# Time series
# السلاسل الزمنية

- **Time series models:** **نماذج السلاسل الزمنية**

Before starting to study the separation of the components of the time series, a mathematical model should be formulated that links the values of the phenomenon under study and the values of the components of the time series. In fact, there are many mathematical models that describe the behavior of the time series, but the most commonly used in terms of ease of use are the following:

قبل البدأ بدراسة فصل مركبات السلسلة الزمنية ينبغي صياغة نموذج رياضي يربط بين قيم الظاهرة المدروسة وقيم مركبات السلسلة الزمنية وفي الواقع هناك العديد من النماذج الرياضية التي تصف سلوك السلسلة الزمنية ولكن اكثرها استخداماً من حيث السهولة في التعامل ما يلي:

## 1) Additive Model: النموذج الجمعي

The additive model assumes that the value of the phenomenon (Y) at time (t) is the sum of the four components of the time series at that time period. This is described mathematically as follows:

يفترض النموذج الجمعي بان قيمة الظاهرة (Y) عند الزمن (t) هي عبارة عن حاصل جمع المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية عند تلك الفترة الزمنية.

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + R_t$$

For ease of application, the time symbol (t) is deleted so that the model takes the following form:

$$Y = T + S + C + R$$

The components of the time series are separated from each other by the subtraction process. For example, when stripping the values of the phenomenon (Y) from the effect of directional changes (T), this is done as follows:

ويتم فصل مركبات السلسلة الزمنية بعضها عن البعض الاخر بواسطة عملية الطرح.

$$Y - T = S + C + R$$

When using the additive model, the components of the time series must be independent of each other, meaning that the occurrence of one component should not affect the occurrence of the other components of the time series.

ويشترط عند استخدم النموذج الجمعي ان تكون مركبات السلسلة الزمنية مستقلة عن بعضها البعض الاخر بمعنى ان حدوث احد المركبات يجب ان لا يؤثر في حدوث مركبات السلسلة الزمنية الاخرى.

## 2) Multiplicative Model: النموذج الضربي

The multiplicative model assumes that the value of the phenomenon (Y) at time (t) is the product of the four components of the time series at that time period and this is described mathematically as follows:

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times R_t$$

يفترض النموذج الضربي بان قيمة الظاهرة (Y) عند الزمن (t) هي عبارة عن حاصل ضرب المركبات الاربعة للسلسلة الزمنية عند تلك الفترة الزمنية.

For ease of application, the time symbol (t) is removed so that the model takes the following form:

$$Y = T \times S \times C \times R$$

The components of the time series are separated from each other by the division process. For example, when stripping the values of the phenomenon (Y) from the effect of directional changes (T), this is done as follows:

ويتم فصل مركبات السلسلة الزمنية بعضها عن البعض الاخر بواسطة عملية القسمة.

$$\frac{Y}{T} = \frac{T \times S \times C \times R}{T} = S \times C \times R$$

Using the same method, the values of the phenomenon are stripped from the effect of the other components of the time series after estimating each component individually.

**Example:** The following table represents a four-year quarterly time series for the period (2005-2008) and the trend values increase by one unit for each quarter, and the seasonal effect is constant during each quarter of the years. The values of each element for each quarter have been known for each of the effects of periodic and random changes. It is required to find the values of the phenomenon for the mentioned period according to the additive model.

الجدول الاتي يمثل سلسلة زمنية فصلية لأربع سنوات للفترة من (2005-2008) والقيم الاتجاهية تزداد بوحدة واحدة لكل فصل وكذلك تأثير الموسم ثابت خلال كل فصل للسنوات وقد علمت قيم كل عنصر بكل فصل للكل من تأثير التغيرات الدورية والعشوائية المطلوب ايجاد قيم الظاهرة للمدة المذكورة وفق النموذج الجمعي.

| السنة | الفصل | T | S | C | R | Y=T*S*C*R | Y=T+S+C+R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2005 | $Q_1$ | 140 | 5 | -13 | -2 | 18200 | 140+5+(-13)+(-2)=130 |
| | $Q_2$ | 141 | -10 | -12 | 8 | 135360 | 141+(-10)+(-12)+8=127 |
| | $Q_3$ | 142 | -3 | -10 | 6 | 25560 | 142+(-3)+(-10)+6=135 |
| | $Q_4$ | 143 | 8 | -5 | -6 | 34320 | 143+8+(-5)+(-6)=140 |
| 2006 | $Q_1$ | 144 | 5 | -2 | -15 | 21600 | 144+5+(-2)+(-15)=132 |
| | $Q_2$ | 145 | -10 | -1 | -5 | -7250 | 129 |
| | $Q_3$ | 146 | -3 | 0 | 2 | 0 | 145 |
| | $Q_4$ | 147 | 8 | 2 | 1 | 2352 | 158 |
| 2007 | $Q_1$ | 148 | 5 | 4 | -4 | -11840 | 153 |
| | $Q_2$ | 149 | -10 | 8 | -1 | 11920 | 146 |
| | $Q_3$ | 150 | -3 | 12 | 5 | -27000 | 164 |
| | $Q_4$ | 151 | 8 | 16 | -5 | -96640 | 170 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2008 | $Q_1$ | 152 | 5 | 12 | 1 | 9120 | 170 |
| | $Q_2$ | 153 | -10 | 9 | 0 | 0 | 152 |
| | $Q_3$ | 154 | -3 | 5 | 3 | -6930 | 159 |
| | $Q_4$ | 155 | 8 | 4 | 1 | 4960 | 168 |

- **Measure The General Trend** **قياس الاتجاه العام**

Different methods for determining the general trend vary in their ease of application and accuracy, as there are two types of general trend that can be measured, namely (linear general trend and non-linear general trend). Among the methods for measuring the linear general trend are:

تتفاوت طرق تعيين الاتجاه العام المختلفة في سهولة تطبيقها ومدى دقتها حيث هناك نوعين من الاتجاه العام التي يمكن قياسهما وهما ( الاتجاه العام الخطي والاتجاه العام غير الخطي). فان من طرق قياس الاتجاه العام الخطي:

1. Average of the two halves of the series method . طريقة متوسطي نصفي السلسلة
2. Least squares method. طريقة المربعات الصغرى
3. Moving average method. طريقة المتوسطات المتحركة

## 1) Average of the two halves of the series method

The Average of the two halves of the series method is one of the simplest methods used to estimate the general trend line equation. This method is based on the idea of dividing the time series into two equal halves in the number of observations, noting that if the number of observations of the time series is odd, in this case the value of the observation corresponding to the middle year in the time series is deleted. To estimate the general trend line equation represented by the following formula, the following steps are followed:

$$\hat{y} = a + bt$$

تعد طريقة متوسطي نصفي السلسلة من ابسط الطرق المستخدمة في تقدير معادلة خط الاتجاه العام وتستند هذه الطريقة على فكرة تقسيم السلسلة الزمنية الى نصفين متساويين في عدد المشاهدات مع ملاحظة اذا كان عدد مشاهدات السلسلة الزمنية فردياً فيتم في هذه الحالة حذف قيمة المشاهدة المناظرة للسنة الوسطى في السلسلة الزمنية.

1. Divide the observations of the time series into two equal halves.
تقسيم مشاهدات السلسلة الزمنية الى نصفين متساويين.
2. Give a sequence of years for the time series (t=1,23,…).
اعطاء تسلسل لسنوات لسلسلة الزمنية.
3. Find the arithmetic mean of the sequence of years for each half, i.e. ($\overline{t_1}$ , $\overline{t_2}$).
ايجاد الوسط الحسابي لتسلسل السنوات لكل نصف.
4. Find the arithmetic mean of the observations for each half, i.e. ($\overline{y_1}$ , $\overline{y_2}$).
ايجاد الوسط الحسابي لمشاهدات كل نصف.
5. Determine the first half point ($\overline{t_1}$ , $\overline{y_1}$) and the second half point ($\overline{t_2}$ , $\overline{y_2}$).

تحديد نقطة النصف الاول $(\overline{t_1}, \overline{y_1})$ ونقطة النصف الثاني$(\overline{t_2}, \overline{y_2})$.

6. Estimate the general trend equation according to the following formula:

تقدير معادلة الاتجاه العام.

$$\frac{y-\overline{y_1}}{t-\overline{t_1}} = \frac{\overline{y_2}-\overline{y_1}}{\overline{t_2}-\overline{t_1}}$$

**Example:** The following is data on the sales value (in thousands of dollars) of a product produced by a factory in the years shown in the following table:

**Required:**

1. Estimate the general trend line equation using the Average of the two halves of the series method and then draw the general trend line.
2. Predict the sales value (y) for the year 2000.

| years | sales value | t | $\bar{t}$ | $\bar{y}$ | Determine point |
|---|---|---|---|---|---|
| 1990 | 12 | 1 | $\overline{t_1} = \frac{1+2+3+4+5}{5}$ <br> $\overline{t_1} = 3$ | $\overline{y_1} = \frac{12+8+6+7+5}{5}$ <br> $\overline{y_1} = 7.6$ | $(\overline{t_1}, \overline{y_1}) = (3,7.6)$ |
| 1991 | 8 | 2 | | | |
| 1992 | 6 | 3 | | | |
| 1993 | 7 | 4 | | | |
| 1994 | 5 | 5 | | | |
| 1995 | 6 | 6 | $\overline{t_2} = \frac{6+7+8+9+10}{5}$ <br> $\overline{t_2} = 8$ | $\overline{y_2} = \frac{6+9+8+10+9}{5}$ <br> $\overline{y_2} = 8.4$ | $(\overline{t_2}, \overline{y_2}) = (8,8.4)$ |
| 1996 | 9 | 7 | | | |
| 1997 | 8 | 8 | | | |
| 1998 | 10 | 9 | | | |
| 1999 | 9 | 10 | | | |

$$\frac{y-\overline{y_1}}{t-\overline{t_1}} = \frac{\overline{y_2}-\overline{y_1}}{\overline{t_2}-\overline{t_1}}$$

$$\frac{y-7.6}{t-3} = \frac{8.4-7.6}{8-3}$$

$$\frac{y-7.6}{t-3} = \frac{0.8}{5} = 0.16$$

$$y - 7.6 = (t - 3) \times 0.16$$

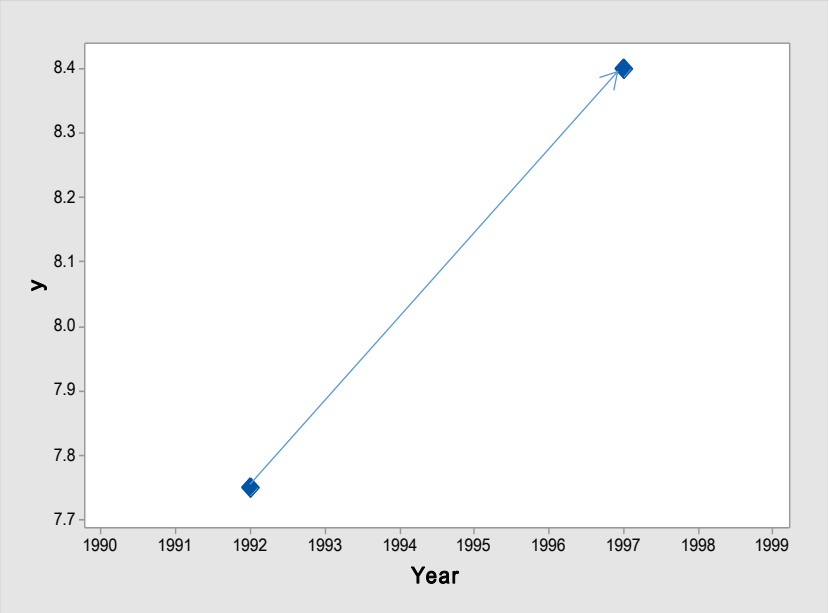
$$y - 7.6 = 0.16t - 0.48$$

$$y = 0.16t - 0.48 + 7.6$$

$$\hat{y} = 7.12 + 0.16t$$

$$\hat{y}_{2000} = 7.12 + 0.16(11)$$

$$\hat{y}_{2000} = 8.88 \approx 9$$




**Disadvantages of the two-half-series average method**

**عيوب طريقة متوسطي نصفي السلسلة**

1. The calculation of the slope of the general trend line depends on the two calculated arithmetic means, and each of these two means is affected by the outliers, i.e. the very high or very low values. If one of the two sections contains higher or lower values than the other section, this affects the values of the two arithmetic means, and thus the calculated general trend line does not accurately represent the situation.

يتوقف حساب ميل خط الاتجاه العام على الوسطين الحسابين المحسوبين وكل من هذين الوسطين يتأثران بالقيم الشاذة اي الشديدة الارتفاع او الشديدة الانخفاض فاذا كان احد القسمين يحتوي على قيم مرتفعة او منخفضة اكثر من القسم الاخر فان ذلك يؤثر على قيمتي الوسطين الحسابيين وبالتالي لا يكون خط الاتجاه العام المحسوب يمثل الحالة بدقة.

2. The accuracy decreases as the length of the series gets shorter.

تقل الدقة كلما قصر طول السلسلة.

3. Working with this method is limited to cases where the general trend is straight or close to straight.

العمل بهذه الطريقة يقصر على الحالات التي يكون فيها الاتجاه العام مستقيماً او قريباً من الاستقامة.

4. Although this method is simple to calculate, the results we get are not accurate.

على الرغم من ان هذه الطريقة بسيطة الحساب الا ان النتائج التي نحصل عليها لا تكون دقيقة.