تمارين حول تحليل الحساسية (الحالة الاولى معاملات الجانب الايمن)

مثال (1) :- اذا علمت ان جدول الحل الامثل للنموذج التالي

$$Max\ Z = 3x_1 + 2x_2$$

s.t-

$$4x_1 + 3x_2 \le 12$$
$$4x_1 + x_2 \le 8$$
$$4x_1 - 2x_2 \le 4$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

هو

	c_j	3	2	0	0	0	
c_B	B.V.	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b_j
	x_2	0	1	$1/2$	$-1/4$	0	2
	x_1	1	0	$-1/8$	$3/8$	0	$3/2$
	s_3	0	0	1	-2	1	4
	$c_j - z_j$	0	0	$-5/8$	$-1/8$	0	$17/2$

$$x_1^* = \frac{3}{2}$$
$$x_2^* = 2$$
$$Z^* = \frac{17}{2}$$

حدد حالة كل مصدر من الصادر - وماهي اسعار الظل للنموذج ثم جد مدى التغير في ثوابت القيود ؟

الحل :- نلاحظ من الجدول ان القيدين الاول والثاني هي قيود غير كافية والقيد الثالث قيد فائض

وان اسعار الظل هي $\frac{5}{8}$ / $\frac{1}{8}$ / 0 على الترتيب

لايجاد مدى التغير في معاملات الجانب الايمن نتبع مايلي

بالنسبة للقيد الاول نفرض ان التغير في الثابت الاول بمقدار b_1
وبالتالي ستكون متباينات الثابت الاول

$$2 + b_1(\tfrac{1}{2}) \geq 0 \quad \text{--- (1)} \quad \Longrightarrow \quad b_1 \geq -4$$
$$\tfrac{3}{2} + b_1(\tfrac{-1}{8}) \geq 0 \quad \text{--- (2)} \quad \Longrightarrow \quad b_1 \leq 12$$
$$4 + b_1(1) \geq 0 \quad \text{--- (3)} \quad \Longrightarrow \quad b_1 \geq -4$$

وباخذ اقل الموجب واقل السالب ينتج ان $\boxed{-4 \leq b_1 \leq 12}$

وبعد تم ايجاد الحد الادنى والاعلى للتغير في الجانب الايمن للقيد الاول

أو ممكن الحل بالطريقة السابقة لايجاد الحد الاعلى والادنى لقيمة b_1. حيث لايجاد الحد الاعلى للقيد الاول نبحث عن القيمة الاكثر سالبية وتساوي $-\frac{1}{8}$، وتقابل ص x_1 بالعمود S_1 ولتكوين المتباينة

$$\frac{3}{2} + b_1(\tfrac{-1}{8}) \geq 0 \Longrightarrow \boxed{b_1 \leq 12}$$ الحد الاعلى للتغير

ولايجاد الحد الادنى للقيد الاول نبحث عن الموجب في عمود S_1 وتساوي (1) وتقابل ص x_2 ولتكوين المتباينة:

$$4 + b_1(1) \geq 0 \Longrightarrow b_1 \geq -4$$

∴ مدى التغير لـ b_1 هو $-4 \leq b_1 \leq 12$

و بذلك يكون مدى b_1 حسب المتباينة $\boxed{8 \leq b_1 \leq 24}$

وبنفس الاسلوب نجد مدى b_2 حيث تتغير b_2 ضمن الحدود $\boxed{-4 \leq b_2 \leq 2}$

اما مدى b_2 فهو $\Longleftarrow$ $\boxed{4 \leq b_2 \leq 10}$

مثال -٤- جد التحليل الحساس للجانب الايمن اذا علمت ان جدول الحل الامثل للنموذج التالي

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 2X_2$$

S.t.

$$3X_1 + X_2 \le 15$$
$$X_1 + X_2 \le 10$$
$$X_1, X_2 \ge 0$$

هو

C_B	B.V.	X_1	X_2	S_1	S_2	b_j
	X_1	1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
	X_2	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{2}$
	$C_j - Z_j$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	22.5

$$X_1^* = \frac{5}{2}$$
$$X_2^* = \frac{15}{2}$$
$$Z^* = 22.5$$

الحل:

نلاحظ من جدول الحل الامثل للسمبلكس ان المصادر (القيود) المؤثرة هي القيدين الاول والثاني وتسمى القيود المؤثرة بالمصادر غير الكافية (ارتسمى مصادر نادرة)

وان اسعار الظل هي $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$ على الترتيب

ولايجاد مدى التغير في معامل x_2 الجانب الايمن نتبع مايلي :-

بالنسبة للقيد الاول s_1

لايجاد الحد الاعلى لـ b_1 نبحث عن القيمة الاكثر سالبية في عمود s_1 والتي تقابل صف x_2

وبهذا تكون المتباينة الاولى وفق الصيغة

x_2 ثابت + b_1 * s_1 معامل في صف x_2 ≥ 0

$$\frac{15}{2} + b_1\left(-\frac{1}{2}\right) \geq 0 \implies b_1 \leq 15 \quad \text{---} (1)$$

ولايجاد الحد الادنى لـ b_1 نبحث عن اكبر قيمة موجبة في عمود s_1 والتي تقابل صف x_1

وبهذا تكون المتباينة الثانية وفق الصيغة

x_1 ثابت + b_1 (x_1 في s_1 معامل) ≥ 0

$$\frac{5}{2} + b_1\left(\frac{1}{2}\right) \geq 0 \implies b_1 \geq -5 \quad \text{---} (2)$$

من (1) و (2) نجد ان b_1 تقع ضمن الحدود $(-5, 15)$

$$-5 \leq b_1 \leq 15$$

وبهذا b_1 تقع ضمن الحدود

$$10 \leq b_1 \leq 30$$

ثانياً: لايجاد حدود b_2 للقيد الثاني

أولاً الحد الاعلى

$$\frac{5}{2} + b_2\left(-\frac{1}{2}\right) \geq 0 \implies b_2 \leq 5$$

أما الحد الادنى

$$\frac{15}{2} + b_2\left(\frac{3}{2}\right) \geq 0 \implies b_2 \geq -5$$

$$-5 \leq b_2 \leq 5$$

وعدى التغير المسموح به لـ b_2

الحد لـ b_2 هو

$$5 \leq b_2 \leq 15$$