جدول (٤-٢٥) . جدول تحليل التباين النهائي لبيانات تجربة تغذية الحيوان المسجلة في جدول (٤-٢٢) بعد تصحيح مجموع مربعات المعاملات .

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F	$F_{(0.05)}$
Blocks	3	0.110			
Treatments	2	0.200	0.100	8.33*	5.74
Error	5	0.060	0.012		
Total	10				

(٤ : ٥) استخدام RCBD مع تسجيل اكثر من مشاهدة للوحدة التجريبية

RCBD With More than One Observation Per Experimental Unit.

في كثير من التجارب قد تؤخذ عينات من كل وحدة تجريبية وتسجل منها مشاهدات ، وبذلك يكون هناك اكثر من مشاهدة لكل وحدة تجريبية ، وفيما يلي فكرة عامة عن مثل هذه التجارب .

(١) تمثيل البيانات برموز جبرية Symbolical representation of the data

اذا افترضنا أن هناك تجربة تحتوي على عدد t من المعاملات وطبقت باستخدام RCBD بحيث كان عدد القطاعات هو r ، ثم أخذ عدد s من العينات من كل وحدة تجريبية لتسجيل مشاهدات الصفة المطلوب دراستها ، فإن بيانات هذه التجربة يمكن تمثيلها برموز جبرية كما هو موضح في جدول (٤ - ٢٦) .

(٢) جدول تحليل التباين ANOVA Table

يكون جدول تحليل التباين لمثل هذه التجارب كما هو موضح في جدول (٤-٢٧) ، والذي يلخص أيضاً طريقة التحليل الاحصائي للبيانات .

جدول (٤-٢٦) . يوضح تمثيل البيانات برموز جبرية في حالة تطبيق التجربة باستخدام RCBD وتسجيل اكثر من مشاهدة لكل وحدة تجريبية .

t_i	S_K	r_j					$y_{i..}$
		r_1	r_2	. . . .		r_r	
t_1	S_1	y_{111}	y_{121}	. . . .		y_{1r1}	
	S_2	y_{112}	y_{122}	. . . .		y_{1r2}	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	S_S	y_{11S}	y_{12S}	. . . .		y_{1rS}	
$y_{ij.}$		$y_{11.}$	$y_{12.}$	. . . .		$y_{1r.}$	$y_{1..}$
t_2	S_1	y_{211}	y_{221}	. . . .		y_{2r1}	
	S_2	y_{212}	y_{222}	. . . .		y_{2r2}	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	S_S	y_{21S}	y_{22S}	. . . .		y_{2rS}	
$y_{2j.}$		$y_{21.}$	$y_{22.}$	. . . .		.	$y_{2..}$
.	.	.	.	. . . .		.	.
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
t_t	S_1	y_{t11}	y_{t21}	. . . .		y_{tr1}	
	S_2	y_{t12}	y_{t22}	. . . .		y_{tr2}	
	.	.	.	. . . .		.	
	.	.	.	. . . .		.	
	S_S	y_{t1S}	y_{t2S}	. . . .		y_{trS}	
$y_{tj.}$		$y_{t1.}$	$y_{t2.}$	. . . .		$y_{tr.}$	$y_{t..}$
$y_{.j.}$		$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	. . . .		$y_{.r.}$	$y_{...}$

جدول (٤-٢٧) . جدول تحليل التباين لبيانات تجربة مطبقة باستخدام RCBD مع تسجيل اكثر من مشاهدة لكل وحدة تجربة والممثلة في جدول (٤-٢٦)

SOV	d.f	SS	MS	E M S		F
				Fixed Model	Random Model	
Blocks	$r-1$	$SSr = \frac{\sum Y_{.j.}^2}{st} - \frac{Y_{...}^2}{rst}$	$MSr = \frac{SSr}{r-1}$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2 + ts\frac{\sum R_j^2}{r-1}$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2 + ts\sigma_R^2$	
Treatments	$t-1$	$SSt = \frac{\sum Y_{i..}^2}{rs} - \frac{Y_{...}^2}{rst}$	$Mst = \frac{sst}{t-1}$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2 + rs\frac{\sum T_i^2}{t-1}$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2 + rst\sigma_T^2$	$\frac{Mst}{Mse}$
Expermental Error	$(r-1)(t-1)$	$SSe = \frac{\sum Y_{ij.}^2}{s} - \frac{\sum Y_{i..}^2}{rs} - \frac{\sum Y_{.j.}^2}{ts} + \frac{Y_{...}^2}{rst}$	$Mse = \frac{SSe}{(r-1)(t-1)}$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2$	$\sigma_\varepsilon^2 + s\sigma_e^2$	$\frac{MSe}{MS\varepsilon}$
Sampling Error	$rt(s-1)$	$SS\varepsilon = SST - SSr - SSt - SSe$	$MS\varepsilon = \frac{SS\varepsilon}{rt(s-1)}$	σ_ε^2	σ_ε^2	
Total	$rst-1$	$SST = \sum y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{rst}$				

(٣) النموذج الرياضي Linear Model

من الممكن وصف مثل هذه التجارب بالنموذج الرياضي التالي والذي يبين أن قيمة أي مشاهدة في التجربة يمكن تمثيلها بالمعادلة الخطية الموضحة :

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + e_j + \varepsilon_{ij} + \xi_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,t \\ j = 1,2,\ldots,r \\ k = 1,2,\ldots,s \end{cases}$$

حيث أن :

y_{ijk} وهي قيمة المشاهدة الخاصة بالعينة k التي أخذت من القطاع j من الوحدة التجريبية التي أخذت المعادلة i .

μ وهو المتوسط العام للمجتمع (مجتمع المشاهدات) .

τ_i وهو تأثير المعاملة i .

ε_i وهو تأثير القطاع j .

ε_{ij} وهو تأثير الخطأ التجريبي ، أي تأثير القطاع j على المعاملة i (ومعنى ذلك أنه تأثير التداخل بين تأثيري القطاع j والمعاملة i) .

ξ_{ijk} وهو تأثير خطأ العينة ، أي التأثير العشوائي الخاص بالعينة k المأخوذة من الوحدة التجريبية الموجودة بالقطاع j والتي أخذت المعاملة i .

ويمكن تقدير هذه التأثيرات . والتي هي عبارة عن قيم ثابتة خاصة بالمجتمع ، من بيانات التجربة باتباع نفس الطريقة التي سبق أن اوضحناها عند مناقشة النموذج الرياضي لتصميم القطاعات العشوائية الكاملة في بداية هذا الباب ، وذلك باستخدام طريقة أقل مجموع انحرافات ، لتقدير قيم كل من الثوابت μ و τ_i و e_j و ε_{ij} و ξ_{ijk}

(٤) مثال محلول : Example

اجريت تجربة لتتبع تأثير خمسة معاملات تسميد على كمية حاصل أحد أصناف الذرة ، وتقرر – بعد معرفة ظروف حقل التجربة – أن يتبع تصميم القطاعات العشوائية الكاملة باستخدام ستة قطاعات (أو مكررات) يحتوي كل منها على خمس قطع تجريبية ، وبعد تقسيم القطاعات وزعت المعاملات الخمس توزيعاً عشوائياً على الوحدات التجريبية داخل كل قطاع . وفي نهاية الموسم رأى الباحث أن يقوم بحصاد ثلاث عينات (ثلاث قطع موحدة المساحة) من كل قطعة تجريبية وسجلت منها كمية حاصل كل عينة . ويمثل جدول (٤ – ٢٨) بيانات هذه التجربة بعد تنظيمها واعدادها للتحليل الأحصائي كما في جدول (٤ – ٢٦) .

جدول (٤-٢٨) . بيانات تجربة تأثير خمس معاملات تسميد على حاصل الذرة . طبقت التجربة باستخدام RCBD بستة قطاعات ، وسجلت ثلاث مشاهدات لكل وحدة تجريبية .

معاملات Treats. t_i	عينات Samples S_k	Blocks r_j قطاعات						
		r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	$Y_{i\cdot}$
t_1	S_1	60	29	40	26	51	53	
	S_2	49	41	42	39	38	40	
	S_3	31	23	48	21	51	22	
	$Y_{1j\cdot}$	140	93	130	86	140	115	704
t_2	S_1	70	47	60	77	64	71	
	S_2	75	71	64	50	63	68	
	S_3	69	67	64	72	78	64	
	$Y_{2j\cdot}$	214	185	188	199	205	203	1194
t_3	S_1	98	95	94	108	81	88	
	S_2	93	92	85	88	92	77	
	S_3	92	109	101	88	98	83	
	$Y_{3j\cdot}$	283	296	280	284	271	248	1662
t_4	S_1	105	99	105	106	102	122	
	S_2	91	92	96	93	90	96	
	S_3	112	109	101	108	116	108	
	$Y_{4j\cdot}$	308	300	302	307	308	326	1851
t_5	S_1	126	96	115	123	116	127	
	S_2	104	113	107	104	112	105	
	S_3	116	118	115	114	114	121	
	$Y_{5j\cdot}$	346	327	337	341	342	353	2046
	$Y_{\cdot j\cdot}$	1291	1201	1237	1217	1266	1245	7457

ويمكن تتبع خطوات التحليل الأحصائي لهذه البيانات فيما يلي :

حساب معامل التصحيح .. $$C = \frac{(Y_{...})^2}{rst} = \frac{(7457)^2}{(6)(3)(5)} = 617853.88$$

حساب مجموع المربعات الكلية ..

$$= [(60)^2 + (49)^2 + (31)^2 + (29)^2 + \ldots + (121)^2] - 617853.88$$

$$= 690289.00 - 617853.88 = 72435.12$$

حساب مجموع مربعات المعاملات ... $$SSt = \frac{\Sigma Y_{i..}^2}{rs} - C$$

$$= \frac{(704)^2 + (1194)^2 + \ldots + (2046)^2}{(6)(3)} - 617853.88$$

$$= 683100.72 - 617853.88 = 65246.84$$

حساب مجموع مربعات القطاعات ... $$SSr = \frac{\Sigma Y_{.j.}^2}{ts} - C$$

$$= \frac{(1291)^2 + (1201)^2 + \ldots + (1245)^2}{(5)(3)} - 617853.88$$

$$= 618208.07 - 617853.88 = 354.19$$

حساب مجموع مربعات الخطأ التجريبي ...

$$SSe = \frac{\Sigma Y_{ij.}^2}{s} - \frac{\Sigma Y_{i..}^2}{rs} - \frac{\Sigma Y_{.j.}^2}{ts} + \frac{Y_{...}^2}{rst}$$

$$= \frac{(140)^2 + (93)^2 + \ldots + (353)^2}{3} - \frac{(704)^2 + (1194)^2 + \ldots + (2046)^2}{(6)(3)}$$

$$- \frac{(1291)^2 + (1201)^2 + \ldots + (1245)^2}{(5)(3)} + \frac{(7457)^2}{(6)(3)(5)}$$

$$= 684933.67 - 683100.72 - 618208.07 + 617853.88$$

$$= 1478.76$$

حساب مجموع مربعات خطأ العينات ...

$$SS\xi = SST - SSt - SSr - SSe$$
$$= 72435.12 - 65246.84 - 354.19 - 1478.76 = 5355.33$$

ثم نلخص بعد ذلك النتائج في جدول تحليل التباين كما هو موضح في جدول (٤-٢٩).

جدول (٤-٢٩) جدول تحليل التباين لتجربة تأثير التسميد على الذرة المسجلة بياناتها في جدول (٤-٢٨) .

S. O. V.	d.f	S.S	M.S	F
Blocks	5	354.19	70.84	
Treatments	4	65246.84	16311.71	220.61**
Experimental Error	20	1478.76	73.94	0.83
Sampling Error	60	5355.33	89.26	
Total	89	72435.12		

(٤-٦) تحديد عدد القطاعات او التكرارات :
Number of Replications

من الاشياء المهمة التي تواجهنا عادة عند تصميم تجربة هو تحديد عدد التكرارات او القطاعات المناسب ، وصحيح اننا ندرك ان زيادة عدد التكرارات يتبعها زيادة في كفاءة التجربة ولكننا ندرك كذلك ان زيادة عدد التكرارات يصاحبها ايضا زيادة في التكاليف والجهد والوقت وبالتالي كان علينا ان نوازن بين الاتجاهين فنختار عدد التكرارات المناسب الذي يمكن التجربة من اظهار الفروق الحقيقية بين المعاملات باقل التكاليف ودون ضياع للوقت والجهد .

لقد سبق لنا ان اوضحنا ان الانحراف القياسي للفرق بين متوسطي اي معاملتين هو :

$$S_{(\bar{y}i\cdot - \bar{y}i'\cdot)} = \sqrt{\frac{2MSe}{r}}$$

حيث ان MSe تساوي تباين الخطأ التجريبي و r هي عدد التكرارات (اي انها تمثل عدد القطاعات في تصميم RCBD وهي تمثل عدد التكرارات r في تصميم CRD) .

ولكي يكون الفرق بين اي متوسطين (D) معنويا فلابد وان يزيد هذا الفرق عن – او على الاقل يساوي – القيمة المقدرة لاقل فرق معنوي (اي لقيمة LSD) .

ولما كانت القيمة المقدرة لاقل فرق معنوي تساوي الانحراف القياسي للفرق بين متوسطي اي معاملتين مضروبا في قيمة t عند مستوى المعنوية المراد اجراء الاختبار عنده ، اي ان هذه القيمة تساوي عند مستوى معنوية 0.05 مثلا :

$$\sqrt{\frac{2MSe}{r}} \times t_{0.05}$$

اي ان الفرق المعنوي بين المتوسطين لابد وان يساوي على الاقل القيمة المقدرة السابقة وعليه فان الفرق بين المتوسطين (D) يساوي :

$$D = \sqrt{\frac{2MSe}{r}} \times t_{0.05}$$

ويكون مربع الفرق بين المتوسطين (D^2) هو :

$$D^2 = \left(\frac{2MSe}{r} \right) (t_{0.05})^2$$

وعلى ذلك فان عدد التكرارات r يكون ...

$$r = \frac{(2MSe)(t_{0.05})^2}{D^2}$$

ومن المعادلة السابقة يمكننا ان نلاحظ ان العوامل التي تدخل في تحديد عدد التكرارات او القطاعات هي :

(١) حجم الخطأ التجريبي ، فكلما زاد تباين الخطأ التجريبي (MSe) ، يزداد عدد التكرارات .

(٢) مستوى المعنوية المراد اجراء الاختبار عنده ، فكلما انخفض مستوى المعنوية ترتفع قيمة t ونتيجة لذلك يزداد عدد التكرارات ، فعدد التكرارات عند مستوى معنوية 1٪ يكون اكبر منه عند مستوى 5٪ .

(٣) الفرق المراد قياسه بين المتوسطين ، فكلما زاد هذا الفرق قل عدد التكرارات .

ومن الواضح انه لكي يمكننا استخدام المعادلة السابقة في تحديد عدد التكرارات فلابد من تقدير للقيم الاحصائية الداخلة فيها ، وطبعا الخطأ التجريبي لا يمكن قياسه الا بعد تحليل نتائج التجربة ، ولكن الباحث يستطيع – بالاستعانة بنتائج او تجارب سابقة في موضوع الدراسة . ان يتوقع الخطأ التجريبي او يحصل على تقدير لحجمه .

وحجم الخطأ التجريبي اما ان يحدد على هيئة تباين (S^2) اوكانحراف قياسي معبرا عنه كنسبة مئوية من متوسط التجربة وهو ما سبق وعرفناه بمعامل الاختلاف (C.V.)، وعادة يكون لكل نوع من التجارب قيمة C.V. معروفة .

اما بالنسبة للفرق بين المتوسطين المراد قياسه واختباره ، فان الباحث هو الذي يحدده بخبرته ومعرفته لمواد التجربة التي يتعامل معها ، اذ عليه ان يحدد حجم الفروق المتوقعة بين المعاملات ان كانت بينها فروق حقيقية – دون اسراف او مغالاة ، وكمثال ايضاحي – في تجربة لتتبع الفروق بين تاثيرات معاملات التسميد الثلاثة (١٠٠ كغم ، ٢٠٠ كغم ، ٣٠٠ كغم سلفات الامونيوم مثلا)على انتاجية محصول ما ، فان الفروق المعقولة والتي يمكن للباحث ان يقيسها وتكون ذات اثر ملموس تكون في حدود ١٠٪ من المتوسط مثلا .. وعليه فانه اذا قام بتخطيط تجربة لقياس فروق في حدود ١٪ من المتوسط فان ذلك يعتبر اسرافا – لا مبرر له – في الامكانيات المتاحة ، ومن جهة اخرى اذا قام بتخطيط تجربته على اساس قياس فروق في حدود ٢٥٪ من المتوسط فان هذه التجربة لن تكون مناسبة – لعدم دقتها – للاجابة على اهداف البحث .

اما قيمة t فانها تتوقف على مستوى المعنوية المطلوب في الاختبار وكذلك على درجات الحرية وهذه الاخيرة تتوقف على نوع التصميم المستخدم وعلى عدد المعاملات المدروسة . ولكي نحدد الحد الادنى لعدد التكرارات (r) فاننا نطبق المعادلة التالية :

$$r = \frac{2(C.V.)^2 (t_1 + t_2)^2}{D^2}$$

حيث : C.V. هو معامل الاختلاف

D هو الفرق بين المتوسطات – المطلوب قياسه واختباره – معبرا عنه كنسبة مئوية من المتوسط العام للتجربة .

t_1 هي قيمة t عند مستوى المعنوية المطلوب (5٪ او 1٪) ولدرجات حرية الخطأ التجريبي .

t_2 وهي قيمة t الخاصة باحتمال الخطأ من النوع الثاني ، واحتمال الخطأ من النوع الثاني يساوي ٢ (١ – احتمال النجاح في اكتشاف الفروق بين المتوسطات ان وجدت) .

مثال : Example

اذا اردنا مقارنة خمسة اصناف من الحنطة في تجربة على اساس تصميم القطاعات العشوائية الكاملة ، فاذا علمنا بان هذا النوع من التجارب له قيمة C.V. تساوي 15% ، وان الفرق المراد قياسه واختباره بين الاصناف في حدود 20% من المتوسط العام ، وان نسبة النجاح المطلوب في اكتشاف هذا الفرق هي 0.80 وان مستوى المعنوية (اي احتمال الخطأ من النوع الاول) هي 0.05 ، فكم عدد القطاعات المناسبة لهذه الظروف؟

لكي يمكننا تطبيق المعادلة السابقة فاننا نحتاج لقيم t_1 و t_2 ولكي نوجد هذه القيم لابد من تحديد درجات الحرية ، ولكننا نستطيع ان نعوض عنها اي عن قيم t حاليا وبصورة تقريبية عند درجات حرية ما لانهاية (∞) .

t_1 عند احتمال 0.05 ودرجات حرية ∞ تساوي 1.96

احتمال الخطأ من النوع الثاني وهو احتمال t_2 يساوي $2(1-0.80) = 0.40$

$\therefore$ قيمة t_2 عند احتمال 0.40 ولدرجات حرية ∞ تساوي 0·84

وبتطبيق المعادلة ، يكون الحد الادنى لعدد القطاعات

$$r = \frac{2(15)^2 (1.96 + 0.84)^2}{(20)^2} = 8.78 = 9$$

ثم نعيد تطبيق الخطوات السابقة بفرض ان عدد القطاعات يساوي 9

$\therefore$ درجات حرية الخطأ التجريبي = (درجات حرية المعاملة) (درجات حرية القطاعات)

$$\therefore \text{ Error d.f} = (t-1)(r-1) = (4)(8) = 32$$

ثم نوجد قيم t عند درجات حرية 32

$$\therefore \quad t_{(0\cdot05)} = 2.04$$
$$t_{(0\cdot40)} = 0.85$$

ثم نطبق المعادلة مرة اخرى

$$\therefore \quad r = \frac{2(15)^2\,(2.04 + 0.85)^2}{(20)^2} = 9.4 = 10$$

وهكذا يستمر التعويض في المعادلة مع كل اجابة جديدة عن عدد القطاعات حتى نحصل على اجابتين متتاليتين متساويتين . وفي حالتنا هذه فان عدد القطاعات اللازمة يساوي عشرة .