وبعد ذلك نرتب متوسطات المعاملات (تنازلياً أو تصاعديا) ونستخرج جميع الفروق الممكنة بينها ونقارن كل فرق منها بالقيمة الاحصائية التي حصلنا عليها لأقل فرق معنوي . فاذا تساوى الفرق مع هذه القيمة أو زاد عنها كان فرقا معنويا أما اذا قل الفرق عن هذه القيمة اعتبر غير معنوي ، وعلى ذلك فنتيجة اجراء هذا الأختبار تكون كما يلي :

$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{5.}$	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
9.8	8.6	7.2	6.0	4.8
a	ab	bc	cd	d

ويلاحظ أن قيمة L.S.D′ أي قيمة أقل فرق معنوي في الأختبار المعدل تقل عن القيمة التي سبق لنا أن حصلنا عليها في الاختبار المعتاد ، والتي كانت 2.239 وكلما زادت قيمة F قلت قيمة t' وتقل تبعا لها قيمة L.S.D′ ، الا ان قيمة t' تزداد بزيادة عدد المعاملات (اي بزيادة q) ، وتقل بزيادة عدد التكرارات (التي تؤدي الى زيادة f أي درجات حرية الخطأ) .

ولقد أشار Duncan الى أن هذا الأختبار المعدل لا يقل كفاءة عن اختباره السابق (أي اختبار Duncan المتعدد المدى Duncan's Multiple Range Test) كما أن هذا الأختبار المعدل يتميز ببساطته وسهولة اجرائه حيث يعتمد على حساب قيمه احصائية واحدة .

ثانياً : في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات
CRD with Unequal Number Replications

(١) تمثيل النتائج بالرموز الجبرية SymbolicalRepresentation of Data

اذا كانت المعاملات المختلفة غير متساوية في اعداد تكراراتها ، اي ان r_i غير موحدة في جميع المعاملات فان المشاهدات المسجلة فى التجربة يمكن تمثيلها برموز جبرية كما هوموضح في جدول (٣-٢٠) .

(٢) النموذج الرياضي للتجربه Linear Model

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\cdots,t \\ j = 1,2,\cdots,ri \end{cases}$$

جدول (٣–٢٠) . تمثيل نتائج تجربة مصممة على اساس CRD في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات المختلفة (r_i غير موحدة)

المعاملات Treatments t_i	المشاهدات Observations y_{ij}	مجموع المعاملات Treat. Totals $Y_{i.}$	متوسط المعاملات Treat. Mean $\bar{y}_{i.}$
t_1	$y_{11}\ y_{12}\ \ldots\ y_{1j}\ \ldots\ y_{1r_1}$	$Y_{1.}$	$\bar{y}_{1.}$
t_2	$y_{21}\ y_{22}\ \ldots\ y_{2j}\ \ldots\ y_{2r_2}$	$Y_{2.}$	$\bar{y}_{2.}$
.	. . . .	.	.
.	. . . .	.	.
t_i	$y_{i1}\ y_{i2}\ \ldots\ y_{ij}\ \ldots\ y_{ir_i}$	$Y_{i.}$	$\bar{y}_{i.}$
.	. . . .	.	.
.	. . . .	.	.
t_t	$y_{t1}\ y_{t2}\ \ldots\ y_{tj}\ \ldots\ y_{tr_t}$	$Y_{t.}$	$\bar{y}_{t.}$
		$Y_{..}$	$\bar{y}_{..}$

اي ان قيمة اي مشاهدة = المتوسط العام للعشيرة او المجتمع (مجتمع المشاهدات) + تأثير المعاملة التي احدثتها الوحدة التجريبية التي سجلت منها المشاهدة + الخطأ العشوائي الخاص بتلك الوحدة التجريبية .

(٣) جدول تحليل التباين ANOVA Table

يبين الجدول (٣–٢١) جدول تحليل التباين لتجارب التصميم العشوائي الكامل موضحاً به طرق الحسابات المطلوبة ، وذلك في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات الداخلة في التجربة .

ويتضح لنا من مقارنة جدول تحليل التباين في حالة تساوي عدد تكرارات المعاملات الموضح في جدول (٣–٢) بجدول تحليل التباين في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات الموضح في جدول (٣–٢١) ان طرق الحسابات واحدة ، الا أن هناك تعديلات طفيفة لعدم توحيد اعداد r_i فمثلاً لحساب درجات الحرية الخاصة بالخطأ (اي درجات الحرية داخل المعاملات) فاننا نحسبها من حاصل جمع (عدد المشاهدات داخل كل معاملة –١) ، وهذه يمكن حسابها بالمعادلة $\sum r_i - t$ في الحالتين ، غير انه اذا تساوت r_i لجميع المعاملات فيمكن حسابها من $t(r-1)$ ، وكذلك لحساب مجموع مربعات المعاملات SSt فهي تحسب من حاصل جمع $\frac{\text{مربع مجموع كل معاملة}}{\text{عدد تكراراتها}}$ اي

$\sum \frac{Y_{i.}^2}{r_i}$ ثم نطرح معامل التصحيح (C) من حاصل الجمع ، وهذه ايضاً يمكن تطبيقها في حالة تساوي r_i اوعدم تساويها ، غير انه في حالة تساوي r فاننا نستطيع ان نجمع اولاً مربع مجاميع المعاملات ثم نقسم المجموع على r مرة واحدة ثم نطرح بعد ذلك معامل التصحيح .. وهكذا يمكن ملاحظة ان المعادلات في الجدولين اساسهما واحد .

وهناك بعض التعديلات الطفيفة ايضاً عند اجراء المقارنات بين المتوسطات في حالة عدم تساوي تكرارات المعاملات ، فاذاكنا نرغب مثلاً في اجراء المقارنات بين المتوسطات باتباع طريقة Dunnett او باتباع اختبار Duncan فالتعديلات هي :

١ – عند اتباع طريقة Dunnett فان حساب الخطأ القياسي للفرق بين المعاملتين الداخلتين في المقارنة يكون كما يلي :

$$S_{(\bar{y}1\cdot - \bar{y}2\cdot)} = \sqrt{\frac{MSe}{r_1} + \frac{MSe}{r_2}}$$

وعلى ذلك فان قيمة D لمقارنة الفرق بين متوسط المعاملة الاولى (الكنترول مثلا) والمعاملة الثانية تكون :

$$D = \text{Dunnett's.t} \times \sqrt{MSe} \cdot \sqrt{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

وتكون قيمة D لمقارنة الفرق بين متوسط المعاملة الاولى والمعاملة الثالثة هي :

$$D = \text{Dunnett's t} \times \sqrt{MSe} \cdot \sqrt{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_3}}$$

اي اننا في هذه الحالة سنحسب قيم مختلفة للفرق المعنوي D بحسب عدد المقارنات المطلوبة وذلك تبعا للمعاملات الداخلة في المقارنة وذلك لاختلاف تكرارات المعاملات .

٢ – اما في حالة اللجوء الى اختبار Duncan فان قيمة الخطأ القياسي الذي سيضرب في قيمة SSR ستتوقف كذلك على اعداد تكرارات المعاملتين الداخلتين في المقارنة حيث تحسب قيمة للخطأ القياسي $S_{\bar{y}}$ لكل مقارنة كما يلي :

$$S_{\bar{y}i\cdot} = \sqrt{\frac{MSe}{2} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = \sqrt{MSe} \left(\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}\right)$$

جدول (٣-٢١) . جدول تحليل التباين لتجارب التصميم العشوائي الكامل عندما تكون غير موحدة في جميع المعاملات

S.O.V.	d.f	S.S.	M.S.	E. M. S.		Cal. F	Tab. F
				Model I (Fixed Model)	Model II (Random Model)		
Treatments	$t-1$	$SSt = (\sum \frac{Yi.^2}{ri}) - \frac{(Y..)^2}{\sum ri}$	$MSt = \frac{SSt}{t-1}$	$\sigma_e^2 + r_0 \frac{\sum \pi^{2*}}{t-1}$	$\sigma_e^2 + r_0 \sigma_\pi^{2*}$	$\frac{MSt}{MSe}$	$F(t-1),(\sum ri - t)$
Error	$\sum ri - t$	$SSe = SST - SSt$	$MSe = \frac{SSe}{\sum ri - t}$	σ_e^2	σ_e^2		
Total	$\sum ri - 1$	$SST = \sum y_{ij}^2 - \frac{(Y..)^2}{\sum ri}$					

* where : $r_0 = \frac{(\sum ri - \frac{\sum ri^2}{\sum ri})}{t-1}$

ثم نضرب بعد ذلك قيمة $S_{\bar{y}i}$ في القيمة التي تخص المقارنة من قيم SSR ويمكن لتسهيل الحسابات ان نضرب اولا كل قيم SSR المطلوبة بقيمة $\sqrt{MSe}$ لنحصل على قيم وسطية للمدى المعنوي لكل مقارنة ، وبعد ذلك نضرب كل قيمة من تلك القيم الوسطية في معامل يحسب لكل مقارنة وقيمته هي :

$$\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)}$$

حيث r_1 هي تكرارات المعاملة الاولى في المقارنة و r_2 هي تكرارات المعاملة الاخرى في تلك المقارنة .

(٤) مثال محلول : Exampie

اجريت تجربة لدراسة بعض ظروف التخزين على المستوى الرطوبي لالواح خشب الصنوبر الابيض حيث جربت خمس طرق تخزينية واستخدمت في كل منها اعداد مختلفة من الوحدات التجريبية (اي ان اعدادا مختلفة من الالواح خزنت في كل من الطرق الخمس) . وكانت نتائج تقدير نسبة الرطوبة (المشاهدات) كما يظهر في جدول (٣-٢٢) .

جدول (٣-٢٢) . نسبة الرطوبة في الالواح المخزنة بخمس طرق تخزينية مختلفة

طرق التخزين Treatments t_i	نسبة الرطوبة Observations y_{ij}				مجاميع المعاملات $Y_{i.}$		عدد المتكررات r_i
1	8.5	8.8	9.5	9.6	9.5	45.9	5
2	8.3	6.6	8.6			23.5	3
3	7.6	9.3				16.9	2
4	10.7	9.1	11.2			31.0	3
5	9.2	8.3				17.5	2

$Y_{..} = 134.8 \quad \Sigma r_i = 15$

وخطوات تحليل هذه البيانات هي :

معامل التصحيح . . . .

$$C = \frac{(Y_{..})^2}{\Sigma r_i} = \frac{(134.8)^2}{15} = 1211.402$$

مجموع المربعات الكلية . .

$$SST = \Sigma y_{ij}^2 - C = (8.5)^2 + (8.8)^2 + ... + (8.3)^2 - C = 17.878$$

مجموع مربعات المعاملات . .

$$SSt = \sum \frac{Y_{i.}^2}{r_i} - C = \frac{(45.9)^2}{5} + \frac{(23.5)^2}{3} + ... + \frac{(17.5)^2}{2} - C$$

$$= 10.306$$

مجموع مربعات الخطأ . .

$$SSe = SST - SSt = 17.878 - 10.306 = 7.572$$

وبعد ذلك نلخص نتائج هذه التحليلات في جدول تحليل التباين الموضح في جدول (٣-٢٣)

جدول (٣-٢٣) . جدول تحليل التباين لبيانات نسبة الرطوبة المسجلة في جدول (٣-٢٢) .

S.O.V.	d.f	S.S	M.S	CalF	Tab. F
Treatments	4	10.306	2.576	3.40	3.48
Error	10	7.572	0.757		
Total	14	17.878			

لم تختلف المعاملات معنوياً عند مستوى ٠,٠٥

مثال اخر محلول : Example

في احد حقول الذرة المزروعة بصنف معين اختير 54 نباتا عشوائيا وبعد فحصها وجد ان 27 منها كانت موافقة للصنف Normal و 15 كانت مخالفة للصنف Offtypes و 12 نباتا كانت شاذة Aberrant . اخذت بيانات عن حاصل هذه النباتات لمقارنتها ، وهذه البيانات مسجلة بالجدول (٣-٢٣) .

جدول (٣ – ٢٣) . حاصل 54 نباتا من الذرة بالجرام لمقارنة المجاميع الثلاثة (المعاملات) .

t_i	y_{ij}	$Y_{i.}$	r_i
t_1 (Normal)	100, 122, 167, 108, 152, 194, 169, 119, 135, 174, 135, 60, 103, 111, 118, 122, 119, 106, 114, 84, 60, 89, 107, 67, 102, 96, 143.	3176	27
t_2 (Offtypes)	108, 88, 114, 131, 136, 105, 86, 66, 151, 122, 24, 84, 90, 111, 110	1526	15
t_3 (Aberrant)	19, 67, 7, 22, 34, 50, 21, 23, 22, 26, 36, 14.	341	12

$Y_{..} = 5043 \quad \Sigma r_{i.} = 54$

وخطوات تحليل التباين لهذه البيانات هي

معامل التصحيح . . .

$$C = \frac{(Y_{..})^2}{\Sigma r_{i.}} = \frac{(5043)^2}{54} = 470960.166$$

مجموع المربعات الكلية

$$SST = \Sigma y_{ij}^2 - C = (100)^2 + (122)^2 + \ldots + (14)^2 - C = 113316.834$$

مجموع مربعات المعاملات

$$SSt = \sum \frac{(Y_{i.})^2}{r_{i.}} - C = \frac{(3176)^2}{27} + \frac{(1526)^2}{15} + \frac{(341)^2}{12} - C =$$

67566.686

مجموع مربعات الخطأ

$$SSe = SST - SSt = 45750.148$$

ويمكن بعد ذلك اجراء المقارنات المستقلة بين المعاملات (وعددها اثنتان لان درجات حرية المعاملات اثنين) ، ويمكن توضيح المقارنتين فيما يلي :

Q_1 = Normal Vs. Offtypes

Q_2 = Normal + Offtypes Vs. Aberrants

وكما سبق لنا ان اوضحنا فان مجموع مربعات المعاملات يجب ان يتوزع بين هاتين المقارنتين اي ان مجموع مربعات المقارنتين يجب ان يتساوى مع مجموع المربعات بين المعاملات . والجدول (٢-٢٤) يوضح طريقة اجراء هاتين المقارنتين وحساب مجموع مربعات كل منهما .

جدول (٣-٢٤) . المقارنات المستقلة بين مجاميع نباتات الذرة الثلاثة الموضحة في جدول (٣-٢٣) .

Contrast	Treatment Totals			Q_i	SSQ_i
	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	$Y_{3.}$		
	3176	1526	341		
	r_i : (27)	(15)	(12)		
N vs. O	+1	−1	0	6438	2436.675
N + O vs A	+1	+1	−2	42102	65130.011

$$SSQ_1 = \frac{[15(3176) - 27(1526)]^2}{(27)(15)(27 + 15)} = \frac{(6438)^2}{17010} = 2436.675$$

$$SSQ_2 = \frac{[12(4702) - 42(341)]^2}{(42)(12)(27 + 15 + 12)} = \frac{(42102)^2}{27216} = 65130.011$$

وعموماً فان مجموع مربعات اي مقارنة يمكن حسابه من المعادلة العاملة التالية :

$$SSQ_i = \frac{\left\{ \sum C_i \left(\frac{Y_{i.}}{r_i} \right) \right\}^2}{\sum \left(\frac{C_i^2}{r_i} \right)} \quad \text{أو} \quad = \frac{(\sum C_i \bar{y}_{i.})^2}{\sum \left(\frac{C_i^2}{r_i} \right)}$$

وتلخص بعد ذلك نتائج تحليل التباين كاملة في جدول تحليل التباين بعد ان جزئت درجات حرية المعاملات الى درجات حرية فردية كما يتضح في جدول (٣-٢٥) .

جدول (٣-٢٥) . جدول تحليل التباين لحاصل بيانات الذرة المسجلة في جدول (٣-٢٣) .

S.O.V	d.f	S.S.	M.S	F
Treatments	2	67566.686	33783.35	37.66**
N VS. O	(1)	(2436.675)	2436.70	2.70
N +O VS A	(1)	(65130.011)	65130.01	72.60**
Error	51	45750.148	897.06	
Total	53	113316.834		

** Significant at 0.01 level

وتوضح النتائج المدونة بجدول (٣-٢٥) ان المعاملات اختلفت فيما بينها معنوياً وان هذا الاختلاف موجود اساساً في المقارنة بين النباتات الطبيعية (سواء الموافقة وغير الموافقة للصنف) من جهة وبين النباتات الشاذة كما تعكسها نتيجة المقارنة الثانية ..

(٣ : ٦) التصميم العشوائي الكامل مع تسجيل اكثر من مشاهدة لكل وحدة تجريبية

CRD with More Than One Obeservation per Experimental Unit

في بعض تجارب التوزيع العشوائي الكامل قد تسجل عدة مشاهدات من كل وحدة تجريبية اي من الوحدة التي طبقت عليها المعاملة ، وعلى ذلك فالمعاملة تحتوي على عدد من الوحدات التجريبية وقد يؤخذ من كل وحدة تجريبية عدد من العينات العشوائية ، ومن الممكن ان يؤخذ ايضاً من كل عينة عدد من التقديرات ومثل هذا النوع من التجارب يعرف بالتجارب المتشعبة او يطلق عليه التصميم المتشعب او المتدرج (Nested or Hierarchical Classification)

ومن امثلة ذلك في التجارب الحقلية قد لايتوفر الوقت للباحث مثلا لكي يحصد كلاً من القطع التجريبية بأكملها وعلى ذلك فقد يلجأ الى اختيار قطع عشوائية من كل قطعة تجريبية ثم يحصد نباتات كل من الاجزاء المختارة . وفي تجارب تغذية الحيوانات قد تكون الوحدات التجريبية عدة حظائر يوزع على كل منها احدى العلائق (المعاملات) فالحيوانات داخل