طرائق توزيع العينة على الطبقات :

من المعروف بانه اذا لم يتم تحديد حجم العينة $(\mathbf{n})$ وحجم اجزاء العينات $(\mathbf{n_h})$ فانه لا يمكن حساب التقديرات الخاصة في هذا النوع من انواع المعاينة .

هناك ثلاث مسائل يجب الاخذ بها بنظر الاعتبار وهي :

1- تحديد حجم العينة .
2- تحديد عدد الطبقات .
3- تحديد طريقة توزيع العينة على الطبقات للحصول على ادق النتائج وباقل التكاليف .

ومن اهم طرائق توزيع العينة على الطبقات :

اولاً: طريقة التوزيع المتساوي Equal allocation method

تعد هذه الطريقة من ابسط انواع طرائق توزيع العينة $(\mathbf{n})$ على الطبقات ، اذ لا يتطلب الامر الا توزيع العينة على جميع لطبقات بالتساوي دون الاخذ بنظر الاعتبار لأي شيء آخر ، والصيغة الرياضية لهذا النوع من انواع التوزيع هي :

$$\mathbf{n_h = \bar{n} = \frac{n}{L}\ ,\ h = 1,2,...,L\ \ ,n \geq L}$$

من ملاحظة هذه الطريقة نجد أن هناك القصور فيها ، حيث انه في بعض الاحيان يكون حجم العينة المراد سحبه من الطبقة اكبر من عدد المفردات داخل الطبقة .

ثانياً: طريقة التوزيع المتناسب Proportional allocation method

يتم في هذه الطريقة توزيع العينة $(\mathbf{n})$ على الطبقات تبعاً لحجم الطبقة وغالباً ما يتم استخدام هذه الطريقة في الكثير من التطبيقات وتتميز بانها لا تأخذ التكلفة بنظر الاعتبار .

ولتوضيح هذه الطريقة ، نفترض انه لدينا عينة حجمها $(\mathbf{n = 50})$ مسحوبة من مجتمع حجمه $(\mathbf{N = 5000})$ عندئذ فان دالة المعاينة تكون كالاتي :

$$\frac{n}{N} = \frac{50}{5000} = 0.10$$

وهذا يعني يتم سحب **(10%)** من العين ة لكل طبقة ، وان :

$$f = \frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = ... = \frac{n_h}{N_h} = \frac{n}{N} = 0.10$$

من المعادلة الاخيرة يمكننا الحصول على حجوم اجزاء العينات للطبقات ، فمثلا حجم العينة في الطبقة الاولى (n_1) يتم ايجاده بالصيغة الاتية :

$$f = \frac{n_1}{N_1} \Rightarrow n_1 = N_1 f \Rightarrow n_1 = N_1 \frac{n}{N} = n \frac{N_1}{N} = n\ W_1$$

من الصيغة الاخيرة يمكننا القول بصورة عامة ان حجم العينة لأي طبقة يمكن حسابه بالصيغة الاتية :

$$n_h = n\ W_h$$

مثال: مجتمع مؤلف من طبقتين (I,II) ، تظم الطبقة الاولى ستة رجال وعدد السكائر التي يدخنها كل منهم ، اما الطبقة الثانية فتظم اربعة نساء وعدد السكائر التي يدخنها كل منهن ، فاذا تم سحب عينة عشوائية بحجم $(n = 5)$ اشخاص ، المطلوب ، جد :

1- حجوم العينات الواجب سحبها من كل طبقة باستخدام التوزيع المتناسب .

2- متوسط عدد السكائر المدخنة في هذه العينة .

Stratum (I)	**20**	**25**	**35**	**30**	**24**	**26**
Stratum (II)	**10**	**12**	**8**	**6**		

الحل :

1- لغرض ايجاد حجم العينة الواجب سحبه من كل طبقة باستخدام التوزيع المتناسب نستخدم الصيغة الاتية :

$$n_h = n\ W_h$$

$$n_1 = n\ W_1 = 5\ \frac{6}{10} = 3$$

$$n_2 = n\ W_2 = 5\ \frac{4}{10} = 2$$

حيث أن :

$$n = \sum_{h=1}^{L} n_h = n_1 + n_2 = 3 + 2 = 5$$

فاذا افترضنا انه تم سحب المفردات الاتية من كل طبقة :

$$25,\ 20\ ,\ 35\ \text{from stratum (I)} \Rightarrow \bar{y}_1 = 26.67$$

$$10\ ,\ 6\ \text{from stratum (II)} \Rightarrow \bar{y}_2 = 8$$

اذا الوسط الحسابي الطبقي (متوسط العينة الطبقية) هو :

$$\bar{y}_{st} = \frac{\sum_{h=1}^{L} N_h \bar{y}_h}{N} = \frac{(6)(26.67) + (4)(8)}{10} = 19.20 \approx 19$$

ثالثاً: طريقة التوزيع الأمثل Optimum allocation method

في بعض الاحيان يكون من الضروري ادخال بعض الحسابات بنظر الاعتبار عند توزيع العينة على الطبقات ، واحدى اهم هذه الحسابات (الكلف المتنوعة) وهي ناتجة عن سحب وحدات المعاينة من الطبقات المختلفة ، فعلى سبيل المثال عندما تكون لدينا دراسة على مجموعة من الاسر حيث أن قسماً من هذه الاسر هي حضرية والقسم الاخر ريفية واردنا مثلاً دراسة معدل مدخولاتهم الشهرية عندئذ فان كلفة سحب وحدات المعاينة من الاسر ستكون مختلفة بين الاسر الحضرية والريفية .

بصورة عامة يمكن تقسيم الكلف الى نوعين :

1- كلف ثابتة (C_0) : والتي تتضمن كلف تأجير المكاتب وكلف الادارة الثابتة وكلف الاجهزة والمعدات ... الخ .

2- الكلف المتغيرة (C_h) وهي الكلف الخاصة بالطبقة (h) بحيث أن $(C_h\ n_h)$ تمثل كلفة سحب العينة (n_h) من الطبقة (h) .

والمعادلة الاتية تمثل الكلف الكلية(C) :

$$C = C_0 + \sum_{h=1}^{L} C_h\ n_h$$

$$C - C_0 = \sum_{h=1}^{L} C_h\ n_h$$

كما يمكن التعويض عن المقدار $(C - C_0)$ بالمقدار (C) لتصبح العلاقة الاخيرة بالصيغة الاتية :

$$C = \sum_{h=1}^{L} C_h\ n_h$$

ان الهدف من تبسيط معادلة الكلفة الكلية الى صيغتها الاخيرة هو لإيجاد شروط لوضع اصغر الاختلافات وان الكلف الثابتة ليس لها تأثير على المسالة بشكل رئيسي .

من خلال استخدام الكلفة الكلية (C) في المعدلة الاخيرة يتم وضع حل للمسالة بالصيغة الاتية:

اعطاء قيم ثابتة للكلف (C) ومن ثم سحب عينة بحجم (n) واخيرا توزيع هذه العينة على الطبقات بحيث يكون تباين متوسط العينة الطبقية $[V(\bar{y}_{st})]$ اقل ما يمكن عندئذ فان حجوم اجزاء العينات للطبقات تحسب بالصيغة الاتية :

$$n_h = \frac{W_h \sigma_h / \sqrt{C_h}}{\sum_{h=1}^{L} W_h \sigma_h / \sqrt{C_h}}\, n$$

or :

$$n_h = \frac{N_h \sigma_h / \sqrt{C_h}}{\sum_{h=1}^{L} N_h \sigma_h / \sqrt{C_h}} n$$

ان المعادلة الاخيرة تبين ان (n_h) تتناسب طردياً مع $(N_h \sigma_h)$ اي انه عندما تكون (N_h) و (σ_h) او كلاهما كبير فان فيجب سحب حجم عينة (n_h) كبير .

اما عامل الكلفة $(\sqrt{C_h})$ فيشير الى ان العلاقة بينه وبين حجم العينة المسحوب هي علاقة عكسية اذ انه كلما كانت الكلفة كبيرة قل حجم العينة المسحوب .