التقدير بنقطة والتقدير بفترة :

كما ذكرنا في سابقاً ان من الاهداف التي يهتم بها الباحث هي تقدير معالم المجتمع المدروس كالوسط الحسابي والتبيان وغيرها ، من بيانات عينة عشوائية . وهنا لابد من التنويه على ان التقدير يكون على نوعين :

1− تقدير نقطي : point estimate

يعد هذا النوع من التقدير الاكثر شيوعاً خاصة لدى غير الاحصائيين ، والتقدير بنقطة هو تقدير معلمة المجتمع بقيمة واحدة ، فمثلاً عندما نقول الوسط الحسابي للعينة ($\bar{y}$) فانه يمثل التقدير بنقطة لمعلمة المجتمع ($\bar{Y}$) وانه مثلاً المجموع الكلي التقديري ($\hat{Y}$) هو تقدير نقطي لمعلمة المجموع الكلي للمجتمع (Y) وكذلك غيرها من التقديرات النقطية .

2− التقدير بفترة ثقة : confidence interval estimate

يسمى المدى الذي تقع فيه القيمة الحقيقية لمعلمة مجتمع ما بدرجة ثقة معينة بفترة ثقة ، والحد الادنى والحد الاعلى لهذه الفترة تسمى حدود الثقة ، ونستطيع حساب الاحتمالات لفترة الثقة التي تحتوي على القيمة الحقيقية وتكون هذه الاحتمالات صحيحة في حالة استخدام المعاينة العشوائية ، كما انه لا يمكن حساب حدود الثقة باحتمالات صحيحة من بيانات عينات مسحوبة من مجتمعات مجهولة التوزيع .

فاذا افترضنا ان (θ) تعبر عن قيمة المعلمة الحقيقة عندئذٍ يمكننا تحديد الحدين الادنى والاعلى لهذه المعلمة بدرجة ثقة ($1-\alpha$) عن طريق العلاقة الاتية :

$$\Pr[L < \theta < U] = 1-\alpha$$

حيث ان (L) يمثل الحد الادنى ، (U) يمثل الحد الاعلى ، (α) تمثل المساحة المضللة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي وتسمى مستوى المعنوية وتمثل ايضاً احتمال رفض فرضية العدم (H_0) عندما تكون صحيحة وقيمها غالباً ما تكون مساوية الى (0.05) او (0.01) او (0.10)، فاذا كانت ($\alpha = 0.05$) فهذا يعني اننا سنتخذ قرار خاطئ بشان (H_0) باحتمال قدره (0.05) واننا سوف نتخذ قرار صائب حول (H_0) باحتمال قدره (0.95) ، اي بدرجة ثقة ($1-\alpha$) ، وهذا يعني انه تزداد درجة الثقة كلما قلت (α) .

ان حدود الثقة لأي قيمة حقيقية مثل (θ) يمكن ايجادها عن طريق العلاقة الاتية :

$$\hat{\theta} - t_{\frac{\alpha}{2}} S(\hat{\theta}) < \theta < \hat{\theta} + t_{\frac{\alpha}{2}} S(\hat{\theta}) = 1-\alpha \quad , \; n \to \infty$$

اذ ان :

t : تمثل قيمة (t) الجدولية عند مستوى معنوية (α) معين ، والجدول الاتي يمثل قيم (t) الشائعة عند مستوى معنوية معين .

مستوى المعنوية (α)	درجة الثقة ($1-\alpha$)	($\frac{\alpha}{2}$)	قيمة ($t_{\frac{\alpha}{2}}$) الجدولية
0.10	0.90	0.05	1.64
0.05	0.95	0.025	1.96
0.01	0.99	0.005	2.58

فمثلاً حدود الثقة لمعلمة الوسط الحسابي هي :

$$\bar{y} - t_{\frac{\alpha}{2}} S(\bar{y}) < \bar{Y} < \bar{y} + t_{\frac{\alpha}{2}} S(\bar{y})$$

وان حدود الثقة للمجموع الكلي هي :

$$\hat{Y} - t_{\frac{\alpha}{2}} S(\hat{Y}) < Y < \hat{Y} + t_{\frac{\alpha}{2}} S(\hat{Y})$$

مثال : في منطقة ما كان لدينا مجتمع مؤلف من (1000) شخص ، وسحبنا منه عينة عشوائية حجمها (100) شخص ، وكان متوسط دخل الفرد في هذه العينة هو (8500) دينار وبخطأ وتباينه (225) ، جد حدي الثقة لمتوسط دخل الفرد في المجتمع بدرجة ثقة (0.95) .

الحل :

بما لن المطلوب هو ايجاد حدود الثقة لمتوسط المجتمع فان العلاقة الرياضية المطلوبة لإيجاد هذا المقدار هي :

$$\bar{y} - t_{\frac{\alpha}{2}} S(\bar{y}) < \bar{Y} < \bar{y} + t_{\frac{\alpha}{2}} S(\bar{y})$$

$$8500 - t_{\frac{0.05}{2}} \frac{S_{(y)}\sqrt{1-f}}{\sqrt{n}} < \bar{Y} < 8500 + t_{\frac{0.05}{2}} \frac{S_{(y)}\sqrt{1-f}}{\sqrt{n}}$$

$$8500 - (1.96)\frac{(15)\sqrt{1-\frac{100}{1000}}}{\sqrt{100}} < \bar{Y} < 8500 + (1.96)\frac{(15)\sqrt{1-\frac{100}{1000}}}{\sqrt{100}}$$

$$8497.17 < \bar{Y} < 8502.83$$

اي اننا نثق بمقدار (95%) ان متوسط دخل الفرد في تلك المنطقة يقع ضمن الفترة الاخيرة .

مثال : في احدى الدراسات عن الدخل الشهري كان عدد الموظفين في احدى الدوائر (5000) موظف ، تم سحب عينة عشوائية بحجم (10) موظف وكانت مدخولاتهم (بآلاف الدنانير) كالاتي :

$y_i = 34,48,45,44,62,55,35,40,50,52$

المطلوب ، احسب كل مما يأتي :

1- معدل الدخل الشهري لهذه العينة .

2- المجموع الكلي التقديري للدخل الشهري لجميع الموظفين .

3- حدي الثقة لمعدل الدخل الشهري للمجتمع عند مستوى معنوية (0.05) .

4- حدي الثقة للمجموع الكلي للدخل الشهري للمجتمع بدرجة ثقة (95%) .

الحل :

$$1- \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{34+48+\ldots+52}{10} = 46.5$$

$$2- \quad \hat{Y} = N\,\bar{y} = (5000)(46.5) = 232500$$

$$3- \quad \bar{y} - t_{\frac{0.05}{2}} \frac{S_{(y)}\sqrt{1-f}}{\sqrt{n}} < \bar{Y} < \bar{y} + t_{\frac{0.05}{2}} \frac{S_{(y)}\sqrt{1-f}}{\sqrt{n}}$$

$$46.5 - (1.96)\frac{(77.4)\quad\sqrt{1-\frac{10}{5000}}}{\sqrt{10}} < \bar{Y} < 46.5 + (1.96)\frac{(77.4)\quad\sqrt{1-\frac{10}{5000}}}{\sqrt{10}}$$

$$41.0512 < \bar{Y} < 51.9486$$

$$4- \quad \hat{Y} - t_{\frac{0.05}{2}} S(\hat{Y}) < Y < \hat{Y} + t_{\frac{0.05}{2}} S(\hat{Y})$$

$$S^2(\hat{Y}) = N^2\; S^2(\bar{y}) = (5000)^2(7.725) = 193125000$$

$$S(\hat{Y}) = \sqrt{S^2(\hat{Y})} = \sqrt{193125000} = 13896.94$$

$$232500 - (1.96)(13896.94) < Y < 232500 + (1.96)(13896.94)$$

$$205261.9976 < Y < 259738.0065$$