احصاء حيوي

الكورس الاول

(موضوع المحاضرة)

اختبارات تتعلق بالفرق بين وسطين حسابيين

Test Concerning of Two Means

Dr.Safwan Nathem Rashed

اختبارات تتعلق بالفرق بين وسطين حسابيين

يهتم هذا النوع من الاختبارات على وجود فروق بين متوسطي مجتمعين لحالتين مختلفتين او مقارنة هذا الفرق مع مقدار معين يضعه الباحث لاختبار الفرق بينهما، هناك عدة حالات لهذه الاختبارات وسوف نتطرق لها بالتفصيل وكما يلي:

- اختبارات تتعلق بمتوسطين في حالة العينات الكبيرة.
- اختبارات تتعلق بمتوسطين في حالة العينات الصغيرة.
- اختبار الفرق بين وسطين حسابيين مرتبطين.

- **اختبارات تتعلق بمتوسطين غير المستقلين (مرتبطين) في حالة العينات الصغيرة**

Depended sample or Pair observations

عندما تكون العينتين غير مستقلتين (مرتبطين) في حالة المشاهدات المزدوجة وتكون العينتان غير مستقلتان مرتبطة على شكل ازواج اي مرتبطة بعضها مع البعض الاخر، فمثلاً عند اجراء تجربة لدراسة تأثير دواء معين على ضغط الدم لـ (10) مرضى عادةً يتم قياس الضغط الدم لهؤلاء المرضى قبل وبعد اعطاء الدواء لهم. وعليه يجب ان يكون حجم العينتين متساوٍ اي ان $(n_1=n_2=n)$ حيث ان (n) تمثل عدد ازواج المشاهدات وترتب فيها البيانات بالشكل الاتي:

عدد الازواج	العينة (١)	العينة (٢)	الفرق di
1	X11	X12	d1=X11-X12
2	X21	X22	d2=X21-X22
3	X31	X32	d3=X31-X32
. . .	. . .	. . .	. . .
n	Xn1	Xn2	dn=Xn1-Xn2

وان نتيجة الفرق بين متوسطي المجتمعين يكون مساوياً لمتوسط الفروق اي ان $\mu_1 - \mu_2 = \mu_D$:

وعليه فان فرضية العدم هي:

$$\boxed{H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0 \quad \text{or} \quad H_0 : \mu_D = d_0}$$

وعليه فان الفرضية البديلة التي تم توضيحها سابقاً تكون:

$$\boxed{\text{v.s.} \begin{cases} H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0 \ ; \ H_1 : \mu_D \neq d_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0 \ ; \ H_1 : \mu_D > d_0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0 \ ; \ H_1 : \mu_D < d_0 \end{cases}}$$

d_0 : هي قيمة معينة معلومة تمثل الفرق بين المتوسطين

لذا فان الاختبار قد اختزل الى **اختبار لعينة واحدة**، واجراء الاختبار سوف تكون مشابه لدراسة **وسط حسابي واحد** وخطوات العمل هي:

١- ايجاد الفروق بين الازواج المتناظرة $(d_i \; ; \; i=1,2,3,\ldots,n)$:

$$\boxed{d_i = X_{i1} - X_{i2}}$$

٢- نحسب الوسط الحسابي لهذا الفرق $(\bar{d})$:

$$\boxed{\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}}$$

٣- ايجاد تباين الفروق (S_D^2) بالصيغة :

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

٤- معيار الاختبار الاحصائي هو :

$$t_{cal} = \frac{\bar{d} - d_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \sim t_{(\alpha, v=n-1)}$$

٥- اتخاذ القرار بعد مقارنة (t_{cal}) مع القيمة الجدولية المناسبة وكما تم توضيحه سابقاً

مثال:

اراد احد الباحثين من الاطباء معرفة فيما اذا كان متوسط ضغط الدم للإنسان يختلف في حالة قياسه في وضع معتدل (حالة جلوس) وعند حالة قياسه اذا كان الشخص مستلقي (اي استلقاء الشخص نفسه على ظهره)، فأخذت عينة عشوائية مؤلفة من (12) شخصاً وكانت النتائج القياس قبل وبعد كما يلي:

ما هو قرار الطبيب مستوى المعنوية عند 1%, 5%.

الشخص	ضغط الدم (حالة الاعتدال)	ضغط الدم (حالة الاستلقاء)	الفرق di	الفرق di^2
1	10	17	-7	49
2	15	14	1	1
3	12	16	-4	16
4	13	12	1	1
5	10	19	-9	81
6	18	16	2	4
7	15	18	-3	9
8	10	16	-6	36
9	11	16	-5	25
10	12	19	-7	49
11	13	12	1	1
12	13	17	-4	16
المجموع			-40	288

Sol/

1- $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \; ; \; H_0: \mu_D = 0$ فرضية العدم

2- $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \; ; \; H_0: \mu_D \neq 0$ فرضية بديلة

مستوى المعنوية

3- $\alpha = 0.01 \rightarrow \dfrac{0.01}{2} = 0.005 \; ; v = 12 - 1 = 11$

$\alpha = 0.05 \rightarrow \dfrac{0.05}{2} = 0.025 \; ; v = 12 - 1 = 11$

$t_{(0.005,11)} = 3.106 \quad ; \; t_{(0.025,11)} = 2.201$

Sol/

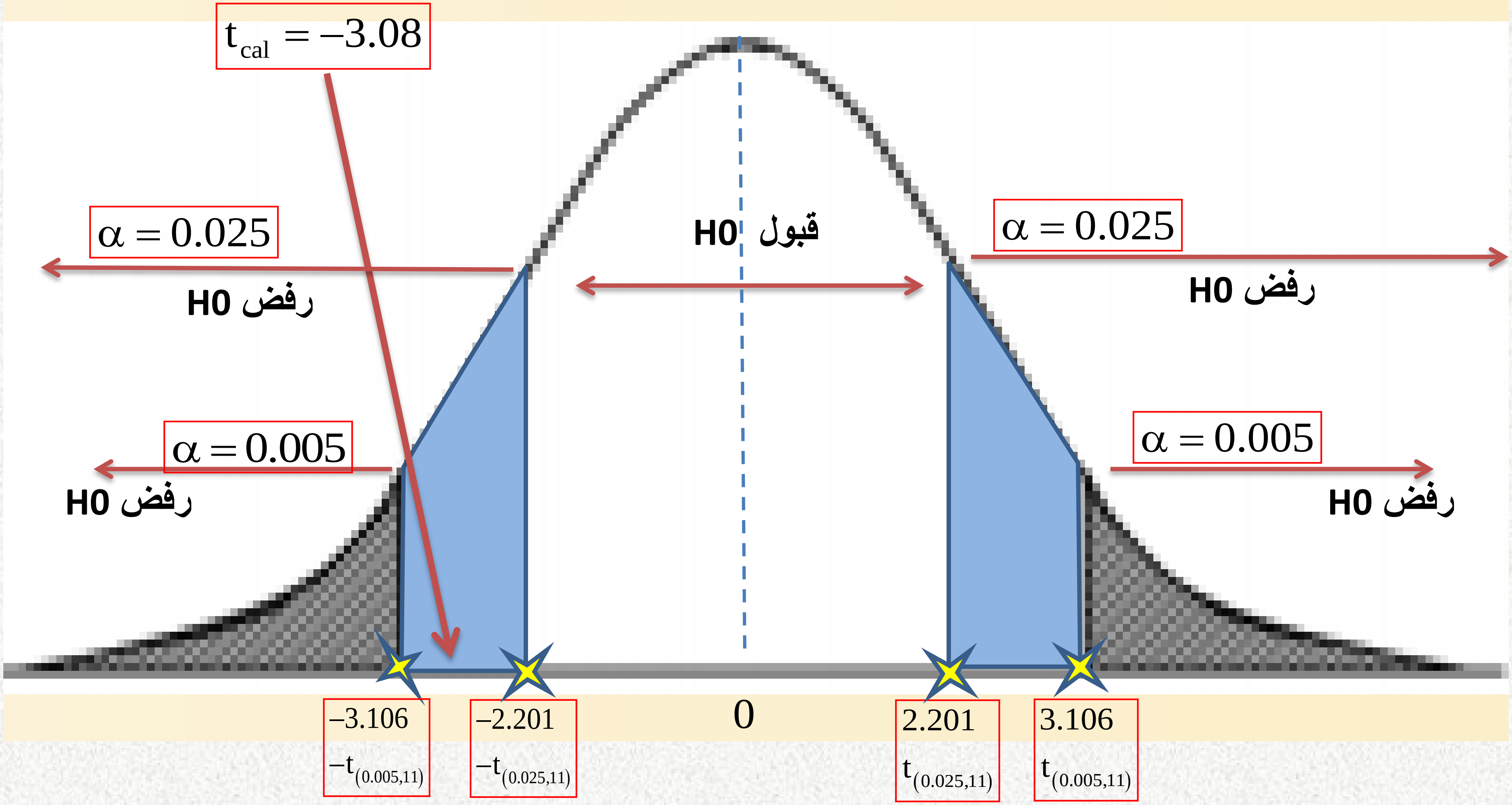
4− $$t_{cal}=\frac{\bar{d}-d_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad \bar{d}=\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}=\frac{-40}{12}=-3.33$$

$$S_D=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} d_i\right)^2}{n}}{n-1}}=\sqrt{\frac{288-\frac{(-40)^2}{12}}{12-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{288-133.33}{11}}=\sqrt{14.06}=3.75$$

$$\therefore t_{cal} = \frac{\bar{d} - d_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} = \frac{-3.33 - 0}{\frac{3.75}{\sqrt{12}}} = -3.08$$

5− الرسم البياني لتوضيح مناطق الرفض والقبول



$t_{cal} = -3.08$
$\alpha = 0.025$
رفض H0
H0 قبول
$\alpha = 0.025$
رفض H0
$\alpha = 0.005$
رفض H0
$\alpha = 0.005$
رفض H0
-3.106
$-t_{(0.005,11)}$
-2.201
$-t_{(0.025,11)}$
0
2.201
$t_{(0.025,11)}$
3.106
$t_{(0.005,11)}$

6- القرار: نلاحظ ان القيمة المحسوبة لـ $|t_{cal}|=3.08$ اكبر من القيمة الجدولية لـ $Z_{table}=2.201$ اي $(|t_{cal}|>t_{table})$ عند مستوى معنوية 5% فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة الرفض لـ H_0 تحت المنحنى وهذا يدل على رفض فرضية العدم والقبول بالفرضية البديلة، ونلاحظ ان القيمة المحسوبة لـ $|t_{cal}|=3.08$ اقل من القيمة الجدولية لـ $Z_{table}=3.106$ اي $(|t_{cal}|<t_{table})$ عند مستوى معنوية 1% فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة قبول H_0 تحت المنحنى وهذا يدل على قبول فرضية العدم ورفض الفرضية البديلة، مما يدل على وجود فروق معنوية في قياس ضغط الدم في حالة الاعتدال والاستلقاء معنوي عند مستوى معنوية 5% ، وعدم جود فروق معنوية في قياس ضغط الدم في حالة الاعتدال والاستلقاء معنوي عند مستوى معنوية 1% .

مثال/واجب:

تم اختبار عينة من موظفي احدى الدوائر بحجم (10) موظفين وتم اخضاعهم لاختبار الذكاء (قبل)، وبعدها ادخلوا دورة لتحسين سرعة البديهية لمدة ستة اشهر، ثم تم اختبارهم مرة ثانية لاختبار الذكاء (بعد) والجدول ادناه يبين درجات التي تم الحصول عليها قبل وبعد الدورة، اختبر عند مستوى معنوية 1%.

الاشخاص	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
اختبار الذكاء قبل الدورة	135	140	128	125	130	136	137	140	132	138
اختبار الذكاء بعد الدورة	138	142	130	128	131	140	139	141	135	140