احصاء حيوي

الكورس الاول

(موضوع المحاضرة)

اختبارات تتعلق بالمتوسطات (في حالة اكثر من متوسطين)

Test Concerning Means

Dr.Safwan Nathem Rashed

مقدمة:

تم تناول اختبارات تتعلق بالمتوسط اي وسط حسابي سواء في إطار مجتمع واحد او عند دارسة الفروق بين وسطين حسابيين وذلك في حالة وجود عينتين مستقلتين او عينتين غير مستقلتين. ويمكن اعادة ذكرها على النحو الاتي:

١. اختبارات تتعلق بمتوسط واحد.
٢. اختبارات تتعلق بين الفروق بين متوسطين.
٣. اختبار الفرق بين بأكثر من متوسطين.

١-اختبار الفرق بين بأكثر من متوسطين (تحليل التباين).
Analysis of Variance(ANOVA)

لاحظنا عند استخدام توزيع (t) ان معيار الاختبار يمكن استخدامها لاختبار متوسط واحد والفرق بين وسطين حسابيين لمجتمعين مستقلين ولكن في حالة وجود مقارنة لأكثر من وسطين حسابيين ويكون فيها اختبار (t) غير ملائم ومن الصعب إجراءه وخاصة اذا كان عدد الاوساط الحسابية كبيراً، فمثلاً اذا كان عدد المجاميع التجريبية خمسة فان عدد ازواج الاوساط الحسابية تساوي:

$$\boxed{C_2^5 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10}$$

اي نحتاج الى عشرة اختبارات لـ t لمقارنة هذه الازواج من الاوساط الحسابية.

ان اختبارات (t) المختلفة لا يمكن اعتبارها مستقلة اي اوساط مترابطة لان بعض الاوساط الحسابية تدخل في اكثر من اختبار وهذا مما يؤدي الى صعوبة تحديد مستويات المعنوية.

لذلك اقتراح العالم (Fisher) اسلوباً يمكن من خلاله اختبار تساوي عدة اوساط حسابية في استخدام اختبار واحد يتمثل بتوزيع (F).

وقد لاقى اقبالاً واسعاً في مجال التطبيقات الاحصائية يسمى بأسلوب تحليل التباين:

تحليل التباين: هو عبارة عن عملية رياضية يقسم فيها التباين الكلي الى مكوناته في مصادره المختلفة ويوضح في جدول يسمى بجدول تحليل التباين (Analysis of Variance Table) وينقسم موضوع تحليل التباين الى:

١. تحليل التباين بمعيار واحد (اتجاه واحد)

One-Way Analysis of Variance

٢. تحليل التباين بمعيارين (باتجاهين)

Two-Way Analysis of Variance

• تحليل التباين بمعيار واحد (اتجاه واحد)

One–Way Analysis of Variance

لنفرض ان لدينا (k) من العينات العشوائية، كل منها ذات حجم (n) اختيرت من (k) من المجتمعات المختلفة من ضمن نفس الصنف (مثل مقارنة (k) طريقة من طرائق التدريس، او مقارنة (k) من صنف من اصناف الحنطة، او مقارنة (k) من انواع التغذية...الى اخره)، وعادةً يُطلق على العينات اسم (Treatment) وان رغبة الباحث هو في اختبار الاوساط الحسابية لهذه العينات العشوائية المتساوية في المجتمع اي ان:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \ldots = \mu_k$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \ldots \neq \mu_k$$

او على الاقل اثنان منهم غير متساويان

نفترض ان التجربة تحوي على (k) من المعادلات (العينات) وكل منها ترمز بالرمز (i) وكل معادلة تحوي على (n) من المشاهدات وكل مشاهدة يمكن الن ترمز بالرمز (j)، وعليه يمكن تنظيم المشاهدات (البيانات الاولية) كالاتي:

Treatment	Yij Observation				مجاميع المعادلات $Y_{i.}$	متوسط المعادلات $\bar{Y}_{i.}$
1	Y_{11}	Y_{12}	…..	Y_{1n}	$Y_{1.}$	$\bar{Y}_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	…..	Y_{2n}	$Y_{2.}$	$\bar{Y}_{2.}$
3	Y_{31}	Y_{32}	…..	Y_{3n}	$Y_{3.}$	$\bar{Y}_{3.}$
…..	…..	…..	…..	…..	…..	…..
k	Y_{k1}	Y_{k2}	…..	Y_{kn}	$Y_{k.}$	$\bar{Y}_{k.}$
					$Y_{..}$	$\bar{Y}_{..}$

حيث ان:

عدد المعادلات $i=1,2,3,\dots,k$ عدد المشاهدات $j=1,2,3,\dots n$

وعليه فان:

Y_{ij} : تمثل قيمة المشاهدة (j) للمعادلة (العينة)(i).

$Y_{i\cdot}$: مجموع المعاملة (i).

$$\boxed{Y_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} = Y_{i1} + Y_{i2} + \cdots + Y_{in}}$$

$\bar{Y}_{i\cdot}$: متوسط المعاملة (i).

$$\boxed{\bar{Y}_{i\cdot} = \frac{Y_{i\cdot}}{n} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n}}$$

$Y_{..}$: المجموع الكلي لقيم جميع المشاهدات في التجربة او مجموع جميع المشاهدات في جميع العينات.

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{k} Y_{i.}$$

$$= Y_{11} + Y_{12} + \cdots + Y_{kn} = Y_{1.} + Y_{2.} + \cdots + Y_{k.}$$

$\bar{Y}_{..}$: الوسط الحسابي العام.

$$\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{kn} = \frac{Y_{11} + Y_{12} + \cdots + Y_{kn}}{kn}$$

• النموذج الرياضي للتحليل

ويطلق عليه نموذج التصميم العشوائي الكامل لقيمة كل مشاهدة في العينات، ويمكن التعبير عنها في هذا النوع من التحليل في النموذج الاتي:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad ; \qquad i=1,2,\ldots,k \quad ; \qquad j=1,2,\ldots,n$$

حيث ان:

Y_{ij} :قيمة المشاهدة (j) من المعاملة (i).

μ :تأثير الوسط الحسابي العام.

τ_i :تأثير المعاملة (i) على المشاهدة (Yij).

ε_{ij} :مقدار الخطأ العشوائي في المشاهدة (Yij).

- **مخطط التجربة**

لكل نموذج مدروس له مخطط، تتوزع فيه المعاملات توزيعاً عشوائياً اي تتكرر المعاملة في الصف او العمود بشكل عشوائي تتكرر فيه اي معاملة (i) في الصف او العمود، مثل على ذلك اذا كانت لدينا ثلاثة معاملات (t=1,2,3) وتم تكرار المعاملة خمسة مرات (n=5) يكون مخطط التجربة بالشكل الاتي:

t_1	t_3	t_2
t_3	t_1	t_3
t_3	t_2	t_1
t_1	t_2	t_3
t_2	t_2	t_1

t_1	t_2	t_1	t_3	t_2
t_2	t_2	t_3	t_1	t_3
t_1	t_3	t_3	t_2	t_1

• فروض التحليل

عند اجراء اي تجربة منها تساوي الاوساط الحسابية لعدة مجتمعات باستخدام هذا النوع من التحليل نفترض ما يلي:

١. ان تكون العينات المدروسة عشوائية في الاختيار مستقلة عن بعضها البعض.

٢. العينات المختارة تكون مأخوذة من مجتمعات تتوزع توزيعاً طبيعياً ذات تباين متجانس (لها نفس التباين)

$$\boxed{\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2 = \sigma^2}$$

٣. الخطأ العشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً .

$$\boxed{\varepsilon_{ij} \sim N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)}$$

•