وارجاع احد	باعتبار احد الرقم الذي وضع على طرفية الاولى وارجاع احد

$= 26*25*24*9*9 = 1263600$ plate

EX: (5)

If repetition are not allowed: اذا كان التكرار غير ممنوع

1) How many three digit numbers can be formed from the six digits (2,3,4,5,6,7) and ما هو عدد الارقام من ثلاثة مراتب الممكن تكوينها من الارقام

2) How many of them are less than 400 ? ما هو عدد الارقام التي اقل من 400

3) How many of them are even? ما هو عدد الارقام الزوجية

4) How many of them are odd? ما هو عدد الارقام الفردية

5) How many are multiples of 5 ? ما هو عدد الارقام التي تكون من مضاعفات الخمسة (او تقبل القسمة على 5)

Sol:

1) [6] [5] [4] $= 6*5*4 = 120$ يمكن تكوين 120 رقما من ثلاث مراتب من الارقام (2-7).
أعداد ممكن بثلاث

② بما ان الارقام المطلوبة اقل من 400 يجب اختيار مرتبة المئات من الارقام (2و3) اي يوجد لدينا اختيارين للمرتبة العليا ومن ثم (5) اختيارات للعشرات لا ستبعاد الرقم الذي وضع في المئات. ومن ثم (4) اختيارات للآحاد لا ستبعاد الرقمين الذين وضعا في مرتبة المئات والعشرات.

2) [2] [5] [4] $= 2*5*4 = 40$

③ بما ان المطلوب هو الاعداد الزوجية لذا يجب ان نجعل مرتبة الآحاد لاحد الرقم يكون زوجيا اذا كان آحاده عدد زوجيا اي سوف يكون لدينا (3) اختيارات للآحاد وهي (2و4و6). ومرتبة المئات تحتمل الفئة الباقية

3) [4] [5] [3] $= 4*5*3 = 60$

④ تحتمل الفئة (لا يقبل العدد الفردي يكون اعداده فردي.

4) [4] [5] [3] $= 4*5*3 = 60$

⑤ العدد الذي يقبل القسمة على 5 يجب ان يكون آحاده اما صفر او (5) ويوجد لدينا فقط العدد (5) ضمن الارقام الموجودة لدينا لذا سوف نختار ما باختيار واحد وهو العدد (5)

5) [4] [5] [1] $= 4*5*1 = 20$