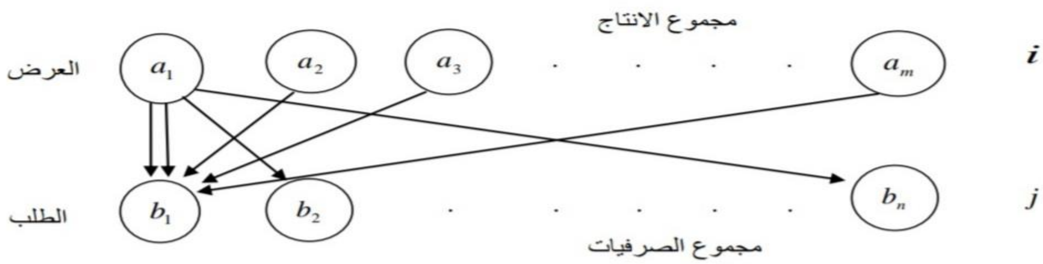
Transportation Problems and application of LPP:

مشكلة النقل

Consider m factories : مصانع

n distribution centers : مراكز التوزيع



If the unit cost of shipping from factory i to D. C. j is c_{ij}.

If we denote x_{ij} the amount shipped from factory i to D. C. j, then we can write:

$$\left.\begin{array}{lll}
\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i ; & i = 1,2,\dots,m & \text{.......}(\,I\,) \\
\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j ; & j = 1,2,\dots,n & \text{.......}(\,II\,) \\
\min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} & & \text{......}(\,III\,) \\
x_{ij} \geq 0 \,,\ \forall i, j & & \text{......}(\,IV\,)
\end{array}\right\}$$ (نموذج مشكلة النقل)

(I) is the sum of what leaves each factory.

(II) is the sum of what arrives each D. C. double sum in (III) represent the total cost.

(III) Represent the total cast.

(IV) is true becomes negative values for any x_{ij} have no any physical mean.

(I) , (II) , (III) , (IV) called the transportation problem.

<u>Note</u> : if we want to examine (I) - (IV) in detail, we will obtain from (I) we have:

$$\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n} x_{i\,j}\right) = \sum_{i=1}^{m} a_i$$

بأخذ $\sum$ للطرفين وهذا يكون :

From (II) we have:

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m} x_{i\,j}\right) = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

The order of the summation on the heft is immaterial then:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad \text{......}(V)$$

(V) is called consistency condition which must be satisfied if the solution is exist.

<u>Note</u> : (V) means that the system is in balance.

i.e, (the total production = total demand).

(الطلب الكلي = الانتاج الكلي)

<u>Notes</u> : The triangular system need not be completed filled with non-zero coefficients.

i.e, [it can have gaps in it]

***** All bases for the transportation problem are triangular.

<u>كيفية إيجاد الحل الأمثل لمشاكل النقل :</u>

إن الحل الأمثل يتطلب امرين :

1- الطور الأول الابتدائي : اي إيجاد حل ابتدائي للمسألة ويمكن اتباع الطرق التالية لإيجاد الحل الابتدائي:

1- West corner method. (طريقة الركن الشمالي الغربي)

2- Least cost method. (طريقة اقل كلفة)

3- Vogle’s method. (طريقة فوجل)

أن الحل الابتدائي المستخرج بإحدى هذه الطرق المذكورة اعلاه ممكن أن يكون الحل الأمثل ولأجل معرفة ذلك نستخدم <u>طريقة الاختبار</u> والا فسوف اننا سوف ننتقل الى الطور الثاني.

2- الطور الثاني : هذا الطور خاص لإيجاد الحل الأمثل للمسألة بالاعتماد على ما حصلنا عليه في الطور الأول وهناك طريقتان مهمتان لإيجاد الحل الأمثل هما :

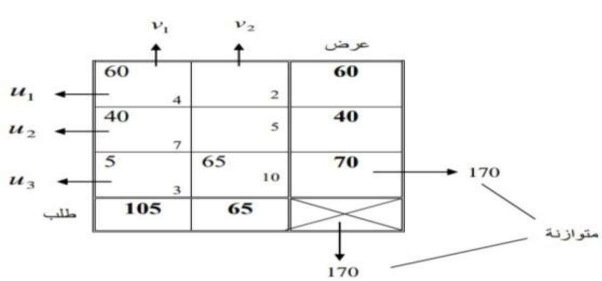
أ) طريقة التوزيع المعدل. ب) طريقة المسار المتعرج.

طريقة التوزيع المعدل

تعتمد هذه الطريقة على اسس المتغيرات الثنائية حيث تستخدم هذه المتغيرات لتقييم المربعات غير المشغولة.

هذه الطريقة أسهل من طريقة المسار المتعرج واكفأ منها ولها تطبيقات واسعة.

<u>مثال :</u> حل مسألة النقل التالية بطريقة الركن الشمالي الغربي وبطريقة least cost وطبق الاختبار لمرة واحدة في الحالتين :



السؤال : هل أن هذا الحل هو الحل الأمثل؟

$Total \quad \cos t = 60\,(4) + 40\,(7) + 5\,(3) + 65\,(10) = 1185$

$x_{11}=60, \quad x_{21}=40, \quad x_{31}=5, \quad x_{32}=65$

$c_{11}=4, \quad c_{21}=7, \quad c_{31}=3, \quad c_{32}=10$

الاختبار : نكون المعادلات التالية :

نرمز u للصف و v للعمود. و نضع $u_i+v_j=c_{ij}$

$$\left.\begin{array}{l} u_1+v_1=4 \\ u_2+v_1=7 \\ u_3+v_1=3 \\ u_3+v_2=10 \end{array}\right] \qquad \begin{array}{l} u_1=0 \\ u_2=3 \\ u_3=-1 \\ v_1=4 \\ v_2=11 \end{array}$$

	$v_1=4$	$v_2=11$
$u_1=0$	4	11
$u_2=3$	7	14
$u_3=-1$	3	10

الحل سيكون هو حل أمثل أذا كانت :

(القديمة) $\overline{c_{ij}} - c_{ij}$ (الجديدة) ≤ 0

المعالجة :

$$\begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 7 & 14 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 9 \\ 0 & 9 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$ (ليس الحل الأمثل)

نلاحظ في الجواب أن هناك ارقام موجبة لذلك :

1- نعالج الأرقام الموجبة ونبدأ بالرقم الكبير.

2- في حالة تساوي الارقام كما في سؤالنا هذا فلا ضرر في استعمال أي من الرقمين 9 ، 9.

3- نجري الاختبار من جديد وبعد انهاء كافة المعالجات.

60		60
40		40
5	65	70
105	65	

4	60 2	60
40 7	5	40
65 3	5 10	70
105	65	

4	60 2	60
35 7	5 5	40
70 3	10	70
105	65	

$A=60$ $A=5$

$$\left.\begin{array}{l} u_1+v_2=2 \\ u_2+v_2=5 \\ u_2+v_1=7 \\ u_3+v_1=3 \end{array}\right]$$

فقط المربعات المشغولة

$u_1=0\ ,\quad u_2=3$

$v_1=4\ ,\quad v_2=2\ ,\quad u_3=-1$

	$v_1=4$	$v_2=2$
$u_1=0$	4	2
$u_2=3$	7	5
$u_3=-1$	3	1

$$Total\ \cos t=60\ (2)\ +\ 35\ (7)\ +\ 5\ (5)\ +\ 70\ (3)\ =\ 600$$

الآن نختبر هل أن : $\overline{c_{i\,j}}-c_{i\,j}\leq 0$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$$

$\overline{c_{i\,j}} - c_{i\,j} \leq 0$

الحل الثاني هو الحل الأمثل.:.

الطريقة الثانية : طريقة اقل كلفة

4	60 2	60
35 7	5 5	40
70 3	10	70
105	65	

$T.C.=600$

<u>ملاحظة</u>: لا داعي للاختبار لأنه نفس الحل الأمثل حصلنا عليه في طريقة الركن الشمالي الغربي.

الطريقة الثالثة : طريقة فوجل

20 4	60 2	60	2
35 7	5 5	40	2
70 3	10	70	7
105	65		
1	3		

4	60 2	60	2
35 7	5 5	40	2
35	65		
3	3		

35 7	5 5	40
35	5	

وبذلك نحصل

$T.C.=600$

لحساب $T.S.$ من جميع الحالات نحصل على:

$x_{12}=60\ ,\ x_{21}=35\ ,\ x_{22}=5\ ,\ x_{31}=70$ $\}$ عدد المتغيرات

$c_1 : x_{21} + x_{31} = 105$

$c_2 : x_{12} + x_{22} = 65$

$R_1 : x_{12} = 60\ ,\ R_2 : x_{21} + x_{22} = 40\ ,\ R_3 : x_{31} = 70$