The Non-Zero-Sum Game

Remember the following points about it:

A mixed strategy occurs when no equilibrium point is established in the matrix. This means that the gain of the first player does not equal the loss of the second player.

Definition of Mixed Strategy: In this case, the strategy used by both players is called a mixed strategy.

Objective of Mixed Strategy: Games of this type can be solved in several ways, including:

1- The graphical method

2- The linear programming method

4. The value of the game: The value of the game is limited to

المباراة $\leq$ $\max\min$

أولاً طريقة الرسم البياني

تستخدم هذه الطريقة فقط إذا كان أحد اللاعبين يستخدم استراتيجيتين فقط، ولإيجاد احتمالات اللعب وقيمة المباراة نتبع الخطوات:

1- بالنسبة للاعب A (اللاعب الأول)

نرسم عمودين يمثل الأول p_1 والثاني p_2 ونضع على كل منهما قيمة.

نصل بين النقاط بخطوط مستقيمة.

يكون البعد بين العمودين = 1.

نكون نقطة تقاطع الخطوط على الخط الأفقي قيمة P.

2- بالنسبة للاعب B (اللاعب الثاني) نتبع نفس الخطوات.

3- يمكن استبعاد حلول المباراة الكبيرة ولكن بعد افتراض أن خيارات صغيرة وتم ذلك من خلال استبعاد (حذف) صف أو عمود أو استبعاد بعض الاستراتيجيات لحين الحصول على استراتيجيتين فقط لأحد المتنافسين على الأقل.

First, the Graphing Method

This method is only used if one player uses only two strategies. To find the game probabilities and the value of the game, follow these steps:

1- For Player A (the first player), we draw two columns, the first representing $p_1$and the second representingp_2, and assign a value to each.

We connect the points with straight lines.

The distance between the two columns is 1.

We define the point of intersection of the lines on the horizontal line as the value of p.

2- For Player B (the second player), we follow the same steps.

3- We can eliminate solutions to the large game, but after assuming small options. This is done by eliminating (deleting) a row or column, or by eliminating some strategies until we have only two strategies for at least one of the competitors.

"ولكي نوضح هذه الطريقة نفترض مصفوفة الدفع الخالص:"

To illustrate this method, we assume the pure payment matrix:

الاحتمالات		q_1	q_2		q_n
	اللاعب A الاعب B	B_1	B_2	....	B_n
p_1	A_1	a_{11}	a_{12}	....	a_{1n}
p_2	A_2	a_{21}	a_{22}	....	a_{2n}

نفترض عدم وجود نقطة استقرار فإن المتنافس A يمتلك استراتيجيتين A_1 و A_2 باحتمال p_1 و p_2 ($p_2 = 1 - p_1$) حيث $0 \le p_i \le 1$ فإن الربح المتوقع لـ A المناظر لاستراتيجية المتنافس B كما في الجدول الذي":

ثم يظهر جدول لـ "الربح المتوقع لـ:A"

Assuming there is no stability point, competitor A has two strategies $A_1$and $A_2$with probability($p_2 = 1 - p_1$)p_2 and $p_1$where $0 \leq p_i \leq 1$. The expected profit for A corresponding to competitor B's strategy is as shown in the table below:

Then a table for "A's expected profit" appears:

استراتيجيات B	الربع المتوقع ل A
B_1	$a_{11}p_1 + a_{21}(1-p_1) = (a_{11} - a_{21})p_1 + a_{21}$
B_2	$a_{12}p_1 + a_{22}(1-p_1) = (a_{12} - a_{22})p_1 + a_{22}$
.	.
.	.
.	.
B_n	$a_{1n}p_1 + a_{2n}(1-p_1) = (a_{1n} - a_{2n})p_1 + a_{2n}$

مثال جد الاحتمالات اللعب وقيمه المباراة لمصفوفه الدفع التالية

Example of the play probability and match value for the following payout matrix:

B / الاعبA	B_1	B_2
A_1	-2	3
A_2	3	-4

sol/ الحل

B / A	B_1	B_2	Min
A_1	-2	3	-2
A_2	3	-4	-4
Max	3	3	Max min

Man x Min ≠ Min Max

اذن لا توجد نقطه استقرار المباراة اذن قيمه المباراة تقع

Man MinV_1 ≤ V ≤ V_2Min Man

اما استراتيجيات المتاحة للاعبينB وAتساوي(2)فيكون الحل اما با استخدام استراتيجيةA او Bسنرسم المباراة بالنسبة للاعب

Man x Min ≠ Min Max

So there is no stable point in the game, so the value of the game is

Man MinV_1 ≤ V ≤ V_2Min Man

The strategies available to players B and A equal (2), so the solution is either by using strategy A or B. We will draw the game for player

استراتيجيةB	الربع المتوقع ل A
B_1	$-2p_1 + 3(1 - p_2 = 3 - 5p_1$
B_2	$3p_1 - 4(1 - p_1) = 7p_1 - 4$

للاعب A يحاول ان يحمل V اكبر يمكن [تعظيم V] فاذا وقع اختيار للاعب B على الستر ايجية الاولئ (العمود الاول) فان نتيجه الاختيار بالنسبه للاعبA سيكون

اما اذا وقع اختيار اللاعبB على الستراتيجيه

الثانيه (العمود الثاني) من مصفوفه الدفع فان نتيجه الاختيار اللاعب A سيكون

والربح المتوقع ال(A_1)تم ترتيبه بالجدول اعلاه

الرسم: بعد ان حددنا الربح المتوقع الى A مع استراتيجيه B نبدا

-1نرسم الاحداثي السيني ليمثل الاحتمال ويقسم المحور السيني الى عده الجزاء من (10الئ1) وطول كل جزاء 0.1لان

$0 \le p_i \le 1$

Player A tries to maximize V. If player B chooses the first strategy (first column), the outcome for player A will be

If player B chooses the second strategy (second column) of the payoff matrix, the outcome for player A will be

which equals

The expected payoff (A1) is arranged in the table above.

Drawing: After determining the expected payoff for A with strategy B, we begin

1. Draw the x-axis to represent the probability. The x-axis is divided into a number of parts from (10 to 1), with the length of each part being 0.1 because

$0 \le p_i \le 1$

القيد الاول $3-5p_1$

$if \ \ p_1 = 0 \ \rightarrow$ النقطة

$if \ \ p_1 = 1 \ \rightarrow$ النقطة $(1,-2)$

القيد الثاني $7p_1 - 4$

ولايجاد قيمه المباره عندما يكون الربح المتوقع الى A هو نفسو اختبار B لدي استراتيجية B1 , B2 وهذا يتحقق عندما تساوي المعادلتين.

الربح المتوقع الى A نحصل عليه بتعويض p1 في المعادلتين

المباره تساوي ($V=\frac{1}{12}$)

(Max Min-2) ≤ ($V=\frac{1}{12}$) ≤(Min Max =3)

نستطيع نرسم المحاور لكلا اللاعبين اذا كانت مصفوفه الدفع (2×2) لكن اذا كانت غير ذلك (n×2) نرسم فقط اللاعب الذي يملك استراتيجيين اما الاعب الاخر فنجد قيمته بالمعادلات فقط

The second constraint is $7p_1 - 4$

$if\ \ p_1 = 0 \rightarrow$ النقطة $(0, -4)$

$if\ \ p_1 = 1\ \ \rightarrow$ النقطة $(1,3)$

To find the value of the match when the expected profit for A is the same as for B, I have a strategy B1 and B2. This is achieved when the two equations are equal.

$3 - 5p_1 = 7p_1 - 4$

$7p_1 + 5p_1 = 3 + 4$

$p_1 = \frac{7}{2}$

$p_2 = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \leftarrow p_2 = 1 - p_1$

$p_1 = \frac{7}{12}\ \ ; p_2 = \frac{5}{12}$

The expected payoff to A is obtained by substituting p1 into the equations:

$3 - 5p_1 = 7p_1 - 4$

$$3 - 5\left(\frac{7}{12}\right) = 7\left(\frac{7}{12}\right) - 4$$

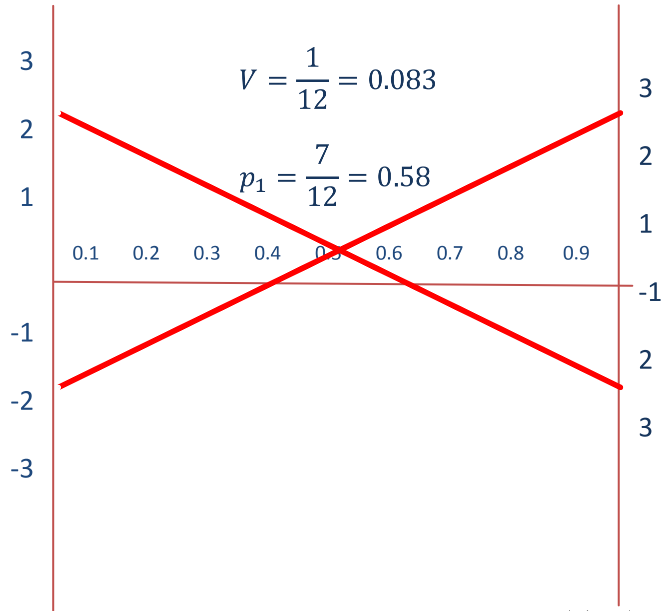
$$3 - \frac{35}{12} = \frac{49}{12} - 4$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

The game is equal to ($V=\frac{1}{12}$)

(Max Min-2) ≤ ($V=\frac{1}{12}$) ≤(Min Max =3)

We can plot the axes for both players if the payoff matrix is (2×2), but otherwise it is (n×2). We only draw the player who has two strategies, but we find the value of the other player using equations only.



ويبقى الاسلوب بالنسبة للاعب B فان

الاستراتيجيات	المنارة المتوقعة ل B
A_1	$-2q_1 + 3q_2 = -2q_1 + (1 - q_1) = 3 - 5q_1$
A_2	$3q_1 - 4q_2 = 3q_1 - 4(1 - q_1) = 7q_1 - 4$

الايجاد q_1 نأخذ المعادلة

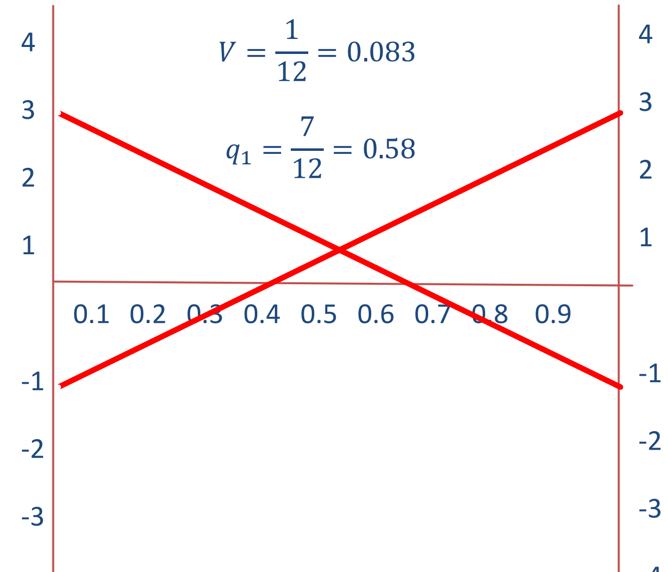
$$+7q_1 - 4 = 3 - 5q_1$$

$$7q_1 + 5q_1 = 3 + 4 \rightarrow q_1 = \frac{7}{12} \; ; \rightarrow q_2 = 1 - q_1 = \frac{5}{12}$$

والايجاد قيمة المباراة V نعوض بأحد المعادلات q بقية q

$$7q_1 - 4 = 7 * \frac{7}{12} - 4 = \frac{1}{12}$$

قيمة المباراة $V = \frac{1}{12}$



توضيح القيمة الموجبة لنتيجة المباراة $\left(V = \frac{1}{12}\right)$ تمثل الربح ل A والخسارة ل B والعكس صحيح اي القيمة التالية لنتيجة المباراة تمثل الخسارة A والربح ل B

The positive value of the match result $\left(V = \frac{1}{12}\right)$represents a win for A and a loss for B, and the opposite is true; the next value of the match result represents a loss for A and a win for B.