احصاء حيوي

الكورس الثاني

(موضوع المحاضرة)

اختبارات تتعلق بالانحراف المعياري والتباين

Dr.Safwan Nathem Rashed

اختبارات تتعلق بالانحراف المعياري والتباين ويقسم الى:

1. اختبار تباين مجتمع طبيعي.
2. اختبار تجانس تباينيين بين تقديرين مستقلين.
3. اختبار يتعلق بتساوي عدة تباينات.

3-اختبار يتعلق بتساوي عدة تباينات.

قام العالم الاحصائي بارتليت (Bartllett's) بتطوير اختبار مربع كاي χ^2 من خلال ايجاد اختبار لتجانس عدة تباينات (تساوي عدة مجتمعات في التباين) وهذا الاختبار يتضمن احتساب اللوغاريتم الطبيعي للبيانات وقيمة مربع كاي χ^2 التقريبية ثم يتم احتساب هذه القيمة حسب الصيغة التالية وبدرجة حرية تساوي (k-1) حيث بالاعتماد على العلاقة الاتية:

$$\chi^2 = 2.3026 \frac{M}{C}$$

k: عدد العينات.

ويتم بناء الفرضية الخاصة لاختبار وفق الصيغة الاتية:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_k^2$$
$$H_1 : S_1^2 \neq S_2^2 \neq \cdots \neq S_k^2$$

حيث ان: $S_1^2, S_2^2, \cdots, S_k^2$ تباين العينات

ويتم عملية ايجاد التباينات للعينات $S_i^2; i = 1, 2, \cdots, k$ وتحديد احجام كل عينة واخذ اللوغاريتم الطبيعي لها ليتم بعدها حساب اختبار مربع كاي استنادا الى القوانين التابعة لاختبار بارتليت عند مستوى معنوية معينة.

ويمكن تلخيص طريقة اختبار بارتليت على النحو الاتي :

1- تحديد احجام كل عينة $n_i; i = 1, 2, \cdots, k$.

2- ايجاد حجم العينة الكلي N .

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

3-حسب تباين كل عينة $S_i^2; i = 1, 2, \cdots, k$ استناداً الى الصيغة الاتية:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} (X_i - \bar{X})^2}{n_i - 1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n_i}}{n_i - 1}$$

-

4-حساب التباين المقدر لجميع التباينات وفق الصيغة الاتية:

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} (n_i - 1)\, S_i^2}{N - k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} SS_i}{N - k}$$

5- يتم حساب المختبر الاحصائي لمربع كاي

$$\chi^2 = 2.3026 \frac{M}{C}$$

حيث ان :

$$M = (N - k)\,\mathrm{Log}\left(S_p^2\right) - \sum_{i=1}^{k} (n_i - 1)\,\mathrm{Log}\left(S_i^2\right)$$

اما C يمكن الحصول عليها وفق الصيغة الاتية:

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left(\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i - 1}\right) - \frac{1}{(N-k)}\right)$$

6- وبعد تعويض كل من M,C في الصيغة الخاصة الاختبار بارتليت $\chi^2 = 2.3026\frac{M}{C}$ سوف نحصل على القيمة المحسوبة للمختبر.

7- وبتباع خطوات الاختبار يتم اتخاذ القرار من خلال مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية لمربع كاي عند درجة حرية (k-1) ومستوى معنوية معين.

مثال:

في تجربة معينة لمقارنة أثر انواع من الغذاء (A,B,C) في زيادة وزن ثلاثة مجاميع من الابقار وكانت نتائج الزيادة وفق الجدول ادناه، استعمل اختبار بارتليت لاختبار هل ان تباين كل من العينات التالية متساوية ام لا ؟ اي يوجد فرق كبير بين التباينات في الاوزان العائد لكل من الغذاء (A,B,C) عند مستوى معنوية 5%.

العينة الثالثة	العينة الثانية	العينة الاولى
8	5	4
6	1	7
8	3	6
9	5	6
5	3	
	4	

Sol/

1- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$

$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2 < \sigma_3^2$ or $H_1 : \sigma_3^2 < \sigma_2^2 < \sigma_1^2$ or...

2- $\alpha = 0.05 \quad ; \quad V = k - 1 = 3 - 1 = 2$

وبما ان الاختبار هنا من جانب واحد لذلك يجب ايجاد قيمة الحرجة وعلى النحو الاتي:

$$\chi^2_{(\alpha\ ,\ (k-1))} = \chi^2_{(0.05\ ,2)} = 5.991$$

3-

$$n_1 = 4 \;;\; n_2 = 6 \;;\; n_3 = 5$$

$$N = 15 \;;\; k = 3$$

$$S_1^2 = 1.583 \;;\; S_2^2 = 2.300 \;;\; S_3^2 = 2.700$$

العينة	$(n_i - 1)$	S_i^2	$(n_i - 1)S_i^2$	$\mathrm{Log}\left(S_i^2\right)$	$(n_i - 1)\mathrm{Log}\left(S_i^2\right)$	$1/(n_i - 1)$
1	3	1.583	4.7490	0.1995	0.5985	0.3334
2	5	2.300	11.5000	0.3617	1.80805	0.2000
3	4	2.700	10.8000	0.4314	1.7256	0.2500
المجموع	12		27.0490		4.1326	0.7834

4-

$$\therefore S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} (n_i - 1)\, S_i^2}{N - k} = \frac{27.0490}{12} = 2.254$$

$$\therefore M = (N-k)\,\mathrm{Log}\left(S_p^2\right) - \sum_{i=1}^{k} (n_i - 1)\,\mathrm{Log}\left(S_i^2\right)$$

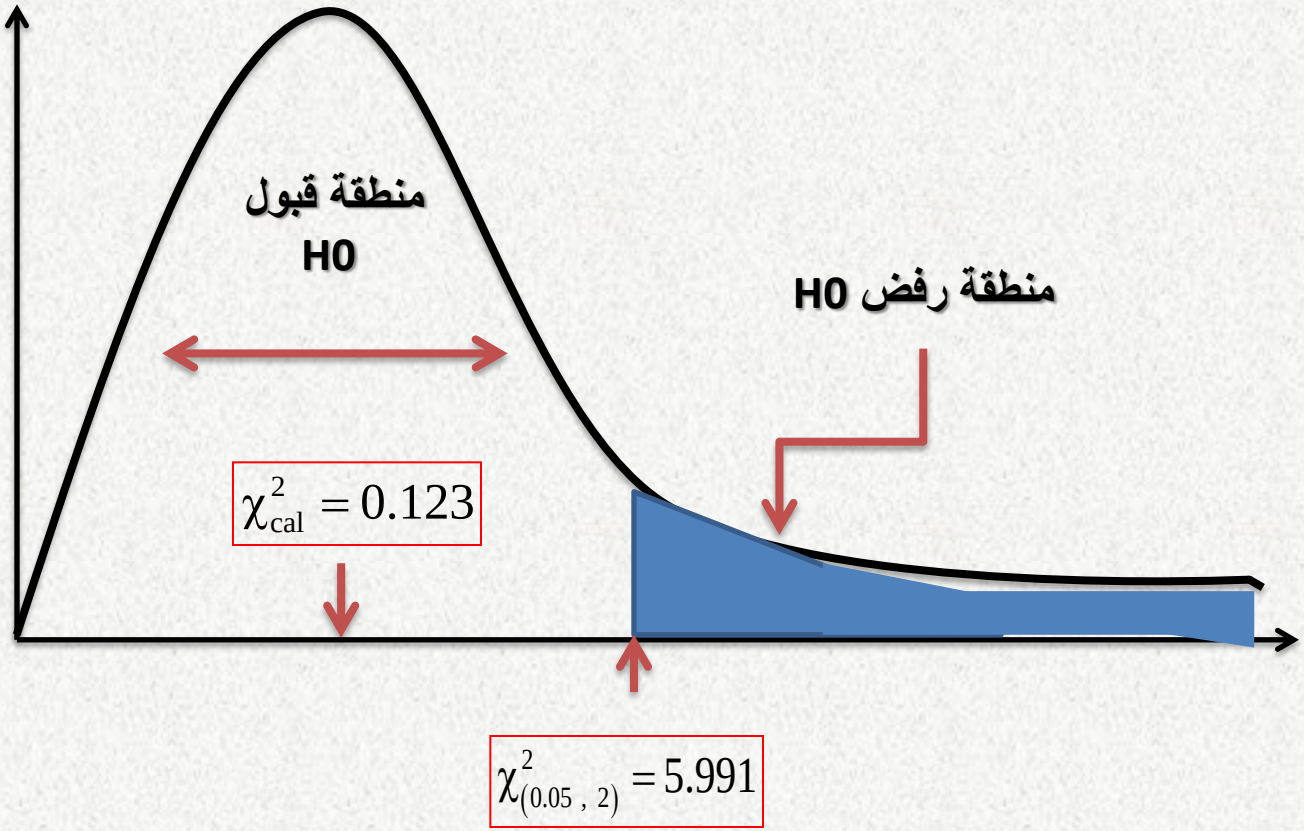
$$= (12)\,\mathrm{Log}(2.254) - (4.1326) = 12 * 0.3530 - 4.1326$$

$$= 0.1034$$

$$\therefore C = 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left(\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n_i - 1}\right) - \frac{1}{(N-k)}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{3(3-1)}\left(0.7834 - \frac{1}{12}\right) = 1.11667$$

5– $$\chi^2_{cal} = 2.3026 \times \frac{M}{C} = 2.3026 \times \frac{0.1034}{1.1167} = 0.213$$



6-

القرار:

نلاحظ ان القيمة المحسوبة تقع بين $\chi^2_{cal} \leq \chi^2_{(\alpha\ ,\ (k-1))}$ **اي ان** $0.213 \leq 5.991$ **فضلاً عن ان القيمة المحسوبة تقع في منطقة القبول لـ H0 تحت المنحنى وهذا يدل على رفض الفرضية البديلة والتمسك بفرضية العدم ، اي يوجد فرق كبير بين التباينات في الاوزان العائد لكل من الغذاء (A,B,C) عند مستوى معنوية 5%.**

مثال:

في تجربة معينة لمقارنة أثر انواع من الغذاء (A,B,C) في زيادة وزن ثلاثة مجاميع من الابقار وكانت نتائج الزيادة وفق الجدول ادناه، استعمل اختبار بارتليت لاختبار هل ان تباين كل من العينات التالية متساوية ام لا ؟ اي يوجد فرق كبير بين التباينات في الاوزان العائد لكل من الغذاء (A,B,C) عند مستوى معنوية 5%.

مثال: واجب

استخدم اختبار بارتليت لاختبار هل ان تباين كل من العينات التالية متساوية ام لا ؟ اي يوجد فرق بين التباينات عند مستوى معنوية 5%.

العينة الاولى	العينة الثانية	العينة الثالثة
3	4	2
5	3	1
2	7	3
6	5	8
	2	4
		6