احصاء حيوي

الكورس الاول

(موضوع المحاضرة)

اختبارات تتعلق بالمتوسطات
(بمتوسط واحد)

Dr.Safwan Nathem Rashed

التوزيع الطبيعي القياسي

- في هذا اجانب نتعرف على كيفية تحويل المتغيرات العشوائية التي تتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط حسابي (μ) وتباين (σ^2) اي $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ الى توزيع طبيعي قياسي :

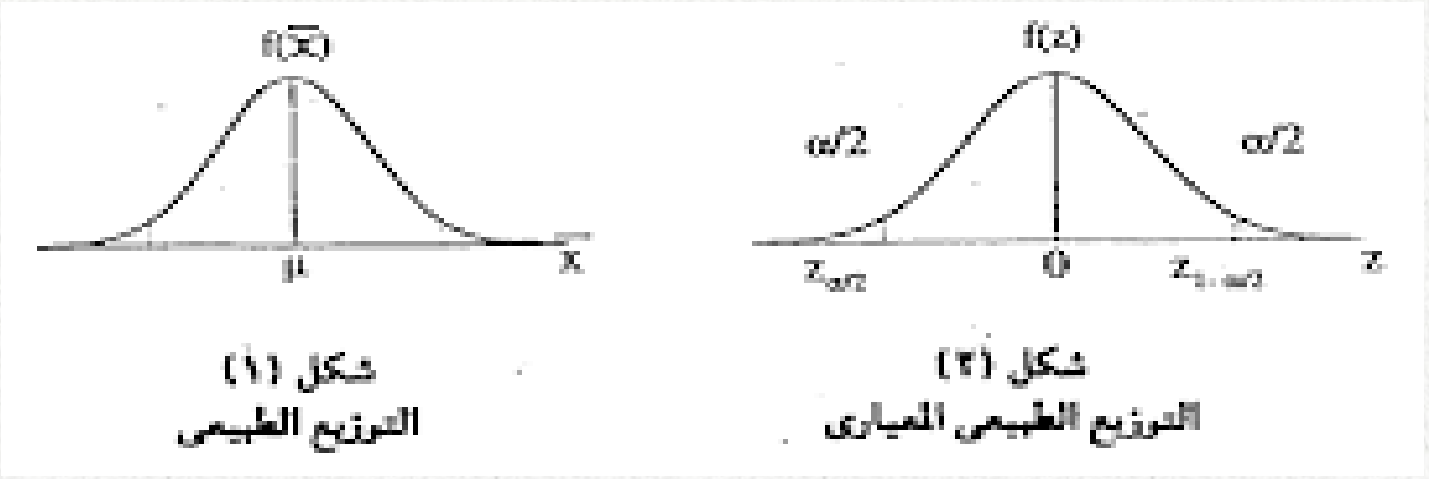
$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad \rightarrow \quad Z \sim N(0,1)$$

من خلال القانون الاتي:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

حيث ان دالة التوزيع الطبيعي تكون دالة قياسية بالصيغة ادناه:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\Pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} \sim f(Z)=\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{1}{2}Z^2}$$



شكل (١)
التوزيع الطبيعي

شكل (٢)
التوزيع الطبيعي المعياري

وان المساحة المطلوب دراستها ستكون نفس المساحة عندما تكون قياسية:

ويمكن تمثيلها وفق الصيغ الاحتمالية الاتية:

$$1-p(X_1<X<X_2)=p\left(\frac{X_1-\mu}{\sigma}<\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{X_2-\mu}{\sigma}\right)$$

$$=p(Z_1<Z<Z_2)=p(Z<Z_2)-p(Z<Z_1)$$

$$2-p(X<X_1)=p\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{X_1-\mu}{\sigma}\right)=p(Z<Z_1)$$

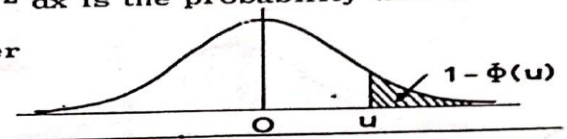
$$3-p(X_1<X)=p\left(\frac{X_1-\mu}{\sigma}<\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=$$

$$p(Z_1<Z)=1-p(Z\le Z_1)$$

كيفية ايجاد القيمة الجدولية للتوزيع الطبيعي

- لغرض ايجاد القيمة الجدولية من الجداول الاحصائية للتوزيع الطبيعي القياسي لابد من تحديد مستوى المعنوية (α) والتأكد من الفرضية البديلة ان كانت حالة عدم مساوات او اقل الو اكبر.

The function tabulated is $1 - \Phi(u)$ where $\Phi(u)$ is the cumulative distribution function of a standardised Normal variable u. Thus $1 - \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^\infty e^{-x^2/2}\, dx$ is the probability that a standardised Normal variable selected at random will be greater than a value of u $\left(= \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$.



$\frac{(x-\mu)}{\sigma}$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
3.0	.00135									
3.1	.00097									
3.2	.00069									
3.3	.00048									
3.4	.00034									
3.5	.00023									
3.6	.00016									
3.7	.00011									
3.8	.00007									
3.9	.00005									
4.0	.00003									

$\frac{(x-\mu)}{\sigma}$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426

Tables of the Normal Distribution

Probability Content from -oo to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

مثال:

ينتج معمل قناني فاكهة معلبة مفروض أن يكون متوسط وزنها (15) باوند وبانحراف قياسي (0.5) باوند (**المعلومات خاصة للمجتمع اي للمعمل**)، وللتأكد من أن المعمل لازال ينتج عند مستوى المطلوب **أخذت عينة** من (50) علبة فوجد ان متوسط وزنها هو (14.8) باوند فاذا كان وزن العلب **متغير عشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً** فهل تدل العينة على ان إنتاج المعمل لازال محافظ على وزن العلبة (15) باوند، أختبر عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.01$).

Sol/ μ_0 : متوسط معلوم من المجتمع يساوي ١٥

1- $H_0 : \mu = 15$ فرضية العدم

2- $H_1 : \mu \neq 15$ فرضية بديلة

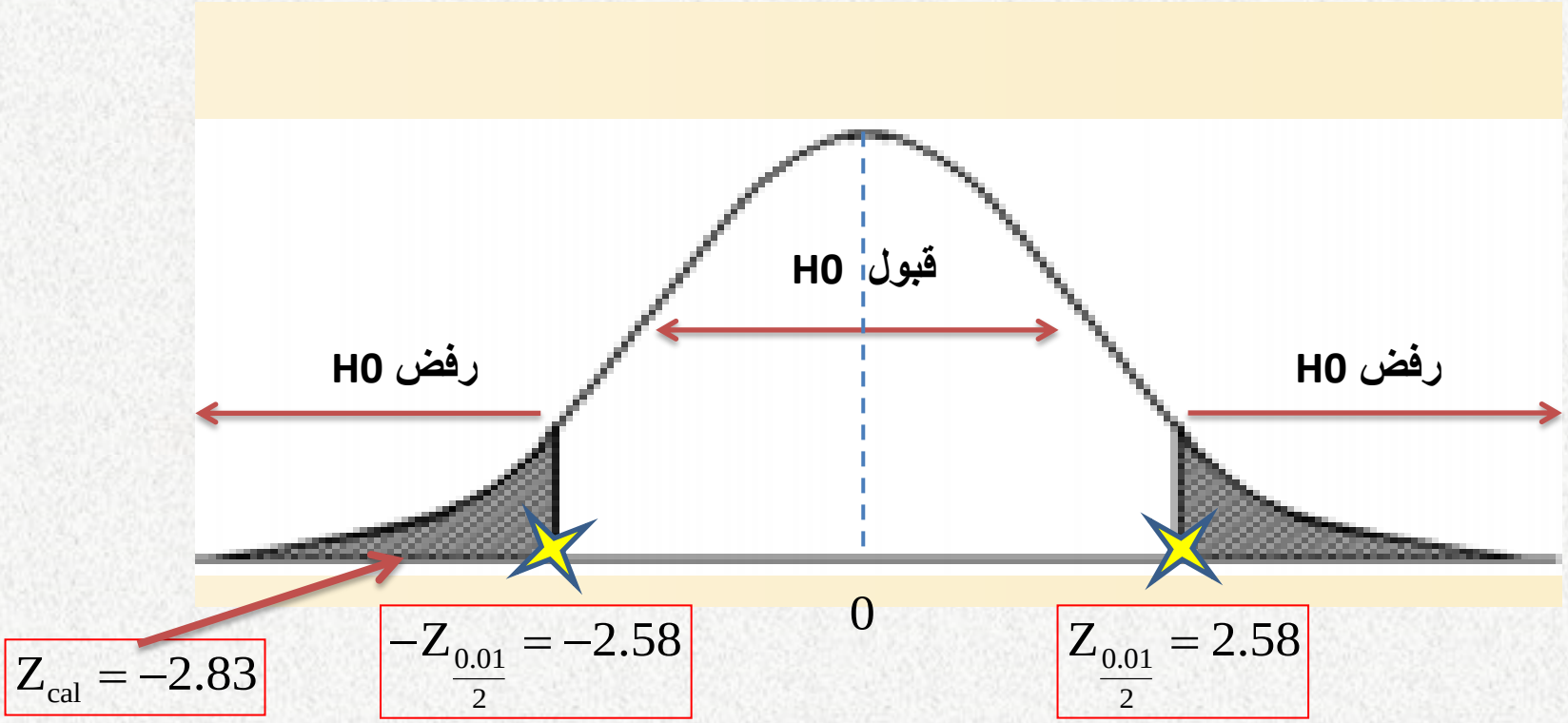
3- $\alpha = 0.01 \rightarrow Z_{\frac{0.01}{2}} = Z_{0.005} = 2.58$ مستوى المعنوية

$-2.58 < Z < 2.58$ اذا منطقة القبول تكون

4- $Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{14.8 - 15}{\frac{0.5}{\sqrt{50}}} = -2.83$ المختبر الاحصائي عندما n=50 وانحراف معياري قدره 0.5

$$Z_{cal} = -2.83$$

5- الرسم البياني لتوضيح مناطق الرفض والقبول



6-

القرار: نلاحظ ان القيمة المحسوبة لـ $|Z_{cal}|=2.83$ اكبر من القيمة الجدولية لـ $Z_{table}=2.58$ اي $(|Z_{cal}|>Z_{table})$ $(2.83>2.58)$ فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة الرفض لـ H_0 تحت المنحنى وهذا يدل على رفض فرضية العدم والقبول بالفرضية البديلة، (هذا الجزء مهم) ان المعمل لم يحافظ على الانتاج من خلال وزن العلبة حسب المواصفات المطلوبة وهي (15) باوند وعلى المعمل اعادة النظر بعملية التعبئة للمنتج.

مثال:

اذا كان احد الباحثين مهتم بإيجاد تقدير لمعدل قيم الحديد في الدم للأشخاص الطبيعيين فاخذ **عينة عشوائية** قوامها او حجمها (50) شخص، وجد ان متوسط معدل الحديد لديهم يساوي (120) مايكروغرام/100 مليلتر، وعلى فرض ان توزيع المتغيرات موضوع البحث هو توزيع طبيعي بتباين قدره (15) مايكروغرام/100 مليلتر هل يمكن للباحث ان يستنتج ان متوسط قيم الحديد في الدم **يبتعد** عن (125) مايكروغرام/100 مليلتر (مجتمع الدراسة)، ولقد اخذ الباحث لنفسه احتمال وقوع بالخطأ من النوع الاول قدره ($\alpha = 0.05$).

Sol/1

μ_0 : متوسط معلوم من المجتمع يساوي ١٢٥

1- $H_0 : \mu = 125$ فرضية العدم

2- $H_1 : \mu \neq 125$ فرضية بديلة

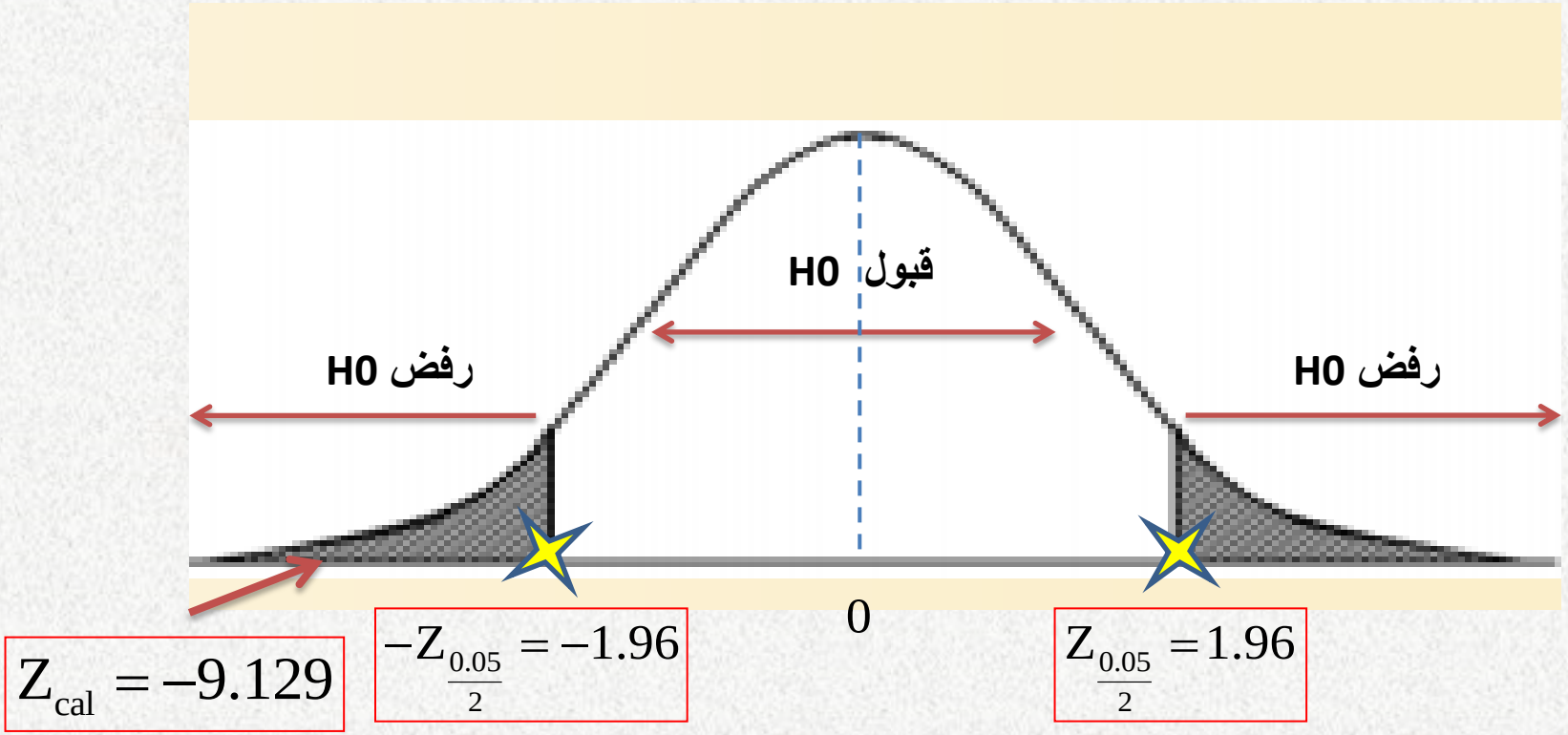
3- $\alpha = 0.05 \rightarrow Z_{\frac{0.05}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$ مستوى المعنوية

$-1.96 < Z < 1.96$ اذا منطقة القبول تكون

4- $Z_{cal} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{120 - 125}{\frac{3.87}{\sqrt{50}}} = -9.129$ المختبر الاحصائي عندما n=50 والتباين قدره 15

$$Z_{cal} = -9.129$$

5- الرسم البياني لتوضيح مناطق الرفض والقبول



6-

القرار: نلاحظ ان القيمة المحسوبة لـ |Zcal|=9.129 اكبر من القيمة الجدولية لـ Ztable=1.96 اي (|Zcal|>Ztable) (9.129>1.96) فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة الرفض لـ H0 تحت المنحنى وهذا يدل على رفض فرضية العدم والقبول بالفرضية البديلة، (هذا الجزء مهم) وهذا اكد على ان معدل او متوسط الحديد في الدم للأشخاص الطبيعيين يكون بتيعد عن متوسط (125) مايكروغرام/100 مليلتر .

Sol/2

لنفرض ان الفرضية البديلة تمثل حالة عدم مساوات وانما تكون بعيدة عن متوسط معدل الحديد في الدم بشكل اقل من (125) لتكون الفرضية البديلة هي:

1- $H_0 : \mu = 125$ — **فرضية العدم**

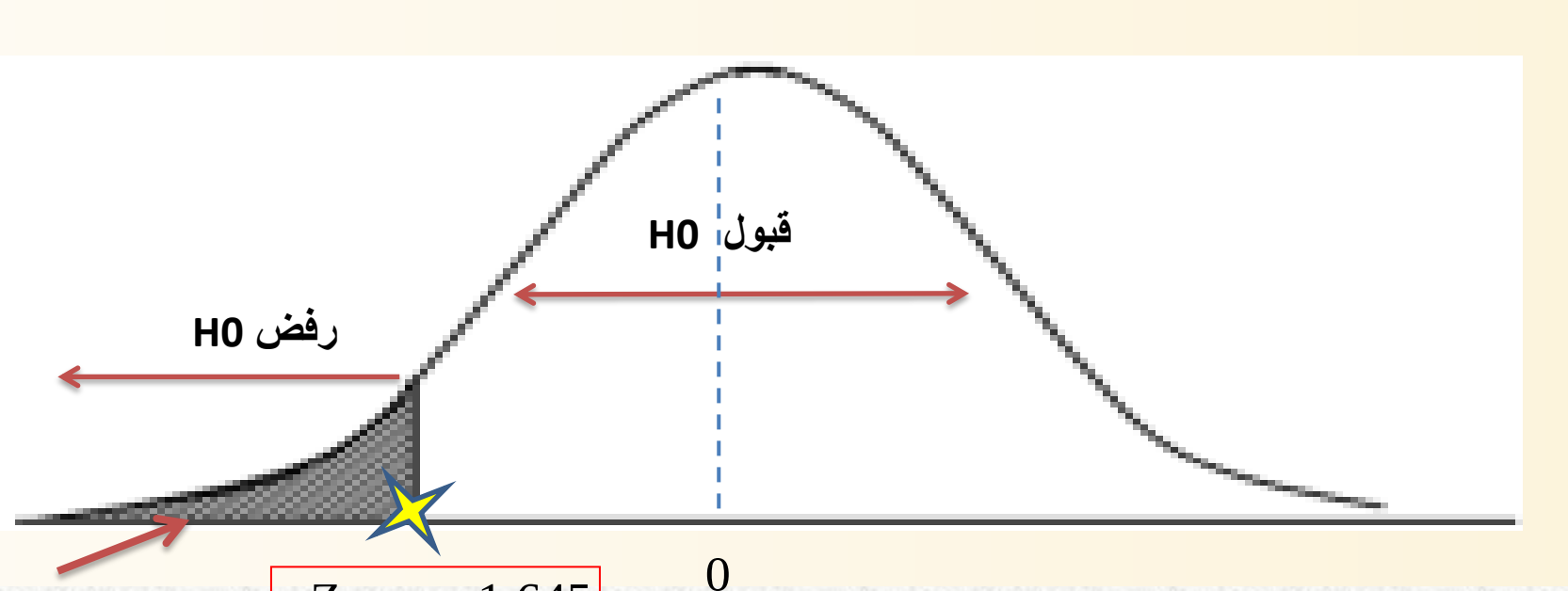
$H_1 : \mu < 125$ — **فرضية بديلة**

2- $\alpha = 0.05 \rightarrow Z_{0.05} = 1.645$ — **مستوى المعنوية**

$-1.645 < Z$ — **اذا منطقة القبول تكون**

$$Z_{cal} = -9.129$$

5- الرسم البياني لتوضيح مناطق الرفض والقبول



ليكون القرار هو : ان القيمة المحسوبة لـ |Zcal|=9.129 اكبر من القيمة الجدولية لـ Ztable=1.645 اي (|Zcal|>Ztable) (9.129>1.645) فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة الرفض لـ H0 تحت المنحنى وهذا يدل على رفض فرضية العدم والقبول بالفرضية البديلة، (هذا الجزء مهم) وهذا اكد على ان معدل او متوسط الحديد في الدم للأشخاص الطبيعيين يكون اقل عن متوسط (125) مايكروغرام/100 مليلتر .

Sol/3

اما اذا كان تساؤل الباحث ان الفرضية البديلة تمثل حالة عدم مساوات وانما تكون بعيدة عن متوسط معدل الحديد في الدم بشكل اكبر من (125) لتكون الفرضية البديلة هي:

1- $H_0 : \mu = 125$ — **فرضية العدم**

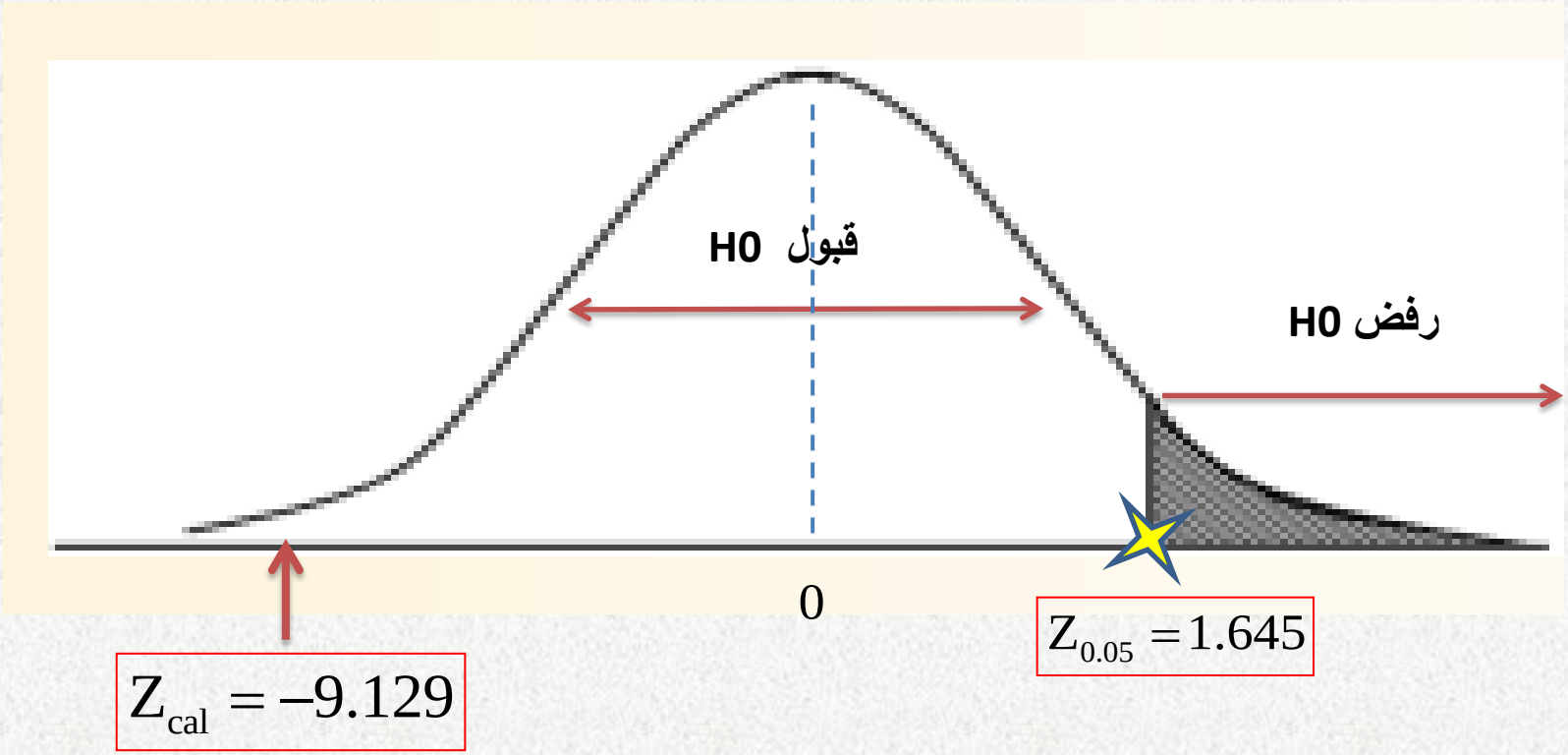
$H_1 : \mu > 125$ — **فرضية بديلة**

2- $\alpha = 0.05 \rightarrow Z_{0.05} = 1.645$ — **مستوى المعنوية**

$-1.645 < Z$ — **اذا منطقة القبول تكون**

$$Z_{cal} = -9.129$$

5- الرسم البياني لتوضيح مناطق الرفض والقبول



ليكون القرار هو : ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة القبول لـ H0 تحت المنحنى وهذا يدل على قبول فرضية العدم ورفض بالفرضية البديلة

مثال/واجب:

كان معدل انتاج احد الاصناف المحلية من الحنطة في السنوات الخمسة السابقة هو (1600) كغم/هكتار، وقد ادعى احد مربي النبات بانه استنبط سلالة من هذا الصنف يعطي انتاجاً اكبر. ولاختبار صحة ادعاء الباحث اخذت عينة عشوائية من النباتات قوامها (81) نباتاً من سلالة الجديدة ووجد ان متوسط انتاجها يساوي (1630) كغم/هكتار وبانحراف قياسي يساوي (10) كغم/هكتار، هل نتائج العينة تؤيد ادعاء الباحث تحت مستوى معنوية قدرها ($\alpha = 0.05, 0.01$).

مثال/واجب:

ادعت إحدى شركات إنتاج البنجر السكري بأنها تنتج صنف من البنجر السكري بنسبة سكر فيه يساوي (18%) غم وبانحراف معياري قدره (2.5) غم، لاختبار هذا الادعاء أخذت عينة عشوائية مؤلفة من (36) عينة وحسبت نسبة السكر فيها وكان وسطها الحسابي قدره (17.5) غم، فهل انتاج الشركة اقل عند مستوى معنوية قدرها ($\alpha = 0.05, 0.01$).