

## قانون نيوتن للتبريد

### :Newton's Law of Cooling

أدخل كوب شاي درجة حرارته 62 درجة مئوية إلى داخل غرفة درجة حرارتها 22 درجة مئوية، وبعد دقيقة واحدة أصبحت درجة حرارته 60 درجة مئوية، فمن الأسئلة المعروضة ما يأتي:

س1: كم ستكون حرارة الشاي بعد 5 دقائق؟

س2: بعد كم دقيقة سوف تتساوى تقريباً درجة حرارة الشاي مع درجة حرارة الغرفة؟

قبيل الإجابة على هذين السؤالين، نفرض أن  $T_0$  يرمز إلى درجة الحرارة الابتدائية للشاي، و  $C$  يرمز إلى درجة حرارة الغرفة، و  $T_n$  يرمز إلى درجة حرارة الشاي بعد  $n$  من الدقائق. ونلاحظ بأن معطيات هذه المسألة هي:  $T_0 = 62$  و  $T_1 = 60$  و  $C = 22$ . وبتطبيق هذه المعطيات على المعادلة

$$\Delta T_n = T_{n+1} - T_n = k(T_n - C); n \in N$$

$$\begin{aligned}\Delta T_0 &= T_1 - T_0 = k(T_0 - C) \\ 60 - 62 &= k(62 - 22) \\ \therefore k &= \frac{-2}{40} = -0.05.\end{aligned}$$

فيكون النموذج الرياضي المعبر عن التغير في درجة حرارة الشاي بعد  $n$  من الدقائق هو:

$$\Delta T_n = T_{n+1} - T_n = -0.05(T_n - 22); n \in N$$

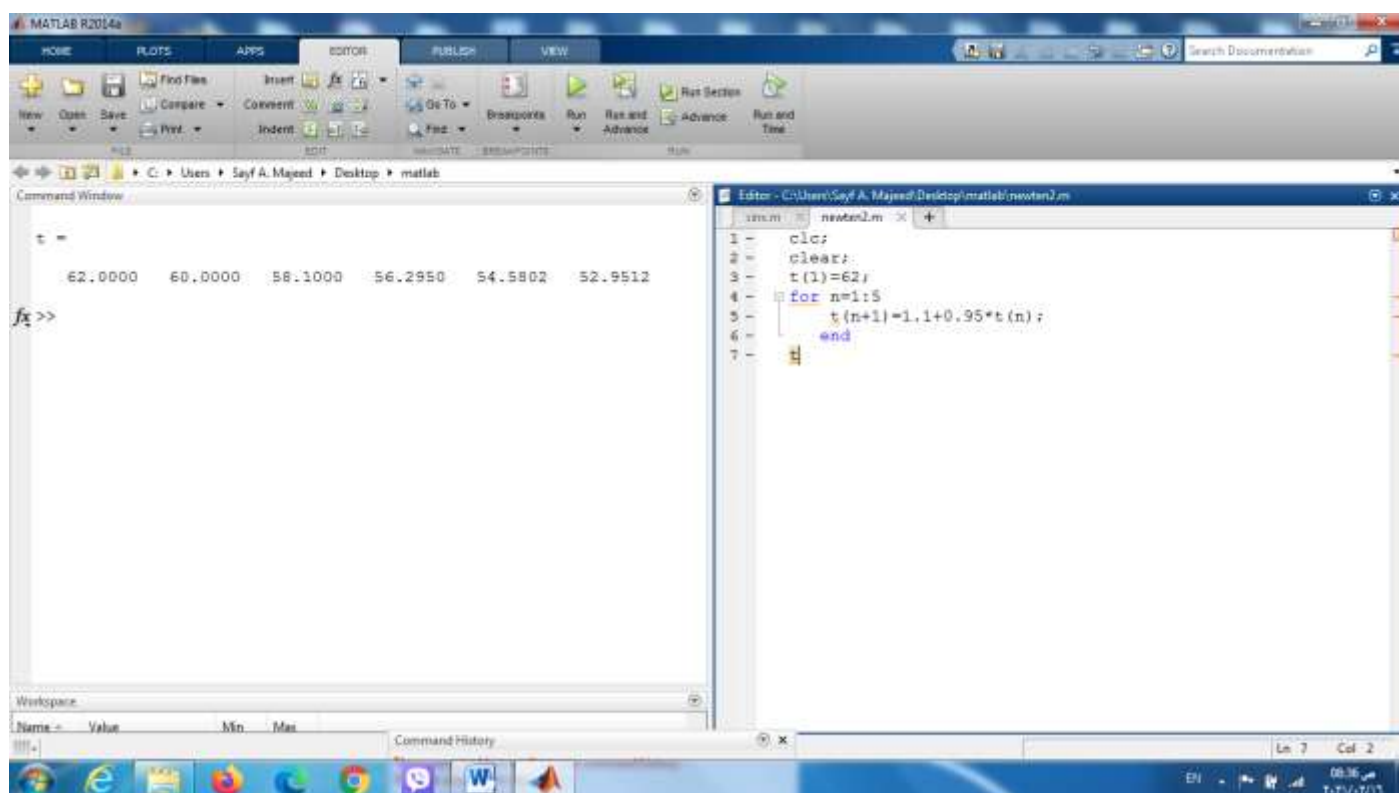
أي إن:

$$\begin{aligned}T_{n+1} &= 1.1 + 0.95T_n; n \in N \\ T_0 &= 62.\end{aligned}$$

ومن النموذج الأخير يمكننا الإجابة عن س1، وذلك بإيجاد  $T_1$  ثم  $T_2$  ثم  $T_3$  ثم  $T_4$  ومن ثم  $T_5$  التي تمثل درجة حرارة الشاي بعد 5 دقائق. وهذه النتائج مبينة في الجدول الآتي:

| n     | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|-------|------|------|------|------|------|------|
| $T_n$ | 62.0 | 60.0 | 58.1 | 56.3 | 54.6 | 53.0 |

كما يمكن الاستعانة بالبرنامج الآتي لإجراء الحسابات السابقة:



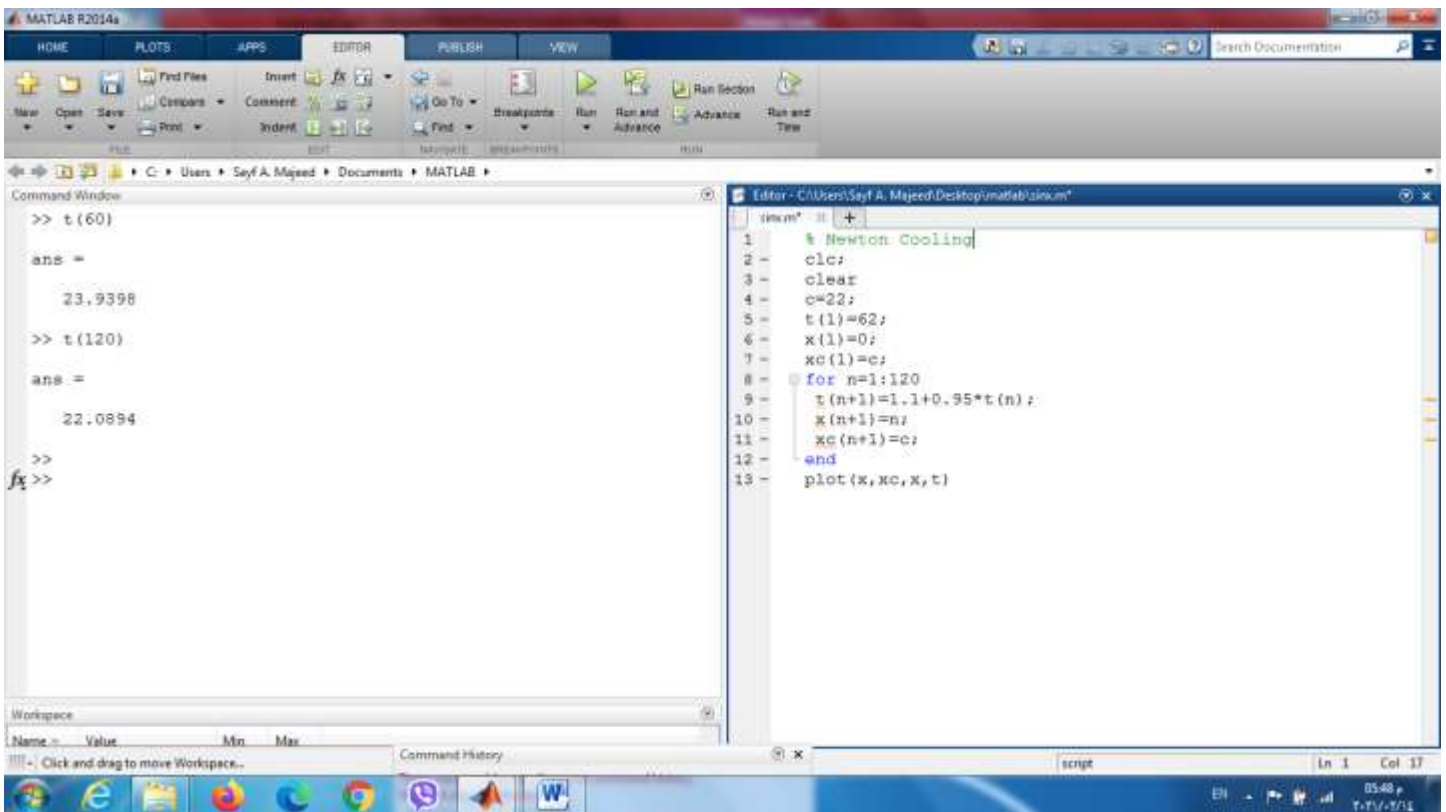
```

clc;
clear;
t(1)=62;
for n=1:5
    t(n+1)=1.1+0.95*t(n);
end
t

```

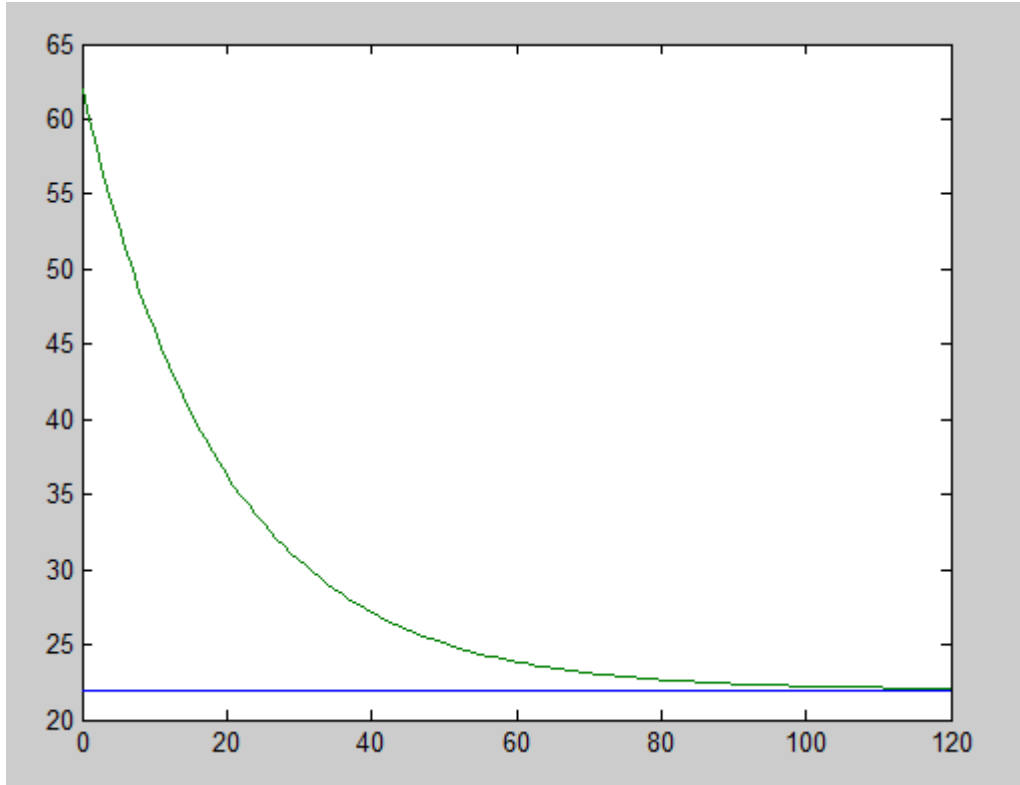
للإجابة على س2، فيفضل أن نتحرى الحرارة التي سوف تؤول إليها درجة حرارة الشاي بعد مدة طويلة، ولتكن بعد ساعتين (أي 120 دقيقة).

والبرنامج الآتي، واسمه Newton Cooling، يؤدي الغرض المطلوب



```
clc;
clear;
c=22;
t(1)=62;
x(1)=0;
xc(1)=c;
for n=1:120
    t(n+1)=1.1+0.95*t(n);
    x(n+1)=n;
    xc(n+1)=c;
end
plot(x,xc,x,t)
```

ونتيجة الحاسوب مبينة في الرسم الآتي.



وكما هو واضح من الرسم فإن درجة حرارة الشاي تبدأ بـ 62 درجة مئوية ثم تتناقص شيئاً فشيئاً نحو درجة حرارة الغرفة 22 درجة مئوية. والحقيقة فيبعد ساعة كاملة سوف تكون درجة حرارة الشاي  $T(60)=23.9398$  ، وبعد ساعتين تصبح  $T(120)=22.0894$  ، وهذه الدرجة قريبة جداً من درجة حرارة الغرفة.

أي إن درجة حرارة الغرفة تمثل النقطة الثابتة التي سوف تؤول إليها درجة حرارة الشاي في الكوب.

