حل تمارين طريقة السمبلكس المقابلة

Q4 حل مسألة البرمجة الخطية الآتية باستخدام طريقة السمبلكس المقابلة:

$$\text{Max } z = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3$$

s.t.

$$5x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq 3$$
$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 6$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الحل: نستخدم طريقة السمبلكس المقابلة عندما تكون أحد قيم b_j أو جميعها سالبة ولذلك نضرب القيدين بالسالب وبذلك يصبح التوجه:

$$\text{Max } z = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3$$

s.t.

$$-5x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq -3$$
$$-3x_1 - 4x_2 - 2x_3 \leq -6$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

نحول التوجه الى الصيغة القياسية ونم نكون جدول السمبلكس

$$\text{Max } z = 4X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 0S_1 + 0S_2$$

s.t.

$$-5X_1 + 2X_2 - 2X_3 + S_1 = -3$$
$$-3X_1 - 4X_2 - 2X_3 + S_2 = -6$$

$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2 \geq 0$

	c_j	4	3	3	0	0	
c_B	B.V	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	b_j
0	S_1	-5	2	-2	1	0	-3
0	S_2	-3	-4	-2	0	1	-6
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	4	3	3	0	0	

نحدد المتغير الخارج أولاً والذي يقابل القيمة الأكثر سالبية

$c_j - z_j = [4 \quad 3 \quad 3 \quad 0 \quad 0]$

S_2 معادلة $= [-3 \quad -4 \quad -2 \quad 0 \quad 1]$

$$\frac{c_j - z_j}{S_2} = \left[\frac{4}{-3} \quad \frac{3}{-4} \quad \frac{3}{-2} \quad - \quad -\right]$$

أقل نسبة هنا $\frac{3}{4}$ تقابل المتغير الداخل أي X_2

$$R_2^* = \frac{R_2}{-4} \quad ; \quad R_1^* = R_1 - 2R_2^*$$

c_j / C_B B.V.	4 X_1	3 X_2	3 X_3	0 S_1	0 S_2	b_j
0 S_1	$-13/2$	0	-3	1	$1/2$	-6
3 X_2	$3/4$	1	$1/2$	0	$-1/4$	$3/2$
z_j	$9/4$	3	$3/2$	0	$-3/4$	$9/2$
$c_j - z_j$	$7/4$	0	$3/2$	0	$3/4$	

المتغير الخارج هو S_1 لان بقت قيمته سالبة

$c_j - z_j = [\frac{7}{4} \quad 0 \quad \frac{3}{2} \quad 0 \quad \frac{3}{4}]$

S_1 معادلة $= [-\frac{13}{2} \quad 0 \quad -3 \quad 1 \quad \frac{1}{2}]$

$\frac{c_j - z_j}{S_1 \text{ معادلة}}$	$\frac{7}{26}$	$-\frac{1}{2}$	$-$	$-$

نختار اقل نسبة

المتغير الداخل هو X_1 لانه يقابل اقل نسبة

$$R_1^* = \frac{R_1}{-13/2} = \frac{-2}{13} R_1 \quad ; \quad R_2^* = R_2 - \frac{3}{4} R_1^*$$

c_j / C_B B.V.	4 X_1	3 X_2	3 X_3	0 S_1	0 S_2	b_j
4 X_1	1	0	$6/13$	$-2/13$	$-1/13$	$12/13$
3 X_2	0	1	$2/13$	$3/26$	$-5/26$	$21/26$
z_j	4	3	$30/13$	$-7/26$	$-23/26$	$159/26$
$c_j - z_j$	0	0	$-9/13$	$7/26$	$23/26$	

بما ان قيم محدد b_j موجبة اذن تم التوصل الى الحل الامثل

$$Z^* = \frac{159}{26}$$

$$X_1^* = \frac{12}{13}$$

$$X_2^* = \frac{21}{26}$$

Q2 حل المثال التالي لمسألة البرمجة الخطية الآتية بطريقة السمبلكس المقابلة

$$\text{Max } z = 4x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$6x_1 + 2x_2 \geq 6$$
$$8x_1 + 6x_2 \geq 12$$
$$2x_1 - 4x_2 \leq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل :- نقرب القيود ذات الساب لاجل الحل بطريقة السمبلكس المقابلة (الاول والثاني)

الصيغة البنائية

$$\text{Max } z = 4x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$-6x_1 - 2x_2 \leq -6$$
$$-8x_1 - 6x_2 \leq -12$$
$$2x_1 - 4x_2 \leq 6$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\text{Max } z = 4x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

s.t.

$$-6x_1 - 2x_2 + s_1 = -6$$
$$-8x_1 - 6x_2 + s_2 = -12$$
$$2x_1 - 4x_2 + s_3 = 6$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

	c_j	4	2	0	0	0	
c_B	B.V.	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b_i
0	s_1	-6	-2	1	0	0	-6
0	s_2	-8	-6	0	1	0	-12
0	s_3	2	-4	0	0	1	6
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	4	2	0	0	0	

يتم تحديد المتغير الخارج اولا
s_2 هو المتغير الاكثر سالبية لذلك
يمثل المتغير الخارج

$\frac{c_j - z_j}{\text{معادلة } s_2} = \left[\frac{4}{-8} \quad \frac{2}{-6} \quad - \quad - \quad -\right]$

$\frac{2}{6}$ وبذلك يكون x_2 هو المتغير الداخل

$$R_2^* = \frac{R_2}{-6} \quad ; \quad R_1^* = R_1 + 2R_2^* \quad ; \quad R_3^* = R_3 + 4R_2^*$$

	c_j	4	2	0	0	0	
c_B	B.V.	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	b
0	s_1	$-\frac{10}{3}$	0	1	$-\frac{1}{3}$	0	-2
2	x_2	$\frac{4}{3}$	1	0	$-\frac{1}{6}$	0	2
0	s_3	$\frac{22}{3}$	0	0	$-\frac{4}{6}$	1	14
	z_j	$\frac{16}{3}$	2	0	$-\frac{1}{3}$	0	
	$c_j - z_j$	$-\frac{4}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	0	

لم يتم التوصل الى الحل الامثل
لان لايزال هناك قيم سالبة
لعمود b وهي قيمة ($s_1 = -2$)
وبذلك يكون s_1 هو المتغير الخارج

اما المتغير الداخل فيتم اختياره من خلال عملية $\frac{c_j - z_j}{\text{معادلة } s_1}$ ليكون
المتغير الذي يقابل اقل نسبة وهو المتغير x_1 حيث

$$\frac{c_j - z_j}{\text{معادلة } s_1} = \left[\frac{-4/3}{-10/3} \quad - \quad - \quad \frac{1/3}{-1/3} \quad -\right]$$

$$R_1^* = \frac{R_1}{\frac{-10}{3}} = \frac{-3}{10} R_1 \quad ; \quad R_2^* = R_2 - \frac{4}{3} R_1^* \quad ; \quad R_3^* = R_3 - \frac{22}{3} R_1^*$$

C_B	B.V.	C_j	4 X_1	2 X_2	0 S_1	0 S_2	0 S_3	b_j
4	X_1		1	0	$-3/10$	$-1/10$	0	$6/10$
2	X_2		0	1	$4/10$	$-1/30$	0	$12/10$
0	S_3		0	0	$22/10$	$42/30$	1	$96/10$
	Z_j		4	2	$\frac{-4}{10}$	$\frac{-14}{30}$	0	$48/10$
	$C_j - Z_j$		0	0	$4/10$	$\frac{14}{30}$	0	

ملاحظة: قيم العمود b ليست جميعها قيم موجبة وبذلك لم نصل الى الحل الامثل بطريقة السمبلكس المعتادة

$$Z^* = \frac{48}{10}$$

$$X_1^* = \frac{6}{10}$$

$$X_2^* = \frac{12}{10}$$