جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية

محاضرات النمذجة

المحاضرة السابعة

<u>رهن البيت</u>

اشتريه بيت بمبلغ C دينار ودفع مبلغ اولي مقداره A دينار من قيمة البيت وقسط المبلغ المتبقي بأقساط شهرية مقدارها M دينار وبفائدة شهرية مقدارها r %

المطلوب :

1- اكتب النموذج الحركي المعبر عن المبلغ الشهري المطلوب عن هذا البيت

2- جد الحل للنموذج الحركي

3- جد عدد الاشهر اللازمة لتسديد كامل ثمن البيت

4- جد مجموع المبالغ المدفوعة من قبل المشتري لحين تسديد المبلغ الكلي والناجمة عن الفوائد

<u>Home mortgage</u>

He bought a house for C dinars and paid an initial amount of A dinars of the house's value. He paid the remaining amount in monthly installments of M dinars, with a monthly interest of r%.

Required:

1. **Write the dynamic model that expresses the monthly amount required for this house.**
2. **Find the solution to the kinetic model**

3- Find the number of months needed to pay off the entire price of the house.
4- Find the total amounts paid by the buyer until the full amount is paid, resulting from interest.

الحل :

نفرض ان المتغير b_n يمثل الدين المطلوب من المشتري بعد n من الاشهر من شراء البيت
اذا النموذج الرياضي هو على النحو الاتي
الدين المطلوب في الشهر n+1 = الدين المطلوب في الشهر السابق + فائدة الشهر السابق- القسط الشهري

فلو فرضنا ان

$$D=C-A$$

حيث ان D : يمثل المبلغ المتبقي في ذمة المشتري عند الشراء
اذا النموذج الرياضي يكون بالشكل الاتي:

$$b_{n+1} = b_n + r\,b_n - M$$
$$b_0 = D$$

اذا

$$b_{n+1} = b_n(1+r) - M$$
$$b_0 = D$$

نلاحظ ان Δb_n

$$\Delta b_n = b_{n+1} - b_n$$

وبتعويض النموذج اعلاه في المعادلة ينتج

$$\Delta b_n = b_n + rb_n - b_n - M$$
$$\Delta b_n = rb_n - M$$

وهذا يعني ان الذي يحدد اتجاه الدين هو الفرق بين المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة $i_n = rb_n$ ومقدار القسط الشهري M

فأذا كان المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة i_n > M فأن دين المشتري سوف يزداد بأستمرار وبالنتيجة سوف لايستطيع المشتري من تسديد الدين الى الابد

اما اذا كان المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة i_n < M فأن دين المشتري سوف ينتهي بعد مدة محددة من الزمن

واذا كان المبلغ المضاف والناجم عن الفائدة i_n = M فأن دين المشتري سوف يبقى كما هو دون زيادة او نقصان.

الان نقوم بحل النموذج الرياضي الناتج سابقا وذلك بقارنة النموذج بالمعادلة الفرقية التالية

$$a_{n+1} = c_0 + c_1 a_n$$

$$b_{n+1} = (1+r)b_n - M$$

$$b_0 = D$$

اذا $b_0 = D$ ، $c_1 = 1 + r$ ، $c_0 = -M$

وبما انه $c_1 \neq 1$ اذا نستخدم الشطر الاول من المعادلة التالية

$$a_n = \begin{cases} \dfrac{c_0(\,1 - c_1^n)}{1 - \,c_1} + \,a_0 c_1^n & ;\ c_1 \neq 1 \\ n\,c_0 + \,a_0 & ; \quad c_1 = 1 \end{cases}$$

وبعد التعويض وسلسلة من التبسيطات نتج لنا

$$b_n = \frac{M[1 - (1+r)^n]}{r} + D(1+r)^n$$

حيث ان b_n تعطي قيمة المبلغ المتبقي في ذمة المشتري في الشهر n

ولايجاد معادلة حساب الاشهر اللازمة لتسديد كامل ثمن البيت نأخذ المعادلة الاخيرة اعلاه ونساويها بالصفر وبعد سلسلة من التبسيطات نتنتج لدينا المعادلة التالية

$$n = \frac{Ln\left[\frac{M}{M - rD}\right]}{Ln(1 + r)}$$

اما معادلة مجموع الفوائد المدفوعة من قبل المشتري فهي

$$S_i = \sum_{i=1}^{n} r\, b_n$$

اضمحلال الراديوم : (radium decay)

الراديوم هو عنصر مشع وان نسبة اضمحلاله هي 1% لكل 25 سنة وهذا يعني ان الكمية المتبقية من هذا العنصر في بداية كل 25 سنة تساوي الكمية نفسها في بداية ال 25 سنة السابقة مطروحا منها 1% من تلك الكمية .

اذا نفرض

X_0 : تمثل الكمية الابتدائية من الراديوم

X_n : تمثل كمية الراديوم المتبقية بعد 25n من السنين

اذا النموذج الرياضي لكمية الراديوم بعد 25n من السنين

$$X_{n+1} = X_n - 0.01\, X_n$$

$$X_{n+1} = 0.99\, X_n \quad , n \in N$$

$$X_0 = 100$$

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية