Sufficient Statistics: الاحصاء الكافي

تعريف خاصية الاحصاء الكافي:-

يقال للمقدر $\hat{\theta}$ هو تقدير كاف للمعلمة (θ) اذا كان هذا المقدر يحوي كل المعلومات المستقاة من العينة فيما يخص المعلمة θ ورياضيا يقال للمقدر $\hat{\theta}$ هو تقدير كافٍ اذا وفقط اذا امكن تحليل دالة الامكان لمشاهدات العينة الى حاصل ضرب دالتين الاولى تعتمد على دالة بدلالة المقدر $\hat{\theta}$ اي تجمع بين المعلمة ومقدرها والثانية دالة لا تعتمد على المعلمة θ فيمكن ان تكون دالة مشاهدات العينة اي ان:-

$$L(\theta) = g(x_1, x_2 \text{---} x_n)\, h(\hat{\theta}, \theta)$$

ولغرض فحص الكفاية لكل من $(\underline{\mu}, \Sigma)$ لمعلمتي التوزيع الطبيعي المتعدد بالمعلمتين $(\underline{\mu}, \Sigma)$ سوف نناقش الحالات الثلاثة لمعدلات الامكانية الاعظم.

(1) when Σ is know:-

In this Case the m.l.e for $\underline{\mu}$ is $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

دوال الامكانية تكون بالشكل الاتي:

$$L(\underline{\mu}) = (2\pi)^{-\frac{np}{2}} |\Sigma|^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2} tr[\Sigma^{-1} \sum (\underline{x}_i - \underline{\mu})(\underline{x}_i - \underline{\mu})']}$$

ملاحظة: اعتمدنا على خاصية الاثر لسهولة الحل.

we have:

$$\sum_{i=1}^{n} (\underline{x}_i - \underline{\mu})(\underline{x}_i - \underline{\mu})' = \sum_{i=1}^{n} [(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}}) + (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})][(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}}) + (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})]'$$

بإضافة وطرح $\bar{X}$

$$= \sum_{i=1}^{n} [(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}}) + (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})][(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})' + (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})']$$

$$= \sum_{i=1}^{n} ((\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})' + (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})(\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})' + (\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})(\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})'$$
$$+ (\bar{\underline{x}} - \underline{\mu})(\underline{x}_i - \bar{\underline{x}})')$$

Scanned with CamScanner