جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية

محاضرات النمذجة

المحاضرة الثالثة

نماذج النمو والاضمحلال (Growth and decay models)

ان نماذج النمو والاضمحلال عبارة عن نماذج رياضية تكون نسبة النمو / الاضمحلال متناسبة مع القيمة الحالية للنموذج.

فعندما يكون المتغير الذي نتعامل معه متقطعا يطلق على النمو / الاضمحلال هندسي (لان القيم للنموذج تكون متوالية هندسية)

وعندما يكون المتغير مستمرا فيطلق على النمو / الاضمحلال اسي (لانه يكون دالة بدلالة الدالة الاسية)

ويعرف ايضا بأسم النموذج المالثوسي .

لنفرض انه لدينا متغيرين Y(t), X(t) العلاقة بينها هي

$$\frac{dy(t)}{dx(t)} = k\, y(t)$$

K : ثابت . حيث يمكن حل المعادلة بفصل المتغيرات ونحصل على المعادلة او الحل النهائي

$$y(t) = y(0)e^{k[\,x(t)-x(0)]}$$

بفرض ان x(t)> x(0) . فعندما يكون k>0 يعني ان y(t) هناك نمو فيها.

واذا كان k<0 يعني ان هناك اضمحلال في قيم y(t) .

نمذجة خطر حوادث السيارات جراء تناول المشروبات الكحولية

(Modeling the risk of motor vehicle accidents due to alcohol consumption)

سيتناول هذا التطبيق نمذجة العلاقة بين تناول المشروبات الكحولية وحوادث السيارات

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية

حيث ان الفرضية التي سنفرضها هي

R :ترمز الى المخاطر النسبية لحوادث السيارات وتتناسب طرديا مع مستوى الكحول في الدم

b : ترمز الى مستوى الكحول في الدم . يعني

$$\frac{dR(b)}{db} \propto b$$

بتحويل التناسب الى معادلة ينتج النموذج الرياضي

$$\frac{dR(b)}{db} = k\ b$$

اذ ان k : ثابت تناسب وبعد حل المعادلة التفاضلية ينتج النموذج الرياضي التالي

$$R(b) = R(0)e^{kb}$$

R(0) =1

لانه عند عدم تناول المشروبات فلا يوجد مخاطرة بوقوع حوادث

اذا النموذج الرياضي النهائي

$$R(b) = e^{kb}$$

يتم اخذ مستوى الكحول في الدم مع نسبة الحوادث المقابلة لها وتعويضها في النموذج اعلاه . ولايجاد قيمة K

نمذجة تسخين الماء (Water heating modeling)

بفرض ان الخزان المعدني مملوء بالماء البارد وهذا الخزان يسخن بواسطة سخان كهربائي مغمور بالكامل في الماء لنمذجة هذه الحالة . نفترض ان حرارة الماء متساوية في جميع مواضع الخزان وعند التشغيل سيكون الماء حول السخان اكثر سخونة من المواضع الاخرى بحيث تصل حرارته في الغالب الى منتصف الخزان .

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية

نفرض ان

q : هي الحرارة المنتجة من السخان تكون بنسبة ثابتة

T : الزمن

اذا الحرارة الكلية المكتسبة هي

$$h=qT$$

وبما ان الحرارة اللازمة لتغيير حرارة كتلة من المائع (m) بمقدار (θ) تتناسب مع

$$h \propto \theta\, m$$

$$qT \propto \theta\, m$$

وبما ان ثابت التناسب للمائع يعرف بسعة الحرارة النوعية ويرمز له بـ C نجد

$$H=qT=cm\theta$$

س) مامقدار الزمن اللازم لسخان مغمور قدرته 3kw من تسخين 100 kg من الماء حرارته 15 درجة مئوية الى 60 درجة مئوية

Q) How much time does a 3 kW immersion heater need to heat 100 kg of water at 15°C to 60°C?