الانحراف المتوسط للبيانات مبوبة :-

36

اذا كانت $y_1, y_2, \dots, y_k$ تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري مع تكراراتها $f_1, f_2, \dots, f_k$ على التوالي فإن الانحراف المتوسط هو

$$M.D = \frac{\Sigma f_i |y_i - \bar{y}|}{\Sigma f_i}$$

مثال : اوجد الانحراف المتوسط لجدول التوزيع التكراري

الفئات	f_i	y_i	$f_i y_i$	$\lvert y_i - \bar{y} \rvert$	$f_i \lvert y - \bar{y} \rvert$
60 - 62	5	61	305	6.45	32.25
63 - 65	18	64	1152	3.45	68.10
66 - 68	42	67	2814	0.45	18.90
69 - 71	27	70	1890	2.55	68.85
72 - 74	8	73	584	5.55	44.40
	100		6745		236.50

y_i = مراكز الفئات = $\frac{\text{اكبر الفئة} + \text{اصغر الفئة}}{2}$

الوسط الحسابي $\bar{y} = \frac{\Sigma f_i y_i}{\Sigma f_i} = \frac{6745}{100} = 67.45$

$|y_1 - \bar{y}| = |61 - 67.45| = |-6.45| = 6.45$

$M.D = \frac{\Sigma f_i |y - \bar{y}|}{\Sigma f_i} = \frac{236.50}{100} = 2.325$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التباين والانحراف القياسي :-

تعريف :- إذا كان لدينا n من المشاهدات $y_1, y_2, \dots, y_n$ فإن التباين يرمز له S^2 ويكون

$$S^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

* :- نرمز للتباين للمجتمع σ^2 وللعينة S^2

خواص التباين :-

① تباين كمية ثابتة يساوي صفر $S^2(c) = 0$

② تباين اي كمية ثابتة مضروب بالمتغير هو

$$S^2(ax) = a^2 S^2(x)$$

* :- ان الانحراف القياسي = التباين^2

$$S = \sqrt[2]{\text{التباين}}$$

البرهان :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum (y_i^2 - 2y_i\bar{y} + \bar{y}^2)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum y_i^2 - 2\sum y_i\bar{y} + \sum \bar{y}^2}{n-1} = \frac{\sum y_i^2 - 2\sum y_i \frac{\sum y_i}{n} + \sum \frac{(\sum y_i)^2}{n^2}}{n-1}$$

$$= \frac{\sum y_i^2 - 2\frac{(\sum y_i)^2}{n} + \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 1: اوجد الانحراف القياسي للمشاهدات
6, 5, 0, 1, 3

$S = \sqrt{\text{التباين}}$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{6+5+0+1+3}{5} = \frac{15}{5}$$

$$\therefore \bar{y} = 3$$

$$\text{التباين } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i)^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i)^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{36+25+0+1+9 - \frac{(15)^2}{5}}{5-1}$$

$$S^2 = \frac{71-45}{4}$$

$$= \frac{26}{4} = 6.5$$

الانحراف القياسي $S = \sqrt{\text{التباين}}$

$$S = \sqrt{6.5}$$

(2)
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{5} (y_i)^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1} = \frac{\sum y_i^2 - \frac{n}{11} \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n-1}$$

$$= \frac{\sum y_i^{2\,n-1} - n\,\bar{y}^2}{n-1} = \frac{71 - 5(9)}{4} = 6.5$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

البيانات المبوبة :-

اذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_n$ تمثل مراكز k من الفئات

تكرارها على التوالي $f_1, f_2, \dots, f_n$ فان تباينها

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{f_i - 1}$$

صيغة :-

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - \frac{[\sum_{i=1}^{k} f_i x_i]^2}{\sum f_i}}{f_i - 1}$$

البرهان :- نبسط البسط

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{f_i - 1}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} (f_i x_i^2 - 2 f_i x_i \bar{x} + f_i \bar{x}^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^{k} f_i x_i + \sum_{i=1}^{k} f_i \bar{x}^2$$

$$= \sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - 2 \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum f_i} \cdot \sum_{i=1}^{k} f_i x_i + \sum_{i=1}^{k} f_i \frac{(\sum_{i=1}^{k} f_i x_i)^2}{(\sum_{i=1}^{k} f_i)^2}$$

$$= \sum f_i x_i^2 - 2 \frac{(\sum_{i=1}^{k} f_i x_i)^2}{\sum f_i} + \frac{(\sum f_i x_i)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner