تحليل الحساسية / التغيرات في معاملات دالة الهدف للمتغير غير الاساسي

تكلمنا في المحاضرة السابقة عن التغيرات التي تحدث في معاملات دالة الهدف للمتغير الاساسي، وسنوضح في هذه المحاضرة التغيرات في دالة الهدف للمتغير غير الاساسي حيث ان اجراء اي تغيير في النموذج الاصلي سيؤدي الى تغيير ارقام جدول السمبلكس النهائي لذلك فبمجرد اجراء حساب بسيطة لتعديل هذا الجدول يتم معرفة ما اذا كان الحل الامثل الاصلي هو الآن امثل ام لا، فاذا كان غير امثل فيستعمل كحل ممكن اساسي لإيجاد بدء طريقة السمبلكس للوصول الى الحل الامثل الجديد ولتوضيح الحل نستعين بالمثال الآتي:

مثال: لديك نموذج البرمجة الخطية الآتي

$$\text{Max } Z = 4X_1 + 3X_2 + 5X_3$$

S.T.

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 20$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 45$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

فاذا كان جدول السمبلكس للحل الامثل هو

C_B	B.V.	C_j	4 X_1	3 X_2	5 X_3	0 S_1	0 S_2	b
4	X_1		1	4	0	3	-1	15
5	X_3		0	-2	1	-2	1	5
$C_j - Z_j$			0	-3	0	-2	-1	$Z=85$

جـ التحليل الحساس لمتوسط البرمجة الخطية لتغير معامل X_2 في دالة الهدف؟

من الجدول اعلاه يتضح ان الحل الامثل يتضمن انتاج نوعين فقط هما X_1, X_3 اي المنتوج X_2 سوف لا يتم انتاجه والسبب يعود الى ان المنتوج الثاني يمثل اقل المنتوجات ربحا (قيمته C_2) / إن تناقص قيمة C_2 سوف لا يؤثر على الحل الأمثل الحالي ولإنتاج المنتوج الثاني فإن ذلك يتطلب زيادة C_2 التي سوف تغير قيمة معامل الربح النسبي $(C_2 - Z_2)$ للمتغير غير الاساسي X_2 الذي يبقى غير اساسي طالما قيمة $(C_2 - Z_2)$ اصغر او تساوي الصفر كما في المرحلة الاخيرة من الجدول لجدول الحل الامثل نحصل على

$$(C_2 - Z_2) = C_2 - \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نرمز لصف الارباح النسبية $(C_j - Z_j)$ بالرمز $\overline{C}$

ان الجدول السابق يبقى امثل طالما $\overline{C}_2 \leq 0$

لدينا

$$\bar{C}_2 = C_2 - \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 4 \\ 5 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{C}_2 = C_2 - 6$$

من المعلوم ان الحل السابق يبقى امثل اذا كانت $\bar{C}_2 \leq 0$

$$\therefore C_2 - 6 \leq 0$$

$$\therefore C_2 \leq 6$$

وهذا يفسر بأن ربح المتوقع الثاني (الوحده الواحده) طالما بقي أقل أو يساوي (6) فان انتاجه سوف يكون غير اقتصادي، باعتبار ان ربح الوحدة الواحدة من المتوقع الثاني زاد ليصبح (7)، أي ان $C_2 = 1$ ففي هذه الحالة فإن الجدول السابق سوف لا يمثل الحل الامثل حيث ان X_2 سوف يدخل لزيادة قيمة Z و باستخدام قاعدة أقل النسب فإن X_1 سوف يغادر و الحل الامثل الجديد موضح بالجدول التالي

C_j / C_B	B.V.	4 X_1	7 X_2	5 X_3	0 S_1	0 S_2	b
4	X_1	1	4	0	3	−1	15
5	X_3	0	−2	1	−2	1	5
$\bar{C}$		0	1	0	−2	−1	Z=85
7	X_2	1/4	1	0	3/4	−1/4	15/4
5	X_3	1/2	0	1	−1/2	1/2	25/2
$\bar{C}$		−1/4	0	0	−11/4	−3/4	Z=355/4

ان زيادة معامل X_2 بمقدار (4) وحدات ادى الى زيادة الربح بمقدار (3.75) من الوحدات حيث زاد الربح من 85 ليصبح $\frac{355}{4}$