احصاء حيوي

الكورس الثاني

(موضوع المحاضرة)

Life's Tables جداول الحياة

Dr.Safwan Nathem Rashed

جداول الحياة life's Tables

هي جداول تصف شكل البقاء لمجموعة من الافراد يخضعون خلال حياتهم الى معدلات وفيات بعمر معين وتتضمن:

1- جداول الحياة الاعتيادية (جداول حياة السكان)

Population Life table

2- جداول الحياة السريرية

Clinical Life table

اولاً : جداول الحياة الاعتيادية (جداول حياة السكان)

Population Life table

وتشمل جداول الحياة الحقيقية التي تصف تجربة حياة حقيقية لمجموعة من الاشخاص ولدوا في نفس الوقت، ويتم انشاء بيانات جداول حياة السكان من مصدرين هما:

1- احصائية عن عدد الاشخاص الذين عاشوا عند كل فئة.

2- احصائية عن عدد الاشخاص الذين توفوا عند كل فئة عمرية معطاة ولمعرفة هذا النوع من الجداول.

لابد من تعريف المصطلحات الاتية:

- t_i : يمثل العمر (t) حيث تكون فئات العمر (0,1,2,...).
- q_i : يمثل احتمال الوفاة وهو احتمال ان يموت الفرد في الفترة (t_i , t_{i+1}).
- p_i : يمثل احتمالية الحياة حيث ان $p_i=1-q_i$.
- L_i : عدد الباقين على قيد الحياة بعمر (ti) وهو عدد الافراد لكل (1000) من الولادات الحية التي ستبقى على قيد الحياة الى العمر (ti).
- e_i : يمثل توقع الحياة وهو معدل الحياة الاضافية التي سيعيشها (Li) من الافراد ما بعد العمر (ti).

حيث ان:

$$L_0 = 1000$$

$$L_1 = p_0 \times L_0$$

$$L_2 = p_1 \times L_1 = p_1 \times p_0 \times L_0$$

$$L_3 = p_2 \times L_2 = p_2 \times p_1 \times L_1$$

$$\vdots$$

$$\therefore L_i = p_{i-1} \times L_{i-1}$$

وان

$$e_0 = \frac{L_1 + L_2 + \cdots + L_i}{L_0 + \frac{1}{2}}$$

$$e_1 = \frac{L_2 + L_3 + \cdots + L_i}{L_1 + \frac{1}{2}}$$

$$e_2 = \frac{L_3 + L_4 + \cdots + L_i}{L_2 + \frac{1}{2}}$$

$$\vdots$$

مثال: البيانات في الجدول الاتي يمثل معدلات الوفاة الخاصة بالفئات العمرية (0,1,2,3,4,5) سنة التي ولد فيها هؤلاء الافراد في سنة 1989 المطلوب: كون جدول الحياة لهذه السنة، علماً ان عدد الولادات الحية تساوي 1000 في تلك السنة:

فئات العمر t	احتمال الوفاة qi (معطاة)	احتمال الحياة pi=1-qi	عدد الباقين Li	توقع الحياة ei
0	0.0890	0.911	1000	3.98 ~ 4
2	0.078	0.922	911	3.375 ~ 3
4	0.065	0.935	839.942	2.661 ~ 3
3	0.061	0.939	785.346	1.847 ~ 2
4	0.032	0.968	737.440	0.967 ~ 1
5	0.011	0.989	713.842	--------
total				

Sol/ يتم الحصول على البيانات في الجدول وبالاعتماد على:

$$L_0 = 1000$$

$$L_1 = p_0 \times L_0 = 0.911 \times 1000 = 911$$

$$L_2 = p_1 \times L_1 = p_1 \times p_0 \times L_0 = 0.922 \times 911 = 839.942$$

$$L_3 = p_2 \times L_2 = p_2 \times p_1 \times L_1 = 0.935 \times 839.942 = 785.346$$

$$\vdots$$

Sol/

$$e_0 = \frac{L_1 + L_2 + \cdots + L_i}{L_0 + \frac{1}{2}} = \frac{911 + 839.942 + 785.346 + 787.44 + 713.842}{1000 + \frac{1}{2}}$$

$$= 3.986 \simeq 4$$

$$e_1 = \frac{L_2 + L_3 + \cdots + L_i}{L_1 + \frac{1}{2}} = \frac{839.942 + 785.346 + 787.44 + 713.842}{911 + \frac{1}{2}}$$

$$= 3.375 \simeq 3$$

$$e_2 = \frac{L_3 + L_4 + \cdots + L_i}{L_2 + \frac{1}{2}} = \frac{785.346 + 787.44 + 713.842}{839.942 + \frac{1}{2}}$$

$$= 2.661 \simeq 3$$

$$\vdots$$

ثانياً : جداول الحياة السريرية Clinical Life table

في جداول الحياة الاعتيادية كُنا نأخذ وقت البقاء (العمر ti) بينما في جداول الحياة السريرية فأن وقت البقاء هو الفترة الزمنية من تاريخ ظهور المرض لأول مرة او إجراء عملية جراحية الى تاريخ ظهور اعراض المرض مرة اخرى او حدوث حادثة مفاجئة.

وهذه الدراسات تعتني بمجموعة من المرض المرضى عادةً يكون معدل بقائهم أقل من معدل بقاء الاشخاص العاديين. حيث يتم تتبع (متابعة) هؤلاء المرضى من تاريخ ظهور المرض الى حدوث حادثة حرجة.

إن البيانات التي قد تتجمع حول هؤلاء المرضى قد تكون كاملة ويتم تكوين جدول الحياة الاعتيادية او تكون غير كاملة وهذه الحالة تحدث عندما يفقد الطبيب بعض المعلومات عن مرضاه بسبب انسحاب المرضى عن المراجعة أو انهم فقدوا من المتابعة فاصبحوا خارج سيطرة الطبيب لسبب معين.

ملاحظة: في جداول الحياة السريرية يتم الحصول على البيانات من الدراسة السريرية للمرضى عوضاً عن الاحصائية الحياتية، اي ان الطبيب عند معالجته للمريض يقوم بمتابعة المريض منذ بداية دخوله في العلاج الى ان يشفى او يموت.

ولتكوين هذا النوع من الجداول لابد من تعريف المصطلحات الاتية:

- t_i : يمثل سنوات المتابعة وهي الفترة الزمنية من ظهور اعراض المرض لأول مرة الى حين ظهور حادثة حرجة.
- d_i : يمثل عدد المتوفين في الفترة (t_i , t_{i+1}) مثل الفترة $(1-0)$.
- w_i : يمثل عدد المنسحبين في الفترة (t_i , t_{i+1}).
- U_i : يمثل عدد المرضى المجهولة اقامتهم في الفترة (t_i , t_{i+1}).
- L_i : يمثل عدد الباقين على قيد الحياة في الفترة (t_i , t_{i+1}).
- L_i^* : يمثل عدد الباقين على قيد الحياة الذين يتعرضون للخطر في الفترة (t_i , t_{i+1}).

- q_i : يمثل احتمال الوفاة خلال الفترة i.
- p_i : يمثل احتمالية البقاء حلال الفترة i.
- R_i : نسبة البقاء التجميعية للفترة i او يسمى احتمال البقاء على قيد الحياة في نهاية الفترة i.

ويتم حساب Li اذا كانت أول قيمة من قيم Li معلومة وفق الصيغة الاتية:

$$L_i = L_{i-1} - d_{i-1} - W_{i-1} - U_{i-1}$$

واذا كانت القيمة الاولى من قيم Li غير معلومة فيتم الحصول عليها وفق الصيغة الاتية:

$$L_i = \sum_{i=1}^{n} d_i + \sum_{i=1}^{n} W_i + \sum_{i=1}^{n} U_i$$

ويتم حساب باقي قيم Li باستخدام الصيغة الاولى.

ويتم حساب باقي القيم *Li وفق الصيغة الاتية:

$$L_i^* = L_i - \frac{1}{2}\left(W_i + U_i\right)$$

وحساب qi من خلال:

$$q_i = \frac{d_i}{L_i^*}$$

اما حساب pi يكون:

$$p_i = 1 - q_i$$

واخيراً يكون حساب Ri وفق الصيغة الاتية:

$$R_i = p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_i$$

فاذا كان:

يمثل احتمال البقاء على قيد الحياة في السنة الاولى

$$R_1 = p_1 \;;;\; R_2 = p_1 \times p_2 \;;;\; R_3 = p_1 \times p_2 \times p_3 \;;;\cdots\cdots$$

مثال: تم متابعة (126) مريضاً بمرض معين لمدة (5) سنوات وكانت النتائج كما مبينة في الجدول أدناه المطلوب:

1. **ما هو احتمال بقاء الشخص على قيد الحياة خلال السنة الثالثة من المتابعة.**
2. **ما هو احتمال بقاء الشخص حياً حتى نهاية السنة الثالثة (بمعنى آخر ما هو احتمال بقاء الشخص حياً خلال السنة الثالثة بعد ان عاش سنتين).**
3. **ما هو احتمال وفاة الشخص خلال السنة الرابعة.**

Sol/

	متوفين معطاة	المسحوبين معطاة	مجهولين معطاة	الاحياء	احياء مخطرين			
t_i	d_i	W_i	U_i	L_i	L_i^*	q_i	p_i	R_i
0-1	47	15	4	126	116.5	0.403	0.597	0.597
1-2	5	11	6	60	51.5	0.097	0.903	0.539
2-3	2	15	---	38	30.5	0.065	0.953	0.504
3-4	2	7	2	21	16.5	0.121	0.879	0.443
4-5	4	6	---	10	7	0.571	0.429	0.190
Total	60	54	12					

فاذا كانت L1 غير معلومة فان:

1-

$$L_1 = \sum_{i=1}^{5} d_i + \sum_{i=1}^{5} W_i + \sum_{i=1}^{5} U_i = 60 + 54 + 12 = 126$$

$$L_i = L_{i-1} - d_{i-1} - W_{i-1} - U_{i-1}$$

$$L_2 = L_1 - d_1 - W_1 - U_1 = 126 - 47 - 15 - 4 = 60$$

$$L_3 = L_2 - d_2 - W_2 - U_2 = 60 - 5 - 11 - 6 = 38$$

$$L_4 = L_3 - d_3 - W_3 - U_3 = 38 - 2 - 15 - 0 = 21$$

$$L_5 = L_4 - d_4 - W_4 - U_4 = 21 - 4 - 6 - 0 = 10$$

2– $$L_i^* = L_i - \frac{1}{2}\left(W_i + U_i\right)$$

$$L_1^* = L_1 - \frac{1}{2}\left(W_1 + U_1\right) = 126 - \frac{1}{2}\left(15+4\right) = 126 - \frac{19}{2} = 116.5$$

$$L_2^* = L_2 - \frac{1}{2}\left(W_2 + U_2\right) = 60 - \frac{1}{2}\left(11+6\right) = 51.5$$

$$L_3^* = L_3 - \frac{1}{2}\left(W_3 + U_3\right) = 38 - \frac{1}{2}\left(15+0\right) = 30.5$$

$$L_4^* = L_4 - \frac{1}{2}\left(W_4 + U_4\right) = 21 - \frac{1}{2}\left(7+2\right) = 16.5$$

$$L_5^* = L_5 - \frac{1}{2}\left(W_5 + U_5\right) = 10 - \frac{1}{2}\left(6+0\right) = 7$$

3–

$$q_i = \frac{d_i}{L_i^*}$$

$$q_1 = \frac{d_1}{L_1^*} = \frac{47}{116.5} = 0.403$$

$$q_2 = \frac{d_2}{L_2^*} = \frac{5}{51.5} = 0.097$$

$$q_3 = \frac{d_3}{L_3^*} = \frac{2}{30.5} = 0.065$$

$$q_4 = \frac{d_4}{L_4^*} = \frac{2}{16.5} = 0.121$$

$$q_5 = \frac{d_5}{L_5^*} = \frac{4}{7} = 0.571$$

$$p_i = 1 - q_i$$

4–

$$R_i = p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_i$$

$$R_1 = p_1 = 1 - q_1 = 0.597$$

$$R_2 = p_1 \times p_2 = 0.597 \times 0.903 = 0.539$$

$$R_3 = p_1 \times p_2 \times p_3 = 0.503$$

$$R_4 = p_1 \times p_2 \times p_3 \times p_4 = 0.443$$

$$R_5 = p_1 \times p_2 \times p_3 \times p_4 \times p_5 = 0.190$$

اما المطلوب:

$$1- \ p_3 = 0.935$$

$$2- \ R_3 = 0.504$$

$$3- \ q_3 = 0.121$$

ملاحظة:

q1 : تمثل احتمال وفاة المريض خلال السنة الاولى من المتابعة.

p1 : تمثل احتمال بقاء المريض خلال السنة الاولى من المتابعة.

q2 : تمثل احتمال وفاة المريض خلال السنة الثانية من المتابعة.

p2 : تمثل احتمال بقاء المريض خلال السنة الثانية من المتابعة.

وهكذا باقي الحالات

اما

R1 : احتمال العيش حتى نهاية السنة الاولى.

R2 : احتمال العيش حتى نهاية السنة الثانية.

وهكذا باقي الحالات

مثال:

البيانات في الجدول الاتي تمثل عدد المتوفين والمسحوبين خلال دراسة حول المرضى المصابين بمرض السكر. المطلوب:

1. كون جدول الحياة السريرية.
2. من المثال اذا توفرت المعلومات حول Li و di جد Wi.
3. من المثال اذا توفرت المعلومات حول Li و Wi جد di.

Sol/

	متوفين معطاة	المسحوبين معطاة	مجهولين	الاحياء
t_i	d_i	W_i	U_i	L_i
0-1	90	0	0	350
1-2	120	2	0	260
2-3	50	4	0	138
3-4	40	8	0	84
4-5	30	6	0	36
Total	330	20	0	

فاذا كانت L1 غير معلومة فان:

1- $$L_1 = \sum_{i=1}^{5} d_i + \sum_{i=1}^{5} W_i + \sum_{i=1}^{5} U_i = 330 + 20 + 0 = 350$$

$$L_i = L_{i-1} - d_{i-1} - W_{i-1} - U_{i-1}$$

$$L_2 = L_1 - d_1 - W_1 - U_1 = 350 - 90 - 0 - 0 = 260$$

$$L_3 = L_2 - d_2 - W_2 - U_2 = 260 - 120 - 2 - 0 = 138$$

$$L_4 = L_3 - d_3 - W_3 - U_3 = 138 - 50 - 4 - 0 = 84$$

$$L_5 = L_4 - d_4 - W_4 - U_4 = 84 - 40 - 8 - 0 = 36$$

2– $W_i = L_i - L_{i+1} - d_i - U_i$

$W_1 = 350 - 260 - 90 - 0 = 0$

$W_2 = 260 - 138 - 120 - 0 = 0$

$\vdots$

3– $d_i = L_i - L_{i+1} - W_i - U_i$

$d_1 = 350 - 260 - 0 - 0 = 90$

$\vdots$