فإذا اختلف متوسطي المعاملتين المراد مقارنتهما بقيمة تساوي أو اكبر من 2.239 كغم فنقال أن المعاملتين تختلفان في تأثيرهما على معدل الزيادة في اوزان العجول أختلافاً معنوياً عند مستوى المعنوية (0.05).ومعنى ذلك ان اختلافاً مقداره 2.239 كغم أو أكثر بين هذين المتوسطين لايمكن أن يحدث في أكثر من 0.05 مرة كنتيجة للصدفة البحته واننا متأكدون بنسبة 95% بأن المتوسطين يمثلان عينات لمجتمعين لهما متوسطين مختلفين فعلاً كنتيجة لتأثير المعاملتين ، وعلى سبيل المثال فإن الفرق بين المعاملتين t_1 و t_2 (وهو 2.6) هوفرق معنوي ، في حين ان الفرق بين متوسطي المعاملتين t_4 و t_3 (وهو 1.2) هو فرق غير معنوي اي ان المعاملتين الاخيرتين لاتختلفان في تأثيرهما اختلافا معنوياً .

٢- أختبار Tukey's Procedure: Tukey

في هذا الاختبار تستخدم ايضاً قيمة احصائية واحدة لاختبار الفروق بين متوسطات المعاملات وتسمى هذه القيمة الفرق المعنوي الامين Honest Significaut Difference ويرمز لها H.S.D وتحسب هذه القيمة كما يلي :

$$H.S.D. = S_{\bar{y}i}.x\ Q_t$$

وخطوات اجراء هذا الأختبار تتلخص فيما يلي :

١- تقدير قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة :

$$S_{\bar{y}i}. = \sqrt{\frac{Mse}{r}}$$

٢- استخراج قيمة Qt من جدول توزيع Q عند مستوى المعنوية المطلوب للاختبار ، وبمعرفة عدد المعاملات في التجربة t ودرجات حرية الخطأ التجريبي .

٣- تحسب قيمة H.S.D بضرب القيمتين السابقتين .

٤- تقارن الفروق بين ازواج المتوسطات بقيمة H.S.D لتقرير معنويتها من عدمه .

ففي مثالنا السابق الخاص بمقارنة تأثير العلائق الخمسة والمسجلة بياناتها في جدول (٢ -١٦) ، وجدنا أن قيمة $S_{\bar{y}i}.$ تساوي 0.759 ، وبالرجوع الى جدول توزيع Q (عند مستوى 0.05 مثلاً) الموجود ضمن ملاحق الكتاب (جدول) نجد أن قيمة Q_6 (أي قيمة Q في حالة ست معاملات) وعند درجات حرية 20 (وهي درجات حرية الخطأ) نجدها تساوي 4.45 وعلى ذلك فإن قيمة H.S.D تساوي :

$$H.S.D_{(0.05)} = S_{\bar{y}i}.x\ Q_{6<}$$

$$= (0.759)(4.45) = 3.38 \quad kgs.$$

وتستخدم هذه القيمة لمقارنة الفروق بين متوسطات المعاملات ، فإذا كان الفرق مساوياً لهذه القيمة أو زاد عليها دل على أن الفرق في تأثير المعاملتين معنوياً ، أما اذا قل عنها فيدل على عدم أختلاف تأثير المعاملتين على الظاهرة المدروسة (وهي معدل الزيادة في اوزان العجول في مثالنا) . ويلاحظ في هذا الأختبار أن القيمة الأحصائية المستخدمة في الحكم على معنوية الفروق بين المتوسطات (قيمة H.S.D) اكبر في قيمتها من قيمة L.S.D المستخدمة في الاختبار السابق ، ولذلك فيعتبر هذا الاختبار اكثر تحفظا من الاختبار السابق وان كان به ايضاً بعض القصور الذي ناقشناه في اختبار L.S.D

٣- أختبار Scheffe : Scheffe's Test

ويشبه هذا الأختبار كلاً من الاختبارين السابقين في اعتماده على قيمة احصائية واحد لمقارنة الفروق بين ازواج متوسطات المعاملات . ويعتمد هذا الأختبار على العلاقة بين قيمة F وقيمة t حيث أن قيمة t في حالة معاملتين تساوي $\sqrt{F}$ وعلى ذلك فيمكننا التعبير عن معادلة L.S.D السابقة كما يلي :

$$L.S.D_{(0.05)} = \sqrt{2}\,(t_{(0.05)})\,S_{\bar{y}i.}$$

$$= \sqrt{2}\,(\sqrt{F_{(0.05)}})\,S_{\bar{y}i.}$$

ولقد قام Scheffe باستخدام هذه العلاقة وطبقها بالنسبة لأي عدد من المعاملات ، حيث حسب قيمته الأحصائية التي يستخدمها لمقارنة الفروق بين المتوسطات كما يلي :

$$\text{Scheffe's Value} = (\sqrt{2})\left[\sqrt{(t-1)(F_{(0.05)})}\right]\,S_{\bar{y}i.}$$

حيث أن t = عدد المعاملات .

وعلى ذلك فإن خطوات اجراء هذا الأختبار تتلخص فيما يلي :

١- تقدر قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة

$$S_{\bar{y}i.} = \sqrt{\frac{MSe}{r}}$$

٢- تستخرج قيمة F من جدول توزيع F عند مستوى المعنوية المطلوب (0.05 مثلاً) وبمعرفة درجات حرية المعاملات ودرجات حرية الخطأ (جدول F في الملاحق ،جدول ٢) .

٣- تضرب قيمة F في درجات حرية المعاملات لنحصل على قيمة ($(t-1)(F_{(0.05)})$)

٤- تحسب قيمة Scheffe بتطبيق المعادلة :

$$\text{Scheffe's Value}_{(0\cdot05)} = (\sqrt{2})\left[\sqrt{(t-1)(F_{(0\cdot05)}}\right]S_{\bar{y}i\cdot}$$

٥- تقارن الفروق بين متوسطات ازواج المعاملات بالقيمة التي حصلنا عليها لبيان معنوية الفروق من عدمه .

ففي مثالنا السابق المسجلة بياناته في جدول (٣-١٦) ، نستطيع أن نحسب قيمة Scheffe كما يلي :

قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة هي : $S_{\bar{y}i\cdot} = \sqrt{\frac{2.88}{5}} = 0.759$

قيمة F عند مستوى معنوية 0·05 ودرجات حرية 4 للمعاملات و 20 للخطأ هي :

$$F_{(0\cdot05)4,20} = 2.87$$

وعلى ذلك فإن قيمة Scheffe هي :

$$\text{Scheffe's Value}_{(0\cdot05)}{}^{+} = (1.44)\left[\sqrt{(5-1)(2.87)}\right](0.759) = 3.637$$

وتستخدم هذه القيمة لمقارنة الفروق بين متوسطي أي معاملتين فإذا كان الفرق مساوياً لهذه القيمة أو أعلى منها دل على اختلاف المعاملتين معنوياً أما اذا كان الفرق بين المتوسطين أقل من هذه القيمة فإن الأختلاف يكون غير معنوي . ويعتبر هذا الأختبار اكثر تحفظاً من الأختبارين السابقين

٤- أختبار Duncan's Multiple Range Test : Duncan

اقترح Duncan هذا الأختبار في عام ١٩٥٥ وذلك كمحاولة لتلافي عيوب الأختبارات السابقة ولكي يمكن اختبار جميع الفروق الممكنة بين جميع متوسطات المعاملات الداخلة في التجربة بنفس الدقة والكفاءة وعند نفس مستوى المعنوية المحدد للاختبار، وعلى ذلك فلقد قام Duncan باعداد جداول احصائية خاصة جداول Studentized Significant Range (أو جداول Dancan اختصاراً) ليستعان بها في استخراج قيم S.S.R التي تلزم لحساب قيم أقل مدى معنوي Least Significant Range

وهي القيم التي يعتمد عليها في مقارنة الفروق بين المتوسطات ، ومعنى ذلك أن هذا الأختبار يعتمد في تطبيقه على عدد من القيم الأحصائية وهي قيم L.S.R وليس على قيمة واحدة كما لاحظنا في الأختبارات السابقة ، وذلك لأن هذا الأختبار يأخذ في اعتباره المدى الخاص بالمقارنة أي عدد المتوسطات الذي يدخل ضمن مدى المقارنة ، وتبعاً لذلك تختار قيمة L.S.R المناسبة لأختبار الفرق الخاص بمقارنة معينة .

ويعتبر هذا الأختبار من أكفأ الأختبارات وأدقها ، ولقد أقبل الكثيرمن الباحثين على استخدامه في الفترة الأخيرة بعدما عرفوا قصور أختبار L.S.D بالاضافة الى أن هذا الأختبار من الممكن اجراؤه بصرف النظر عن معنوية أو عدم معنوية أختبار F .

ويمكن تلخيص اجراء هذا الأختبار فيما يلي :

١- تقدير قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة ..

$$S_{\bar{y}i.} = \sqrt{\frac{MSe}{r}}$$

٢- استخراج قيم SSR من جدول Duncan (جدول ٤ في الملاحق) وذلك بمعرفة مستوى المعنوية المطلوب للاختبار ودرجات حرية الخطأ من جدول تحليل التباين ، ويلاحظ أن قيم SSR تزداد بازدياد عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة .

٣- حساب قيم أقل مدى معنوي L.S.R وذلك بضرب قيمة $S_{\bar{y}i.}$ في كل من قيم S.S.R ، أي أن كل من قيم L.S.R تساوي :

$$L.S.R = S_{\bar{y}i.} \times S.S.R$$

٤- ترتيب متوسطات المعاملات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً .

٥- مقارنة الفروق الممكنة بين المتوسطات بقيم L.S.R المناسبة لاعداد المتوسطات الداخلة في مدى كل مقارنة ، للحكم على معنوية الفروق من عدمه .

وكمثال لتطبيق هذا الأختبار ، نعود الى مثالنا السابق والخاص بمقارنة تأثير العلائق الخمسة على معدل الزيادة في اوزان العجول والتي سجلت بياناتها في الجدول (٢-١٦) ، لنحسب اولاً قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة ..

$$S_{\bar{y}i.} = \sqrt{\frac{MSe}{r}} = \sqrt{\frac{2.88}{5}} = 0.759$$

ثم نستخرج قيم S.S.R من جدول Duncan (عند مستوى معنوية 0.05 مثلاً) وعند درجات حرية الخطأ وهي 20 درجة حرية (كما هو موضح في جدول ٢-١٧) ،

والقيم التي نحتاجها في هذه الحالة هي القيم الخاصة باعداد المتوسطات 2 و3 و4 و 5 وهي أعداد المتوسطات التي قد تدخل ضمن المقارنات المتعددة . وهذه القيم موضحة في جدول (٢-١٧) . وبعد ذلك نضرب كل من قيم S.S.R في قيمة $S_{\bar{y}i.}$ أي في 0.759 وذلك لكي نحصل على قيم L.S.R المطلوبة كما هوموضح في جدول (٣-١٨).

جدول (٣-١٨) . قيم S.S.R وقيم L.S.R المطلوبة لاختبار الفروق بين متوسطات المعاملات (العلائق) الخمسة في تجربة تغذية الحيوان المسجلة بياناتها في جدول (٣-١٦) .

	اعداد المتوسطات الداخلة ضمن مجال المقارنات			
	2	3	4	5
S.S.R	2.950	3.097	3.190	3.255
$S_{\bar{y}i.}$			0.759	
L.S.R	2.239	2.351	2.421	2.471

ولاتمام المقارنات بين المتوسطات واختبار معنوية الفروق بينها ، نرتب متوسطات المعاملات في جدول ثم نحسب الفروق بينها كما هو موضح في جدول (٣-١٩)، وبعد ذلك نقارن كل فرق محسوب بقيمة L.S.R المقابلة والتي تحدد على اساس عدد المتوسطات الداخلة ضمن مجال كل مقارنة فاذا وجد ان الفرق بين المتوسطين مساويا لقيمة L.S.R او اعلى منها كان هذا الفرق معنويا فنؤشر عليه بما يفيد معنويته . اما اذا كان الفرق اقل من قيمة L.S.R فيعني ان هذا الفرق بين متوسطي المعاملتين غير معنوي فيترك دون تاشير .

وبعد ذلك نقوم بوضع خطوط مشتركة تحت المتوسطات التي لم تكن فروقها معنوية ، دليلا على ان هذه المعاملات لا تختلف معنويا في تأثيراتها على الصفة المدروسة وتستخدم طريقة وضع الخطوط المشتركة تحت متوسطات المعاملات للتدليل على عدم اختلافها معنويا عندما يراد الابقاء على ترتيب المتوسطات بنفس الترتيب التصاعدي او التنازلي الذي استخدم عند مقارنة الفروق بينها ، وقد يستعاض عن الخطوط المشتركة بوضع احرف

جدول (٣–١٩) . مقارنة متوسطات العلائق الخمسة في تجربة تغذية الحيوان المسجلة بياناتها في جدول (٣–١٦) وذلك باستخدام قيم L.S.R المحسوبة في جدول (٣ – ١٨)

t_i	$\bar{y}_{i.}$	L.S.R	$\bar{y}_{i.}$ – 4.8 (t_4)	$\bar{y}_{i.}$ – 6.0 (t_3)	$\bar{y}_{i.}$ – 7.2 (t_1)	$\bar{y}_{i.}$ – 8.6 (t_5)
t_2	9.8	2.47	5.0 *	3.8 *	2.6 *	1.2
t_5	8.6	2.42	3.8 *	2.6 *	1.4	
t_1	7.2	2.35	2.4 *	1.2		
t_3	6.0	2.25	1.2			

ابجدية مشتركة بحيث يدل ظهور حرف ابجدي اسفل او بجوار متوسطين (او اكثر) على عدم اختلاف هذه المتوسطات معنويا ، وعلى ذلك فنتيجة اختبار فروق المتوسطات الخمسة لتجربة تغذية الحيوان الذي اجري في جدول (٣–١٩) ، يمكن تمثيلها فيما يلي باستخدام الخطوط او الاحرف المشتركة

$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{5.}$	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
9.8	8.6	7.2	6.0	4.8
a	ab	bc	cd	d

وعلى ذلك فيمكننا أن نفسر نتيجة هذا الأختبار بأن المقارنات المتعددة بين متوسطات المعاملات قد أظهرت أن المعاملة الثانية قد تفوقت في تأثيراتها على المعاملات الأولى والثالثة والرابعة ولو أنها لم تختلف معنوياً عن المعاملة الخامسة ، وبأن المعاملة الخامسة لم تختلف عن المعاملة الأولى ولكنها تفوقت على المعاملتين الثالثة والرابعة . وبأن المعاملة الأولى تفوقت فقط على المعاملة الرابعة ، في حين أن المعاملتين الثالثة والرابعة لم تختلفا في تأثيرهما على معدل زيادة وزن العجول الصغيرة اختلافاً معنوياً .

وتعتبر طريقة استخدام الحروف أسفل أو بجوار المتوسطات للتعبير عن وجود المعنوية من عدمه طريقة اكثر مرونة من استخدام الخطوط . حيث أنه كما ذكرنا سابقاً فإن استخدام الخطوط تحت المتوسطات يحتم الابقاء على ترتيب المتوسطات كما كانت عند اجراء الأختبار ، أما استخدام الحروف فيمكننا من اعادة ترتيب المتوسطات حسبما نرغب بعد الانتهاء من الأختبار ووضع الحروف المشتركة أو المختلفة وعلى ذلك فيمكننا اعادة ترتيب المتوسطات السابقة حسب تسلسل أرقام المعاملات كما هو موضح في جدول (٣–٢٠) .

جدول (٣– ٢٠) . متوسطات المعاملات المسجل بيانها في جدول (٣– ١٦) ، ونتيجة اختبار معنوية الفروق بينها باستخدام اختبار Duncan

t_i	$\bar{y}_i$.	*
t_1	7.2	bc
t_2	9.8	a
t_3	6.0	cd
t_4	4.8	d
t_5	8.6	ab

* المتوسطات التي يظهر معها حرف ابجدي مشترك لاتختلف فيما بينها اختلافاً معنوياً حسب اختبار Duncan عند مستوى معنوية 0.05.

٥– اختبار Newman - Keul

ويشبه هذا الأختبار في طريقة اجرائه الأختبار السابق الى حد كبير ، فهو يعتمد على عدة قيم احصائية لمقارنة الفروق بين المتوسطات ، غير أنه بدلا من حساب قيم أقل مدى معنوي L.S.R عن طريق ضرب قيم S.S.R في الخطأ القياسي لأي معاملة في الأختبار السابق ، فاننا في هذا الأختبار نحسب قيم L.S.R عن طريق ضرب قيم Q (التي نحصل عليها من جدول توزيع Q عند مستوى المعنوية المطلوب وبمعرفة أعداد المعاملات في المدى ودرجات حرية الخطأ) في الخطأ القياسي لأي معاملة ، وعلى ذلك فان قيم L.S.R لهذا الأختبار تحسب من المعادلة :

$$L.S.R = S_{\bar{y}i} . (Q)$$

ولكي نطبق هذا الأختبار على المثال السابق والخاص بمقارنة تأثير العلائق الخمسة على معدل زيادة وزن العجول والتي سجلت بياناتها في جدول (٣–١٦) نقوم أولا بحساب الخطأ القياسي لأي معاملة $S_{\bar{y}i}$ وهو كما حصلنا عليه في الأختبارات السابقة يساوي

0.759 ، ثم نستخرج قيم Q من جدول توزيع Q الملحق باخر الكتاب (جدول ٥) لأعداد المعاملات التي قد تدخل في مدى المقارنات المختلفة أي لأعداد المعاملات 2و3و4و5 وذلك عند درجات حرية الخطأ وهي 20 درجة حرية ، وهذه القيم المطلوبة مسجلة في جدول (٣–١٢) بالأضافة الى قيم L.S.R التي نحصل عليها من ضرب قيم Q بقيمة $S_{\bar{y}i.}$

جدول (٣–٢١) . قيم Q وقيم L.S.R الخاصة باختبار Newman-Keul لاختبار الفروق بين متوسطات العلائق الخمس في تجربة تغذية الحيوان المسجلة بياناتها في جدول (٣–١٦) .

	اعداد المعاملات t الداخلة ضمن مجال المقارنة			
	2	3	4	5
Q	2.95	3.58	3.96	4.24
$S_{\bar{y}i.}$			0.759	
L.S.R	2.239	2.717	3.006	3.218

وبعد ذلك ترتب المتوسطات في جدول وتحسب الفروق بين المتوسطات وتقارن بالقيم المناسبة من قيم L.S.R كما سبق أن اوضحنا في الأختبار السابق في جدول (٢–٢٠) . وتكون النتيجة النهائية للاختبار هي :

$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{5.}$	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
9.8	8.6	7.2	6.0	4.8
a	ab	bc	cd	d

ونلاحظ في هذا الأختبار أن قيم L.S.R كانت أكبر منها في الأختبار السابق ، ولذلك فلقد انخفض عدد الفروق المعنوية عنه في الأختبار السابق ، كما نلاحظ أن قيمة L.S.R المحسوبة لمعاملتين تتساوى مع مثيلتها في الأختبار السابق ، كما نلاحظ كذلك أن القيمة المحسوبة لأكبر مدى أي في حالة خمس معاملات ضمن مجال المقارنة تتساوى مع القيمة الأحصائية التي حسبت في اختبار Tukey وهي قيمة H.S.D.

٦ – اختبار L.S.D المعدل : Revised L.S.D Test

لاحظنا في مناقشاتنا للاختبارات السابقة أن بعض هذه الأختباراتِ مثل اختبار Duncan واختبار Newman-Keul تتطلب حساب عدد من القيم الأحصائية لمقارنة الفروق بين المتوسطات ، مما يزيد من صعوبة تطبيق الأختبار ، في حين أن بعض الأختبارات التي تعتمد على حساب قيمة احصائية واحدة مثل اختبارات L.S.D و Tukey و Scheffe فعلى الرغم من سهولة اجرائها الا أنه – وكما أشرنا سابقا – يوخذ فيها بعض القصور ، كما ويعتبر الاختباران الاخيران طرقا متحفظة للمقارنة بين المتوسطات اذ تعتمد على قيم احصائية كبيرة نسبيا مما يقل معها عدد الفروق الأحصائية ، ولذلك فلقد قام Duncan في عام (١٩٦٩) باقتراح تعديل على اختبار L.S.D السابق ، بحيث يجمع ما بين اختبار F واختبار L.S.D، حتى يمكن تلافي عيوب هذا الأختبار وفي الوقت نفسه يمكن الأستفادة من سهولة اجرائه .

ويتلخص هذا الأختبار المعدل في أنه بدلا من استخدام قيمة t المعتادة (والتي نحصل عليها من جدول توزيع Student'st) في اختبار L.S.D السابق ، فاننا هنا في هذا الأختبار الجديد أو المعدل نستخدم قيمة t المعدلة والتي يرمز لها t' وتستخرج هذه القيمة من جداول خاصة أعدها Duncan لكل من مستوى المعنوية 0.05 و 0.01 وذلك بمعرفة كل مما يأتي :

F وهي قيمة F المحسوبة للمعاملات والتي تساوي .... $\frac{MSt}{MSe}$

q وهي درجات حرية المعاملات

f وهي درجات حرية الخطأ .

وعلى ذلك فان قيمة أقل فرق معنوي في الأختبار المعدل تحسب كما يلي :

$$L.S.D'_{(0.05)} = (t')(\sqrt{2})(S_{\bar{y}i.})$$

ولتطبيق هذا الأختبار على مثالنا السابق الخاص بمقارنة العلائق الخمسة والمسجلة بياناته في جدول (٣ – ١٦) ، نستخرج قيمة t' من الجداول الخاصة الملحقة في آخر الكتاب (جدول ٦) وذلك بمعرفة درجات حرية المعاملات (q) وهي 4 ودرجات حرية الخطأ f وهي 20 ، وقيمة F وهي 6.90 (من جدول ٣–١٧) ، فنجد أن قيمة t' تساوي 2.02 وعلى ذلك فقيمة L.S.D' هي :

$$L.S.D'_{(0.05)} = (2.02)(1.414)(0.795) = 2.168$$

وبعد ذلك نرتب متوسطات المعاملات (تنازلياً أو تصاعديا) ونستخرج جميع الفروق الممكنة بينها ونقارن كل فرق منها بالقيمة الاحصائية التي حصلنا عليها لأقل فرق معنوي . فاذا تساوى الفرق مع هذه القيمة أو زاد عنها كان فرقا معنويا أما اذا قل الفرق عن هذه القيمة اعتبر غير معنوي ، وعلى ذلك فنتيجة اجراء هذا الأختبار تكون كما يلي :

$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{5.}$	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
9.8	8.6	7.2	6.0	4.8
a	ab	bc	cd	d

ويلاحظ أن قيمة L.S.D′ أي قيمة أقل فرق معنوي في الأختبار المعدل تقل عن القيمة التي سبق لنا أن حصلنا عليها في الاختبار المعتاد ، والتي كانت 2.239 وكلما زادت قيمة F قلت قيمة t' وتقل تبعا لها قيمة L.S.D′ ، الا ان قيمة t' تزداد بزيادة عدد المعاملات (اي بزيادة q) ، وتقل بزيادة عدد التكرارات (التي تؤدي الى زيادة f أي درجات حرية الخطأ) .

ولقد أشار Duncan الى أن هذا الأختبار المعدل لا يقل كفاءة عن اختباره السابق (أي اختبار Duncan المتعدد المدى Duncan's Multiple Range Test) كما أن هذا الأختبار المعدل يتميز ببساطته وسهولة اجرائه حيث يعتمد على حساب قيمه احصائية واحدة .

ثانياً : في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات
CRD with Unequal Number Replications

(١) تمثيل النتائج بالرموز الجبرية SymbolicalRepresentation of Data

اذا كانت المعاملات المختلفة غير متساوية في اعداد تكراراتها ، اي ان r_i غير موحدة في جميع المعاملات فان المشاهدات المسجلة فى التجربة يمكن تمثيلها برموز جبرية كما هوموضح في جدول (٣-٢٠) .

(٢) النموذج الرياضي للتجربه Linear Model

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\cdots,t \\ j = 1,2,\cdots,ri \end{cases}$$