Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

Statistical applications in quality control

مراقبة الجودة (QC) هي مجموعة من الأساليب الإحصائية المستخدمة لمراقبة جودة المنتجات والخدمات، وضمان امتثالها للمواصفات المطلوبة، وتقليل العيوب.

Introduction to Quality Control

Quality Control (QC) is a set of statistical methods used to monitor the quality of products and services, ensure their compliance with required specifications, and reduce defects.

Objectives of Quality Control

أهداف مراقبة الجودة
- تقليل المنتجات المعيبة.
- خفض تكاليف الإنتاج.
- تحسين رضا العملاء.
- الكشف عن مشاكل الإنتاج في مراحلها المبكرة.

- Reducing defective products.
- Lowering production costs.
- Improving customer satisfaction.
- Detecting production problems at an early stage.

Examples from the Iraqi Market

أمثلة من السوق العراقية
- مراقبة وزن أكياس الطحين في مصانع بغداد.
- فحص نسبة الدهون في منتجات الألبان المحلية.
- مراقبة سُمك الأنابيب في مصانع البلاستيك.
- فحص جودة تعبئة المياه المعدنية المعبأة.

- Monitoring the weight of flour bags in Baghdad factories.
- Testing fat content in local dairy products.
- Monitoring pipe thickness in plastic manufacturing plants.
- Inspecting the quality of bottled mineral water filling.

Types of Quality Control

Quality Control is generally divided into two main types:

1 Process Quality Control

This type aims to monitor the production process during operation to ensure stability and detect deviations early, preventing the production of large quantities of defective products.

مراقبة جودة العملية (يهدف هذا النوع إلى مراقبة عملية الإنتاج أثناء التشغيل لضمان استقرارها والكشف المبكر عن أي انحرافات، مما يمنع إنتاج كميات كبيرة من المنتجات المعيبة .ويعتمد على أدوات إحصائية مثل

- مخططات التحكم الإحصائي:
- تحليل التباين والانحرافات

It relies on statistical tools such as:

- Statistical Control Charts
- Analysis of variance and deviations

DrMahmood M Taher

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

2 Acceptance Quality Control

This type is applied after production is complete, when product samples are inspected to determine whether the entire production batch should be accepted or rejected.

مراقبة جودة القبول (يُطبق هذا النوع بعد اكتمال الإنتاج، حيث تُفحص عينات من المنتج لتحديد ما إذا كان ينبغي قبول دفعة الإنتاج بأكملها أو رفضها .ويعتمد على
- أساليب أخذ عينات القبول:
- خطط الفحص الإحصائي

It relies on:

- Acceptance Sampling methods
- Statistical inspection plans

Additional Classification (Based on Data Type)

تصنيف إضافي (بناءً على نوع البيانات)
- التحكم في المتغيرات: مثل الوزن والطول والحجم.
- التحكم في الخصائص: مثل معيب/غير معيب.

- Variables Control: such as weight, length, and volume.
- Attributes Control:such as defective / non-defective.

نوع السيطرة النوعية	وقت التطبيق	الهدف	الأدوات الإحصائية المستخدمة	مثال من السوق العراقي
السيطرة أثناء العملية الإنتاجية (Process Control)	أثناء الإنتاج	اكتشاف الانحرافات مبكرًا وضمان استقرار العملية	خرائط السيطرة الإحصائية ($\bar{X}$ ،R ،p)	مراقبة وزن قناني المياه في معامل بغداد
السيطرة بعد الإنتاج (Acceptance Control)	بعد انتهاء الإنتاج	قبول أو رفض الدفعة الإنتاجية	المعاينة الإحصائية وخطط الفحص	فحص عينات من علب التمر قبل التسويق
سيطرة المتغيرات (Variables)	أثناء/بعد الإنتاج	قياس خصائص كمية	المتوسط، الانحراف المعياري، خرائط $\bar{X}$ و R	قياس سماكة الأنابيب البلاستيكية
سيطرة الصفات (Attributes)	أثناء/بعد الإنتاج	عدّ العيوب أو نسبة المعيب	خرائط p ،np ،c ،u	عدد العلب المعيبة في خطوط التعبئة

A control chart typically consists of three main lines:

- **Center Line (CL):** Represents the process mean.
- **Upper Control Limit (UCL).**
- **Lower Control Limit (LCL).**

When data points fall within the control limits and follow a random pattern, the process is considered to be under statistical control. However, the appearance of points outside the limits or non-random patterns indicates a problem that requires intervention and corrective action.

Dr.Mahmood M Taher

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

يتكون مخطط التحكم عادةً من ثلاثة خطوط رئيسية:
• خط المنتصف (:(CLيمثل متوسط العملية.
• الحد الأعلى للتحكم (.(UCL
• الحد الأدنى للتحكم (.(LCL
عندما تقع نقاط البيانات ضمن حدود التحكم وتتبع نمطًا عشوائيًا، تُعتبر العملية تحت السيطرة الإحصائية. مع ذلك، يشير ظهور نقاط خارج الحدود أو أنماط غير عشوائية إلى وجود مشكلة تتطلب تدخلًا وإجراءً تصحيحيًا.

Mean Chart ($\bar{X}$–Chart)

1 Concept of the Mean Chart ($\bar{X}$–Chart)

The Mean Chart is one of the statistical control charts used to monitor the arithmetic mean of a production process over time, **ensuring process stability and detecting any abnormal changes that may affect quality.**

This chart is used when the data are **numerical (quantitative data),** such as:

- Product weight
- Length or size
- Production time

2 Idea of the Chart

Periodic samples are taken from the production line, then:

1. The mean of each sample is calculated.
2. These means are plotted on a graph.
3. The values are compared with the control limits.

If all points fall within the limits and follow a random pattern ⇒ the process is under statistical control.

What Does It Reveal?

- Changes in the production level.
- A shift in the mean upward or downward.

ماذا يكشف ذلك؟
• تغيرات في مستوى الإنتاج.
• تحول في المتوسط صعودًا أو هبوطًا.
مثال :زيادة في متوسط وزن الزجاجات عن القيمة القياسية.

Example:
An increase in the average weight of bottles above the standard value.

Dr.Mahmood M Taher

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

3 Basic Formulas

Overall Mean

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{k}$$

Average Range

$$\bar{\bar{R}} = \frac{\sum \bar{R}_i}{k}$$

Upper Control Limit

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{\bar{R}}$$

or

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}}$$

Lower Control Limit

$$UCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{\bar{R}}$$

or

$$CL = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}}$$

Dr.Mahmood M Taher

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

EX: The following table shows the sample means $\bar{X}$ and sample standard deviations (S) for six subgroups taken from a production process. Each subgroup has a sample size of n=4

Sample	Xbar	S
1	50	2
2	52	3
3	49	2
4	51	1
5	48	2
6	55	2

Compute $\bar{\bar{X}}$ and $\bar{S}$.
Compute UCL, CL, and LCL.
Identify any out-of-control subgroup(s) and explain

Step-by-step solution (with calculations)
1) Compute the grand mean of means

$$\bar{\bar{X}} = \frac{50 + 52 + 49 + 51 + 48 + 55}{6} = \frac{305}{6} = 50.833$$

2) Compute the average standard deviation

$$\bar{S} = \frac{2 + 3 + 2 + 1 + 2 + 2}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

3) Compute control limits (n = 4)

$$UCL = 50.833 + \frac{3(2)}{\sqrt{4}} = 50.833 + \frac{6}{2} = 53.833$$

$$LCL = 50.833 - \frac{3(2)}{\sqrt{4}} = 50.833 - 3 = 47.833$$

Final:

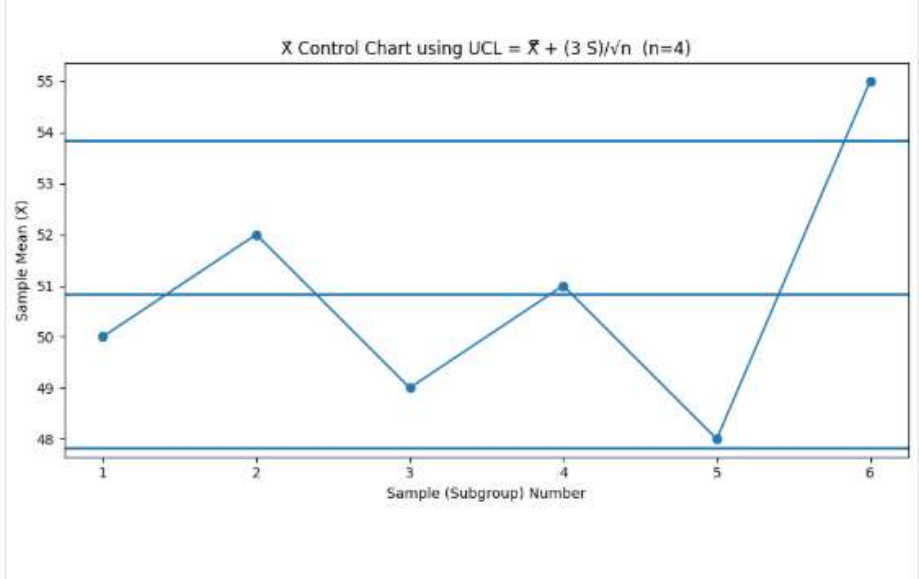
- **CL = 50.833**
- **UCL = 53.833**
- **LCL = 47.833**

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

Out-of-control point

:Subgroup 6 has $\bar{X}_6 = 55$, and

55>53.833⇒Out of control



Example: with **7 subgroups**, each with **n = 4 measurements**, constructed so that **each subgroup mean $\bar{X}$ equals 100**, **plus the control chart plot**.

Subgroup	Measurements (n=4)	$\bar{X}$	S
1	[98, 100, 102, 100]	100	1.632993
2	[97, 101, 103, 99]	100	2.581989
3	[96, 104, 100, 100]	100	3.265986
4	[99, 101, 98, 102]	100	1.825742
5	[95, 105, 100, 100]	100	4.082483
6	[97, 103, 99, 101]	100	2.581989
7	[98, 102, 100, 100]	100	1.632993

Compute each subgroup mean $\bar{X}$

For any subgroup:

$$\bar{X}_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{400}{4} = 100$$

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

So all subgroup means are:

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \cdots = \bar{X}_7 = 100$$

Compute the grand mean $\bar{\bar{X}}$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{7} \bar{X}_i}{7} = \frac{100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100}{7} = 100$$

Compute subgroup standard deviations Si and average $\bar{S}$

(Using **sample** standard deviation for each subgroup.)

The computed average is:

$$\bar{S} = 2.5149$$

Compute control limits (n = 4)

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}} = 100 + \frac{3(2.5149)}{\sqrt{4}} = 100 + \frac{7.5447}{2} = 103.7723$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}} = 100 - 3.7723 = 96.2277$$

Final Limits

- **CL = 100.0000**
- **UCL = 103.7723**
- **LCL = 96.2277**

Interpretation

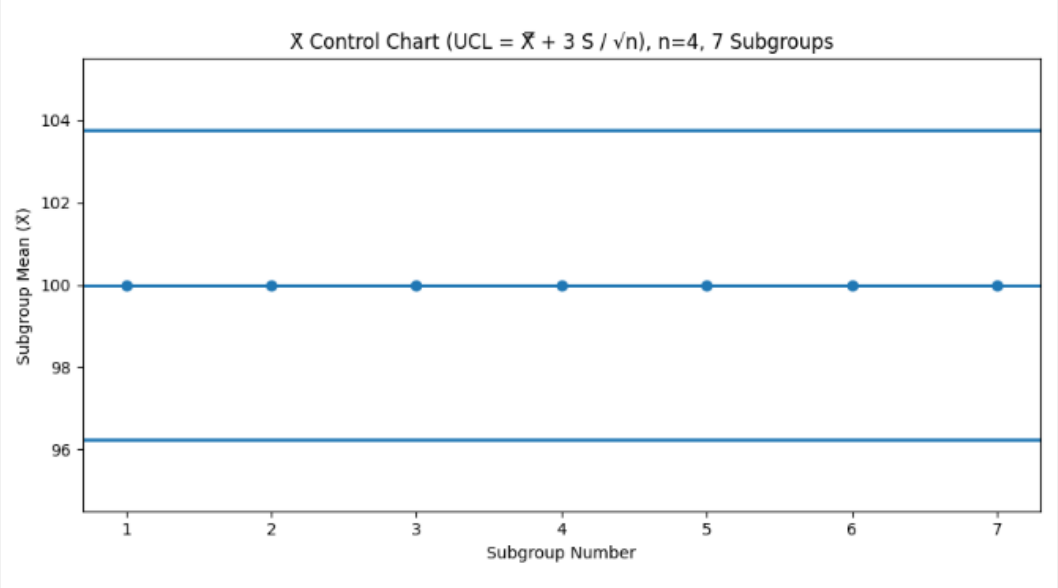
All subgroup means are exactly **100**, and:

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

$96.2277 \leq 100 \leq 103.7723$

The process mean is **in statistical control** (based on the $\bar{\bar{X}}$-chart).

X̄ Control Chart (Graph)



Subgroup	4 Measurements	Sum	$\bar{\bar{X}}$	Std. Dev. (S)
1	0, 0, 200, 200	400	100	115.470
2	5, 5, 195, 195	400	100	109.697
3	10, 10, 190, 190	400	100	103.923
4	20, 20, 180, 180	400	100	92.376
5	30, 30, 170, 170	400	100	80.829
6	40, 40, 160, 160	400	100	69.282
7	60, 60, 140, 140	400	100	46.188

We use:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}}, \quad LCL = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{\sqrt{n}}$$

Dr.Mahmood

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

Compute the grand mean $\overline{\overline{X}}$

All subgroup means are 100, so:

$$\overline{\overline{X}} = 100$$

Compute subgroup standard deviations Siand average $\overline{S}$

Using **sample** standard deviation for each subgroup, the computed average is:

$$\bar{S} = 88.2521$$

Compute control limits (n = 4)

$$UCL = 100 + \frac{3(88.2521)}{\sqrt{4}} = 100 + \frac{264.7563}{2} = 232.3782$$

$$LCL = 100 - \frac{3(88.2521)}{\sqrt{4}} = 100 - 132.3782 = -32.3782$$

Final Limits

- **CL = 100.0000**
- **UCL = 232.3782**
- **LCL = −32.3782**

---

3) Interpretation

- On the **X̄ chart**, all points are exactly at **100**, so everything appears "in control".
- But the within-subgroup variation is **huge** (values like 0 and 200 in the same subgroup).
  ✓ لذلك عمليًا يجب استخدام **S-chart** أو **R-chart** مع X̄-chart لمراقبة التشتت أيضًا.

Dr.Mahmood M Taher

Mahmood81_tahr@uomosul ed.iq

4) Plots (Displayed Above)

- **$\bar{X}$ Control Chart** (shows all means at 100)
- **Subgroup S values plot** (high standard deviations showing very large variation)

Dr.Mahmood M Taher