# جامعة الموصل - كلية التربية للعلوم الصرفة

## قسم الفيزياء

### اسم المادة: الحرارة وخواص المادة

### المرحلة الأولى

مدرسة المادة : م. تغريد محمود يونس

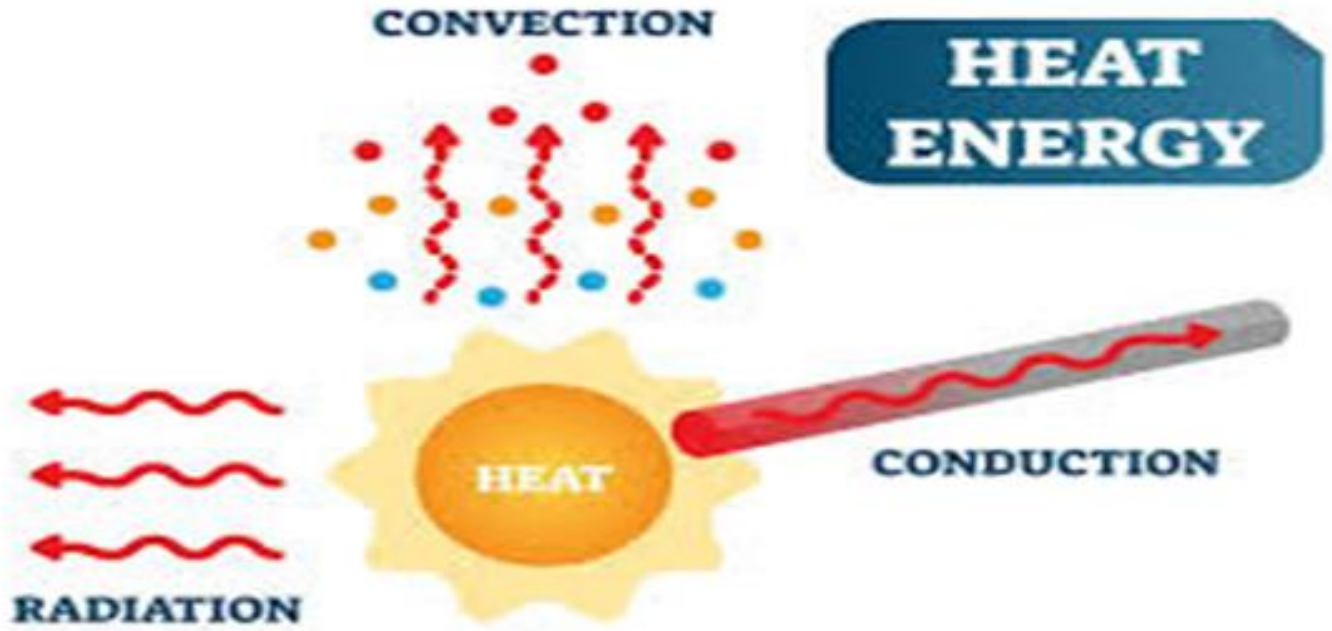
المحاضرة الاولى

# آليات انتقال الحرارة

# Mechanisms Of Heat Transfer

# آليات أنتقال الحرارة :

**انتقال الحرارة هو عملية انتقال الطاقة الحرارية من جسم ذي درجة حرارة أعلى إلى جسم ذي درجة حرارة أقل. يتم انتقال الحرارة وفقًا للقوانين الطبيعية التي تملي أن الحرارة تنتقل من المكان الأكثر سخونة إلى المكان الأكثر برودة حتى يتحقق التوازن الحراري.**




**هناك ثلاث آليات رئيسية لانتقال الحرارة:**

1. **طريقة اوآلية التوصيل.**
2. **طريقة آلية الحمل.**
3. **طريقة أو آلية الأشعاع**

## طريقة أو ألية التوصيل (The Conduction Mechanism)

**عند تلامس جسمين مختلفين بدرجة الحرارة، فإن الطاقة الحرارية سوف تنتقل من الجسم الساخن الى الجسم البارد، ويتوقف انتقال الطاقة الحرارية بينهما عندما تتساوى درجتي حرارتهما ويتحقق ما يعرف بالاتزان الحراري.**

ان انتقال الحرارة يعني **انتقال الطاقة الحركية وهي المسؤولة عن الحركة الاهتزازية لجزيئات وذرات المادة**. **أن الجسم الساخن تهتز جزيئاته بسعة اهتزازية اكبر من الجسم البارد ونتيجة التصادم بين هذه الجزيئات مع مجاوراتها تنتقل الطاقة الحركية (الطاقة الحرارية) فتزداد سعة اهتزاز هذه الجزيئات وبدورها تنقلها الى مجاورتها، وتستمر هذه العملية الى ان تكتسب جميع الجزيئات (الجسيمات) نفس الطاقة الحرارية وعندها يتوقف انتقال الطاقة الحرارية.** ان **انتقال الطاقة الحرارية في الاجسام الصلبة يتم بواسطة التصادمات ألذرية أو الجزيئية وتسمى هذه العملية لإنتقال الطاقة الحرارية في الاجسام الصلبة بالتوصيل.**

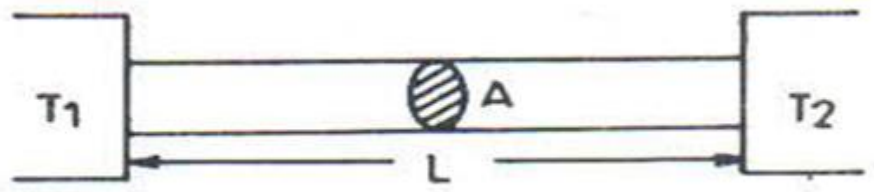
تعتبر المعادن من المواد ذات التوصيلية الحرارية والكهربائية العالية، لوجود الكترونات التكافؤ والتي تتحرك بحرية تامة خلال المعدن حاملة معها الطاقة الحرارية او الكهربائية الى جميع أجزائه.

# الميل الحراري (Temperature Gradient)

**يعرف الميل الحراري على انه النسبة بين التغير في درجة الحرارة (ΔT) الى التغير في المسافة(ΔX) على طول الجسم.** ويُعبر عن الميل الحراري رياضيًا على أنه:

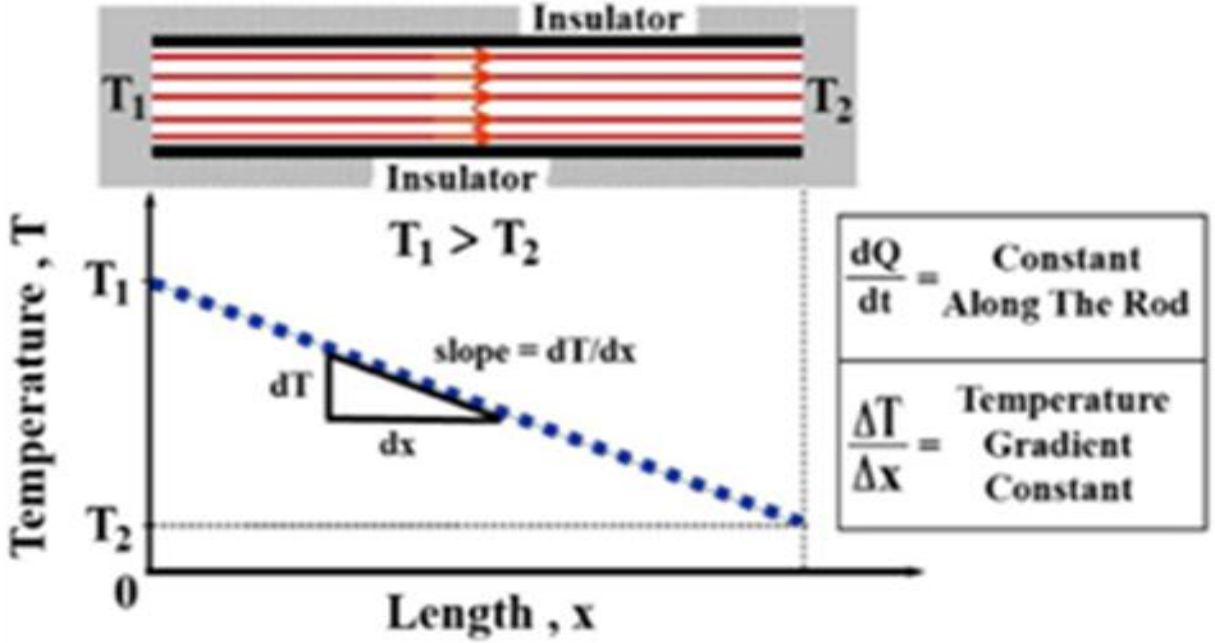
$$Temperature\ gradient = \frac{dT}{dX}\ or\ \frac{\Delta T}{\Delta X}$$

**أن وحدة الميل الحراري هي** (°C/m, °C/cm).



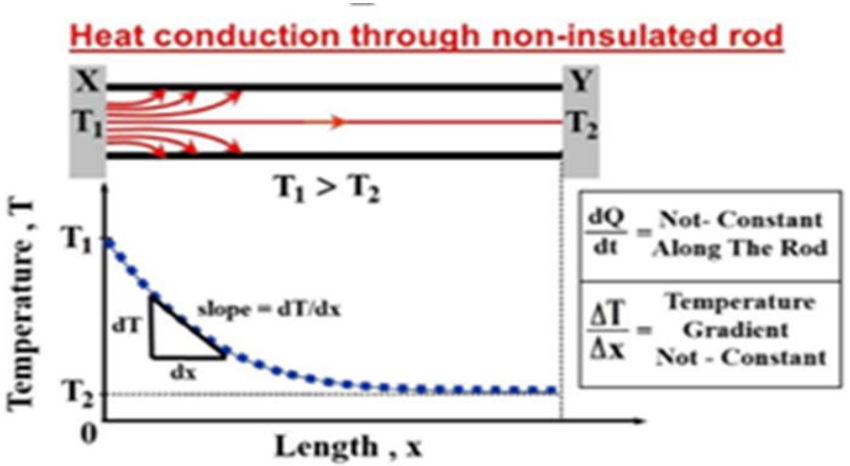

$T_1 > T_2$

- شكل خطوط انتقال الحرارة خلال المادة **يعتمد اساسا على طريقة العزل الحراري للمادة**




**فعند تغليف القضيب بمادة عازلة للحرارة فان:**

**خطوط انتقال الحرارة تكون بخطوط مستقيمة و منتظمة والتي تمثل اتجاه تدفق الحرارة** . حيث عندما يكون القضيب في الحالة المستقرة او الثابتة ستنخفض درجة حرارة القضيب بمعدل ثابت وبالتالي **يكون معدل تدفق الحرارة** $(\underset{\varphi_q}{\rightarrow})$ **أو التيار الحراري (H) ثابتًا على طول القضيب (X).** هذا سيتسبب في أن **يكون الميل أو التدرج الحراري** $(\frac{\Delta T}{\Delta X})$ **ثابتًا أيضاً على طول القضيب. أي أن العلاقة بين درجة الحرارة (T) وتغير المسافة (X) على طول القضيب تكون خطية.**




## اما في حالة عدم وجود مادة عازلة فأن:

- **خطوط انتقال الحرارة تسلك مسارات غير منتظمة** حيث في البداية سيبدأ فقدان الطاقة الحرارية من الجوانب المحيطة بالقضيب وبعدها يستمر تدريجياً مع تغير المسافة ($\Delta X$) **طردياً** على طول القضيب
- خطوط تدفق الحرارة تكون متقاربة ومن ثم ستتباعد عن بعضها البعض مع تغير المسافة ($\Delta X$) **طردياً** على طول القضيب
- درجة الحرارة تنخفض بشكل أسرع بالقرب من الطرف الأكثر سخونة عنه من الطرف الأكثر برودة. . وهذا يؤدي الى ان القضيب المعدني لا يكون في الحالة المستقرة أو الثابتة ولا تنخفض درجة حرارة القضيب بمعدل ثابت وبالتالي يكون معدل تدفق الحرارة ($\vec{\varphi}_q$) أو التيار الحراري (H) **غير ثابتًا على طول القضيب.**
- هذا بالتالي سيتسبب في أن يكون الميل أو التدرج الحراري ($\frac{\Delta T}{\Delta X}$) **يكون غير ثابتًا** أيضاً على طول القضيب.اي ان العلاقة بين درجة الحرارة (T) وتغير المسافة (X) على طول القضيب تكون **غير خطية.**

**Q1/ عرف الميل الحراري أو التدرج الحراري في الية التوصيل مع ذكر العلاقة الرياضية التي تصفه ووضح كيفية تدرج الحرارة على طول قضيب معدني في حالة كونه معزول أو غير معزول موضحا اجابتك بالرسم.**

**Q2/ قضيب معدني طوله (L = 1.5 m) ومساحة مقطعه العرضي ($A = 2\ cm^2$)، وضع احد طرفيه في ماء مغلي ووضع طرفه الاخر في خليط من الماء والثلج. جد كمية الحرارة المنتقلة خلال القضيب، خلال زمن مقداره (10 min). علما بأن الموصلية الحرارية للمعدن تساوي .**

**$0.2\ cal/cm.sec.^oC$**

# المحاضرة الثانية

## السعة الحرارية النوعية

## ومفهوم الطور

## السعة الحرارية والحرارة النوعية للمواد: Heat Capacity And Specific Heat of Materials

**هناك فرق بين السعة الحرارية والحرارة النوعية للمواد أذ أن:**

**السعة الحرارية للمادة (C): هي كمية الطاقة الحرارية اللازمة لرفع درجة حرارة مادة ما درجة حرارية واحدة. لذلك هي ليست صفة مميزة للمادة، لأنها تتغير بتغير حجمها أو كتلتها. وحدتها هي ($J.K^{-1}$) أو ($Cal.K^{-1}$).**

**السعة الحرارة النوعية (c) : هي خاصية فيزيائية تعبر عن كمية الطاقة الحرارية التي يجب أن تنساب من أو الى وحدة الكتلة من المادة لتغير درجة حرارتها بمقدار درجة مئوية واحدة (أو كلفن واحد) وغالباً ما يرمز لها بـ c.**

تُعد هذه الخاصية **مميزة لكل مادة وتختلف حسب نوع المادة وحالتها الفيزيائية** (صلبة، سائلة، أو غازية).

**أن السعة الحرارية للمادة ترتبط مع الحرارة النوعية لها بالعلاقة التالية:**

$$\boldsymbol{Heat\ Capacity = Mass \times Specific\ Heat\ Capacity} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

**تتناقص السعة الحرارية النوعية لجميع المواد بانخفاض درجة الحرارة وتصل الى قيمة الصفر عند درجة حرارة الصفر المطلق** .ويمكن التعبير عن السعة الحرارية النوعية رياضياً بالمعادلة الاتية:

$$\boldsymbol{c = \frac{\Delta Q}{m\,\Delta T}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.12)$$

اذ ان $\Delta Q$ تمثل كمية الحرارة التي تزؤد بها كتلة مقدارها (m) من المادة تتغير درجة حرارتها بمقدار ($\Delta T$) درجة حرارية.

ان **وحدة قياس الحرارة النوعية** هي **(Joul/ Kg ºK )** أو **(Joul/ g.ºK)** أو **(J / mole .ºK)** أو **(cal/g.ºK).**

ومن العلاقات الرياضية المهمة التي غالباً ما تستخدم فيها الحرارة النوعية **هي المعادلة التي تستخدم لأيجاد قيم كمية الحرارة التي يزود بها جسم ذات كتلة مقدارها m وحرارة نوعية c لأجل رفع درجة حرارتها من $T_1$ الى $T_2$ عند عدم حدوث تحول طوري في المادة** وكما يأتي :

$$Q = m\,c\,(T_2 - T_1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.13)$$

تستخدم هذه المعادلة ايضاً **لأيجاد كمية الحرارة التي يحررها جسم كتلته m وحرارته النوعية c عندما تنخفض درجة حرارته من $T_2$ الى $T_1$ .**

❖ **من اهم العوامل التي تؤثر على الحرارة النوعية:**

1. **نوع المادة** :تختلف الحرارة النوعية باختلاف نوع المادة. بعض المواد تمتص كمية أكبر من الحرارة مقارنةً بغيرها لتغيير درجة حرارتها.
2. **الحالة الفيزيائية** :قد تختلف الحرارة النوعية للمادة تبعًا لحالتها الفيزيائية (صلبة، سائلة، غازية).
3. **الضغط ودرجة الحرارة** : تعتمد الحرارة النوعية اعتماداً كبيراً على درجة الحرارة.

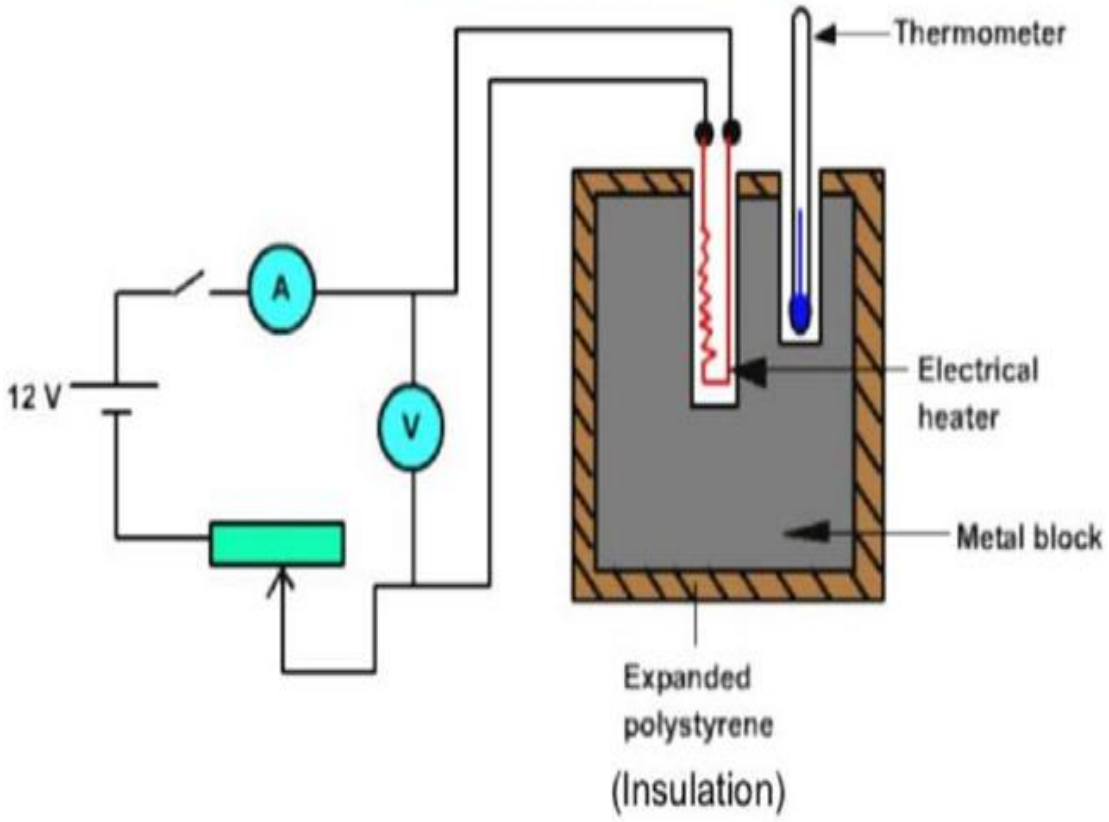
وعليه يجب ذكر درجة الحرارة عند اعطاء قيمة الحرارة النوعية لمادة ما. في حالة الغازات خصوصًا، قد تتغير الحرارة النوعية حسب الظروف مثل الضغط ودرجة الحرارة .

## قياس الحرارة النوعية: The Specific Heat Measurement

تستخدم العديد من الطرق في قياس الحرارة النوعية وتختلف هذه الطرق بأختلاف مديات درجات الحرارة، أذ نجد طرقاً وتقنيات معينة تستخدم في درجة حرارة الغرفة تختلف عن تلك الطرق والتقنيات المستخدمة في مديات درجات الحرارة الواطئة أو العالية جداً. ومن ابسط هذه الطرق ما يأتي:

### 1. الطريقة الكهربائية لقياس الحرارة النوعية للمواد الصلبة:

تفيد هذه الطريقة الكهربائية لقياس الحرارة النوعية **للمواد الصلبة جيدة التوصيل للحرارة** مثل (الذهب، الفضة، النحاس والالمنيوم..... الخ).



على فرض ان **الطاقة الحرارية المتسربة من القطعة المعدنية الى المحيط تساوي صفراً، بالتالي، فأن الطاقة الكهر بائية المزودة من المسخن الكهربائي ستساوي الطاقة الحرارية التي تكتسبها أو التي تزودت بها القطعة المعدنية** وكالتالي:

$$V.I.t = \Delta Q = m_s .C_s .\Delta T$$

$$c_s = \frac{\Delta Q}{m_s .\Delta T} = \frac{V.I.t}{m(T_2 - T_1)}$$

حيث ($c_s$) تمثل الحرارة النوعية للمادة بوحدات ($J/g.^oC$) أو ($J/g.K$)

(I) تمثل قيمة التيار بوحدات الأمبير المار بالدائرة

(V) تمثل قيمة الجهد الكهربائي المسلط بوحدات الفولت

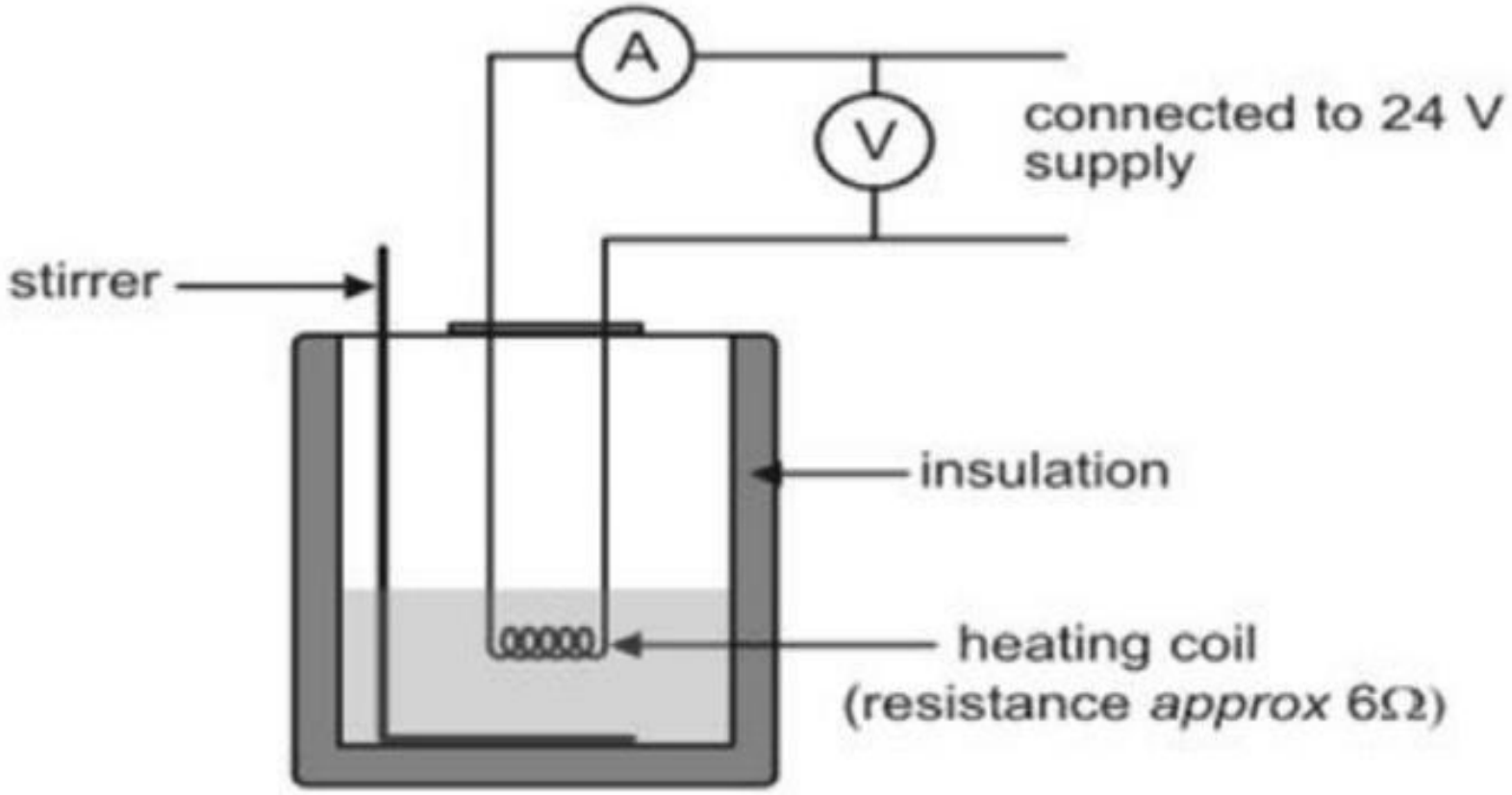
(t ,sec) تمثل الفترة الزمنية المحددة بوحدات الثانية

($T_1$) الى ($T_2$) تمثل درجة الحرارة الأبتدائية و النهائية للقطعة المعدنية على التوالي بوحدات الكلفن أو السيليزية

(m , kg Or g) كتلة المادة او القطعة المعدنية.

## 2. الطريقة الكهربائية لقياس الحرارة النوعية للمواد السائلة:

ان الطريقة الكهربائية لقياس الحرارة النوعية للمواد السائلة تشبه الى كبير الطريقة الكهربائية لقياس الحرارة النوعية للمواد الصلبة ( الطريقة السابقة)



وعلى فرض ان الطاقة الحرارية المتسربة من المسعر الحراري المعزول الى المحيط تساوي صفرا ،بالتالي فأن الطاقة الكهربائية المزودة من المسخن الكهربائي ستساوي الطاقة الحرارية التى يكتسبها أو التى تزود بها السائل و المسعر الحراري المعزول و كالتالي :

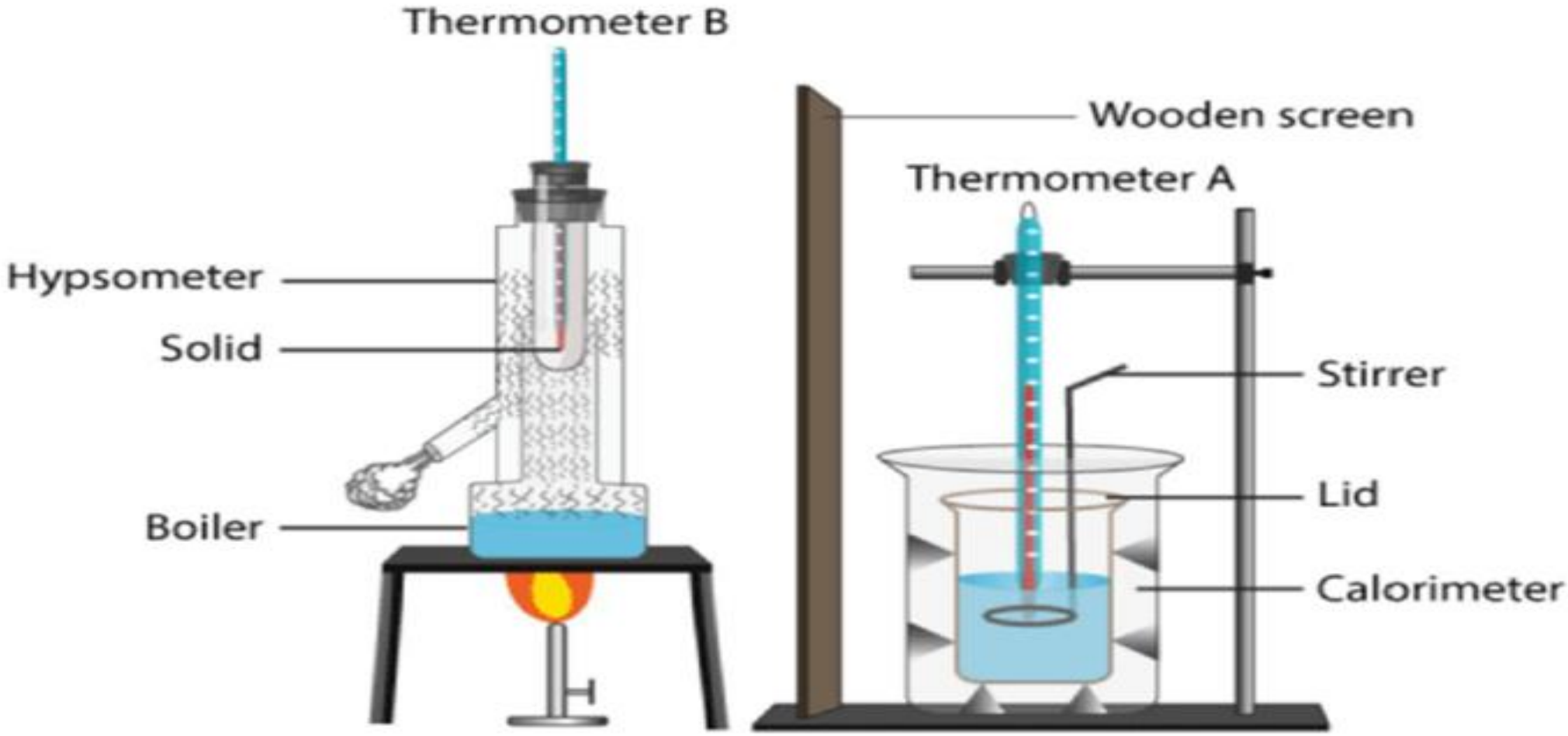
$$\textbf{Electrical Energy (J)} = \textbf{Liquid gain energy} + \textbf{Calorimetter gain energy}$$

$$\boldsymbol{Electrical\ Energy\ (J) = V\,.\,I\,.\,t = m_L c_L\,(T_2 - T_1) + m_c c_c\,(T_2 - T_1)}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{c_L = \frac{(V.I.t) - [m_c c_c (T_2 - T_1)]}{m_L\,.(T_2 - T_1)} = J/g.K}$$

حيث $(m_L)$ تمثل كتلة السائل المراد قياس حرارته النوعية $(c_L)$ تمثل الحرارة النوعية للسائل المراد قياس حرارته النوعية، $(m_c)$ كتلة المسعر الذي حرارته النوعية $(c_s)$ ، اما (t) فهي زمن مرور التيار (I) الذي رفع درجة حرارة السائل من $(T_1)$ الى $(T_2)$.

## طريقة الخلط لأيجاد الحرارة النوعية للمواد الصلبة:




Determination of specific heat of solid by method of mixture

فاذا فرضنا ان كمية الحرارة التي فقدها الجسم الصلب خلال نقله الى المسعر الحراري تساوي صفرا، وعلى فرض ان الطاقة الحرارية المتسربة من المسعر الحراري المعزول حراريا الى المحيط تساوي صفرا **فأن الحرارة التي فقدها الجسم خلال انخفاض درجة حرارته من ($T_3$) الى ($T_2$) ستساوي حاصل جمع كمية الحرارة التي أكتسبها الماء والمسعر خلال رفع درجة حرارتهما من ($T_1$) الى($T_2$)**

$$Thermal\ Energy\ aquired\ from\ calorimeter\ and\ water = Thermal\ Energy\ from\ lost\ sample$$

$$m_s \cdot c_s \cdot (T_3 - T_2) = m_c\, c_c (T_2 - T_1) + m_w\, c_w\, (T_2 - T_1)$$

$$c_s = \frac{m_c\, c_c\, (T_2 - T_1) + m_w\, c_w\, (T_2 - T_1)}{m_s\, (T_3 - T_2)}$$

## طريقة الخلط لقياس الحرارة النوعية للمواد السائلة:

وهي الطريقة السابقة نفسها أذ يتم اختيار الجسم الصلب بحيث تكون قيمة حرارته النوعية معروفة، والسائل المراد قياس الحرارة النوعية له يكون بدل الماء وتستخدم المعادلات السابقة نفسها لأيجاد الحرارة النوعية للسائل.

هناك طرق أخرى لقياس الحرارة النوعية للمواد مثل **طريقة الجريان المستمر والطريقة الميكانيكية وطريقة التبريد**.

وهنا السؤال **على ماذا تعتمد الحرارة النوعية للمواد؟**

**تعتمد الحرارة النوعية على:**

1. **تركيب المادة (نوعها).**
2. **درجة حرارتها حيث تقل أو تتناقص الحرارة النوعية مع تناقص درجة الحرارة وبالعكس.**

## مفهوم الطور: The Concept of Phase

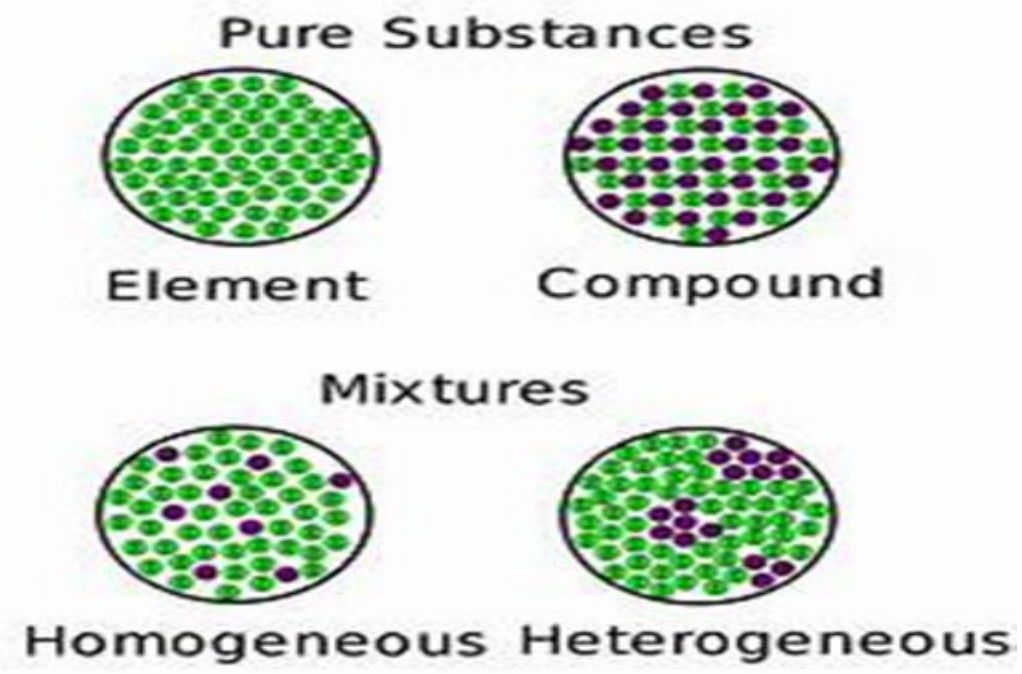
**ان مفهوم الطور في العلوم الفيزيائية هو عبارة عن منطقة أو حيز من الفراغ (نظام ثرموديناميكي) أو شكل من أشكال المادة تكون متجانسة في التركيب الكيميائي والحالة الفيزيائية وخلال هذا الحيز أو الشكل تكون جميع الخواص الفيزيائية للمادة منتظمة بشكل اساسي ويمكن عادة فصله بشكل ميكانيكي عن بقية اجزاء المادة.**

من امثلة هذه الخواص الفيزيائية للمادة هي **الكثافة، معامل الأنكسار، التمغنط** (Magnetization) و **التركيب الكيميائي..الخ**

**يعرف الطور ثرموداينميكيا بأنه ذلك الجزء أو القسم المتجانس من النظام المعين والمفصول عن بقية اجزاء النظام بحدود واضحة بصفاتها الثرموداينميكية.**

حيث ان الأطوار داخل النظام تكون مختلفة عن بعضها البعض بأختلاف طريقة تركيب جزيئاتها علما ان كل طور يكون مفصولا عن بقية أجزاء النظام بواسطة سطوح فاصلة و محددة. ان الاطوار النموذجية و المميزة للمادة عادة هي **الطور الصلب ، الطور السائل ،الطور الغازي و طور البلازما.**

ويعرف **النظام المتجانس** بأنه النظام الذي تتماثل خواصه الفيزيائية وتركيبه الكيميائي في أي جزء منه أو تتغير بصورة مستمرة من دون ظهور انقطاعات أو تغيرات فجائية في النظام ( اي ان معدل التغير ثابت).



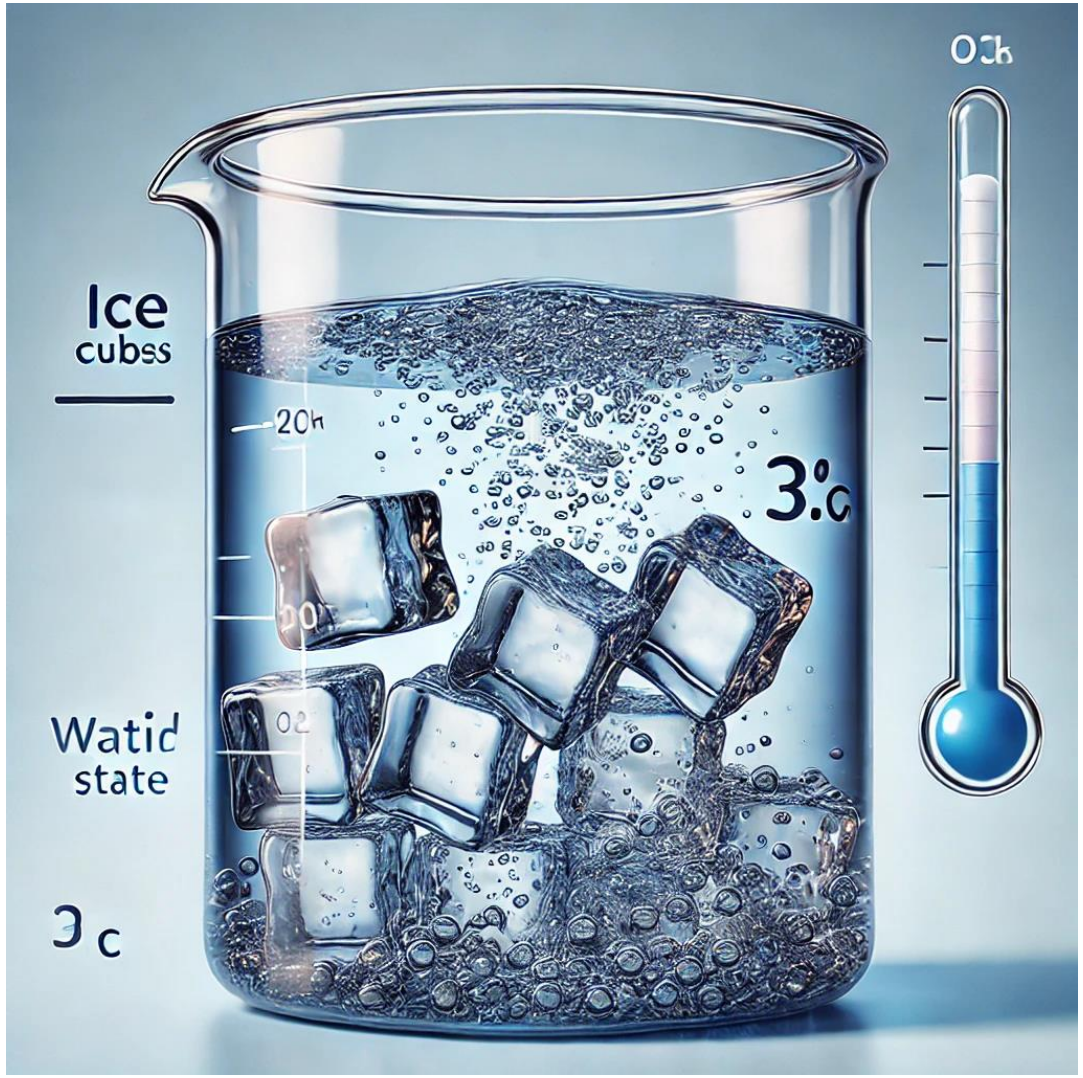

أما **النظام الغير متجانس** فهو ذلك النظام الذي لا تتجانس أو تتماثل خصائصه الفيزيائية وتركيبه الكيميائي في جميع أجزاء النظام .

أو هو ذلك النظام الذي يتألف من اثنين أو أكثر من الاجزاء او الاجسام المتجانسة. ).

مثال **على النظام الغير متجانس هو الماء مع الثلج العائم** فيه، **هذا النظام له جسمان كيانان متجانسان، الماء والجليد. التركيب الكيميائي للطورين متماثلان لكن خصائصهما الفيزيائية تختلفان بشكل كبير.**

يشار إلى **الاجزاء او الاجسام المتجانسة أنها أطوار** . **و كل طور مفصول عن الاطوار الاخرى بسطح بيني او حدود ، وعند تجاوز او عبور هذه الحدود ، سوف يتغير التركيب الكيميائي للمادة أو خصائصها الفيزيائية بشكل مفاجئ . ان حدود الطور يمكن اعتبارها كطبقة رفيعة تفصل بين الأطوار ، وهى طبقة يمكن اعتبارها على انها منطقة تحول سريعة من خصائص طور معين إلى خواص الطور الأخر.**

ففي النظام الثرموديناميكي المكون من مكعبات الثلج (الماء بالحالة الصلبة) و الماء (الماء بالحالة السائلة) داخل دورق زجاجي. **فأن عدد الأطوار في هذا النظام الثرموديناميكي هي اربعة أطوار فمكعبات الثلج تعتبر طور واحد منفصل، الماء بالحالة السائلة يعتبر طور واحد منفصل، بخار الماء فوق سطح الماء و مكعبات الثلج يعتبرطور واحد منفصل و الدورق الزجاجي (مادة الزجاج) يعتبر طور واحد منفصل . كما يمكن اعتبار سائلين غير قابلين للامتزاج بشرط انهما مفصولين بحد مميز على انهما طورين مختلفين (الماء والزيت)، او مثل أي أثنين من المواد الصلبة الغير قابلة للأمتزاج مثل الملح والرمل**




شكل التوضيحي لنظام ثرموديناميكي يحتوي على مكعبات الثلج (الماء في الحالة الصلبة) والماء السائل داخل دورق زجاجي شفاف. يُظهر التفاعل بين الحالتين الصلبة والسائلة، بما في ذلك انتقال الحرارة، والذي يظهر من خلال قطرات التكثيف على السطح الخارجي للدورق.

## أنواع الأطوار: Types of Phase

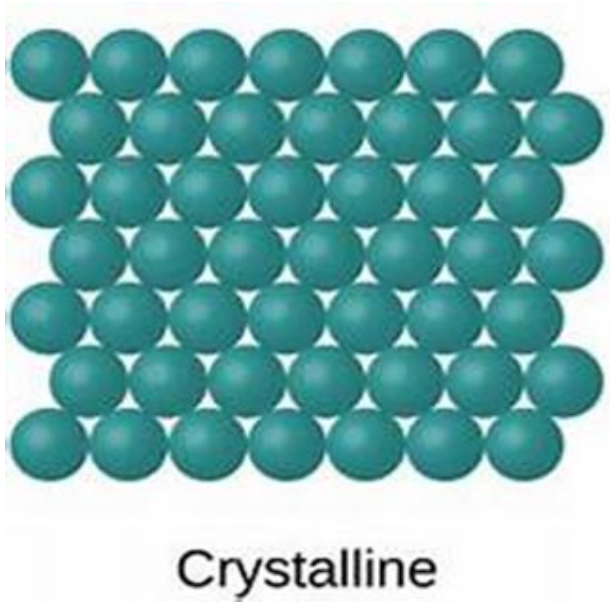
أن الأطوار الواضحة ممكن أن توصف كحالات مختلفة من المادة مثل الحالة الصلبة ، الحالة السائلة، الحالة الغازية، حالة البلازما. كما ان **الأطوار الوسطية (Mesophases)** بين الحالة الصلبة والحالة السائلة تشكل حالات من المادة ايضاً. **أن الأطوار الواضحة والعديمة الأمتزاج ممكن ان تتواجد في احدى حالات المادة أو ضمن احدى حالات المادة وخير مثال على ذلك ما نلاحظه في المخططات الطورية لسبائك الحديد حيث يتواجد العديد من الأطوار المختلفة في كل من الحالة الصلبة أو في الحالة السائلة. كما ان الأطوار ممكن ان تتباين بالأعتماد على قابلية الذوبان كما في السوائل القطبية (Liquid polar A)** ومثال على ذلك لو **تم خلط الماء وهو يعتبر من السوائل القطبية مع الزيت والذي يعتبر من السوائل الغير قطبية فأن المزيج سوف ينفصل بشكل أني الى طورين.**

**حيث ان الماء له قابلية ذوبان ضعيفة جدا (Is insoluble) في الزيت بالأضافة الى ان الزيت له قابلية ذوبان ضعيفة في الماء . حيث ان الذوبانية تمثل أقصى كمية من المذاب والتي يمكن لها ان تنتشر و تتلاشى (ذوبان) داخل المذيب و قبل ان يتوقف المذاب عن الذوبان والأنتشار و يصبح بشكل طور منفصل .**

ان من الأمثلة على الاطوار النموذجية و المميزة للمادة هي الطور الصلب البلوري و الطور الصلب اللابلوري و الطور السائل وكالتالي:

## 1. الطور الصلب البلوري (Crystalline Solid Phase)

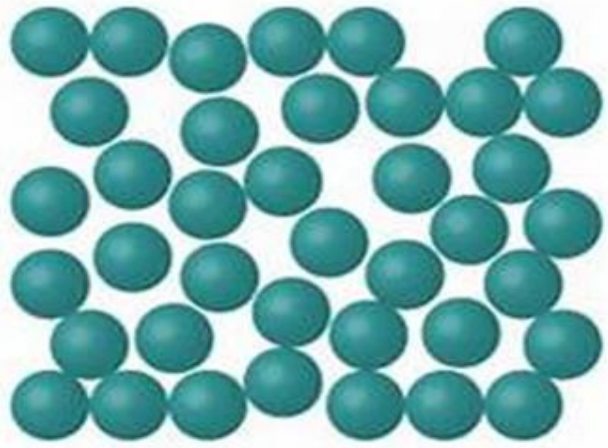
يتميز الطور الصلب البلوري للمادة بالترتيب الطويل المدى Long rang order لذراته وجزيئاته في الأبعاد الثلاثة، اذ يمتد الترتيب الى مسافات أكبر بآلاف أو مئات المرات من قطر الذرة أو الجزيئة كما أنه يتميز بالحجم الثابت والشكل الثابت.



## 2. االطور السائل: Liquid Phase

يتميز بعدم وجود الترتيب البلوري المميز للطور الصلب البلوري. أذ يمتلك الطور السائل الترتيب قصير المدى

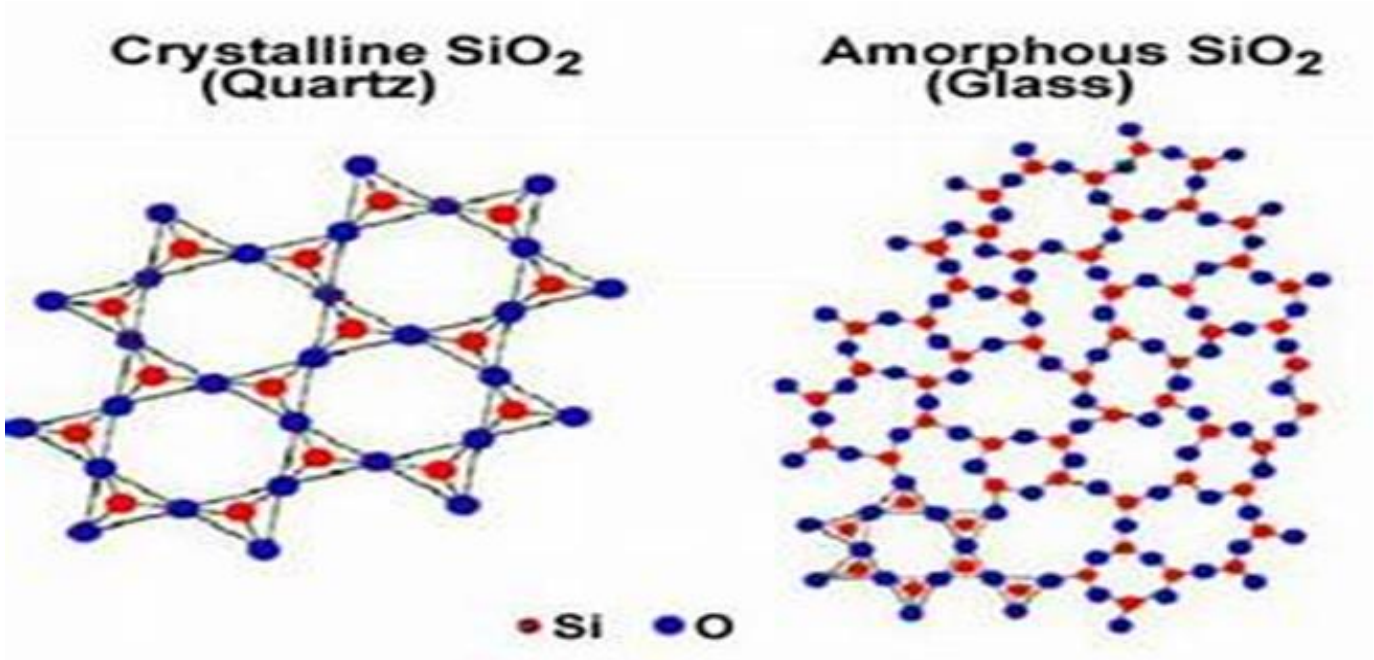
Short rang order ونجد نوعاً من الترتيب بين الجزيئات المجاورة للحيز المحدود الذي تشغله الجزيئة وسرعان ما ينعدم هذا الترتيب اذا ابتعدنا عن الجزيئة، كما أنه يتميز بالحجم الثابت والشكل المتغير. تشترك الغازات وخاصة حول درجات الحرارية الحرجة لها مع السوائل في خاصية الترتيب القصير المدى للجزيئات.



Amorphous

## 3. الطور الصلب اللابلوري (Amorphous Solid Phase) :

هو ذلك الطور الذي يشابه الطور السائل من حيث الترتيب قصير المدى للذرات أو الجزيئات وغالباً ما يوصف بأنه سائل متجمد فجأة لكنه يتشابه مع الصلب البلوري في كيفية حركة الذرات أو الجزيئات والكثافة، بالأضافة الى الحجم الثابت والشكل الثابت. ومثال على ذلك الزجاج المكون من ثنائي اوكسيد السيليكون أو السيليكا،



# المحاضرة الثالثة

## النظرية الحركية للغازات

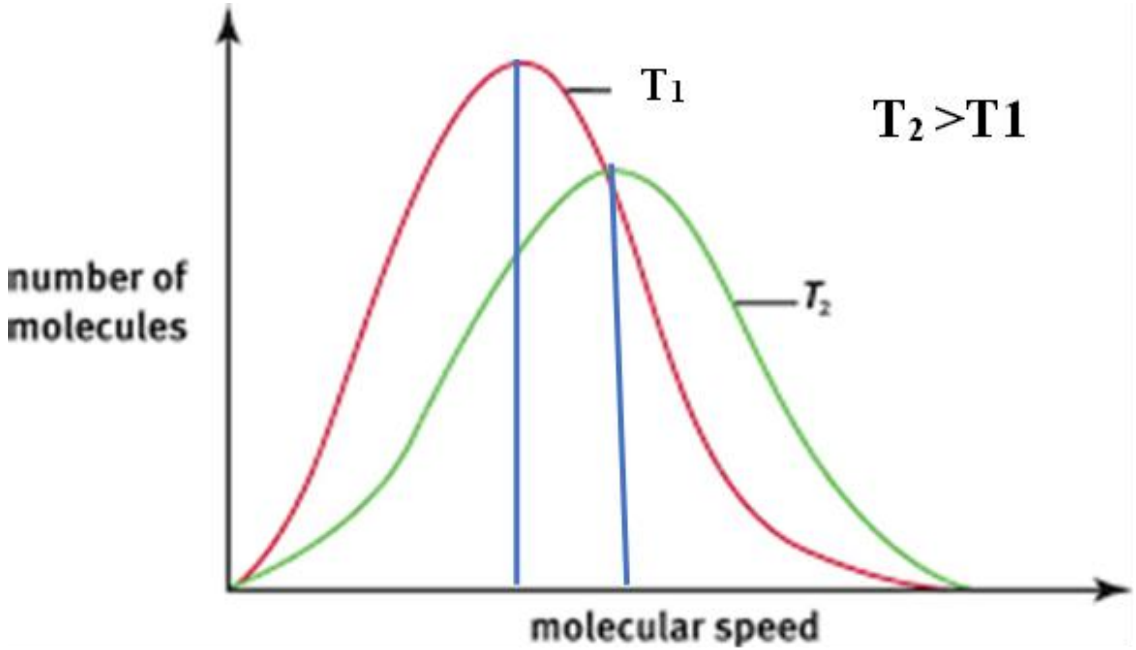
# النظرية الحركية للغازات Kinetic Theory of Gases

ان الكثير من خواص الغازات يمكن توقعها بالأعتماد على اساسيات النظرية الحركية للغازات وحيث تعتمد هذه النظرية على الفرضيات الرئيسية التالية:

1. تتكون الغازات من جزيئات متناهية في الصغر كتلتها نقطية، أي أنها تمتلك كتلة ولا تمتلك حجماً.
2. أهمال القوى المؤثرة بين الجزيئات مهملة عدا في لحظة تصادمها.
3. تكون حركة الجزيئات عشوائية و بخطوط مستقيمة فقط مابين التصادمات.
4. تكون جزيئات الغاز تامة المرونة، كما ويكون التصادم بين هذه الجزيئات مرناً ايضاً، اذ تهمل الطاقة المفقودة عند التصادم بين الجزيئات أو عند التصادم مع جدران الاناء الذي يحويها، اي ان طاقتها الحركية محفوظة وقد يحصل تبادل للطاقة بين الجزيئات. أن الوقت المستغرق خلال التصادم ضئيل جدا يمكن اهماله.

5. أن درجة حرارة الغاز هي مقياس لمتوسط الطاقة الحركية التي تمتلكها الجزيئات نتيجة لحركتها.

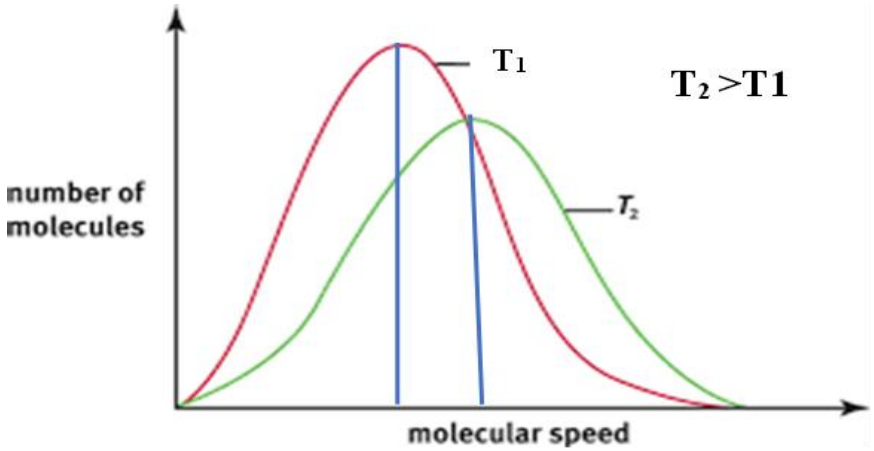
6. تتوزع سرعة الجزيئات وبالتالي طاقتها الحركية توزيعا معينا يعرف بتوزيع ماكسويل بولتزمان (MaxweII-Boltzmann) كدالة لدرجة الحرارة ودالة ايضاً للكتلة الجزيئية للغاز مع عدد الجزيئات التي تحمل تلك السرعة وتلك الطاقة الحركية.




**يوضح تغير عدد جزيئات الغاز مع سرعتها كدالة لدرجة الحرارة تبعاً لتوزيع ماكسويل – بولتزمان**

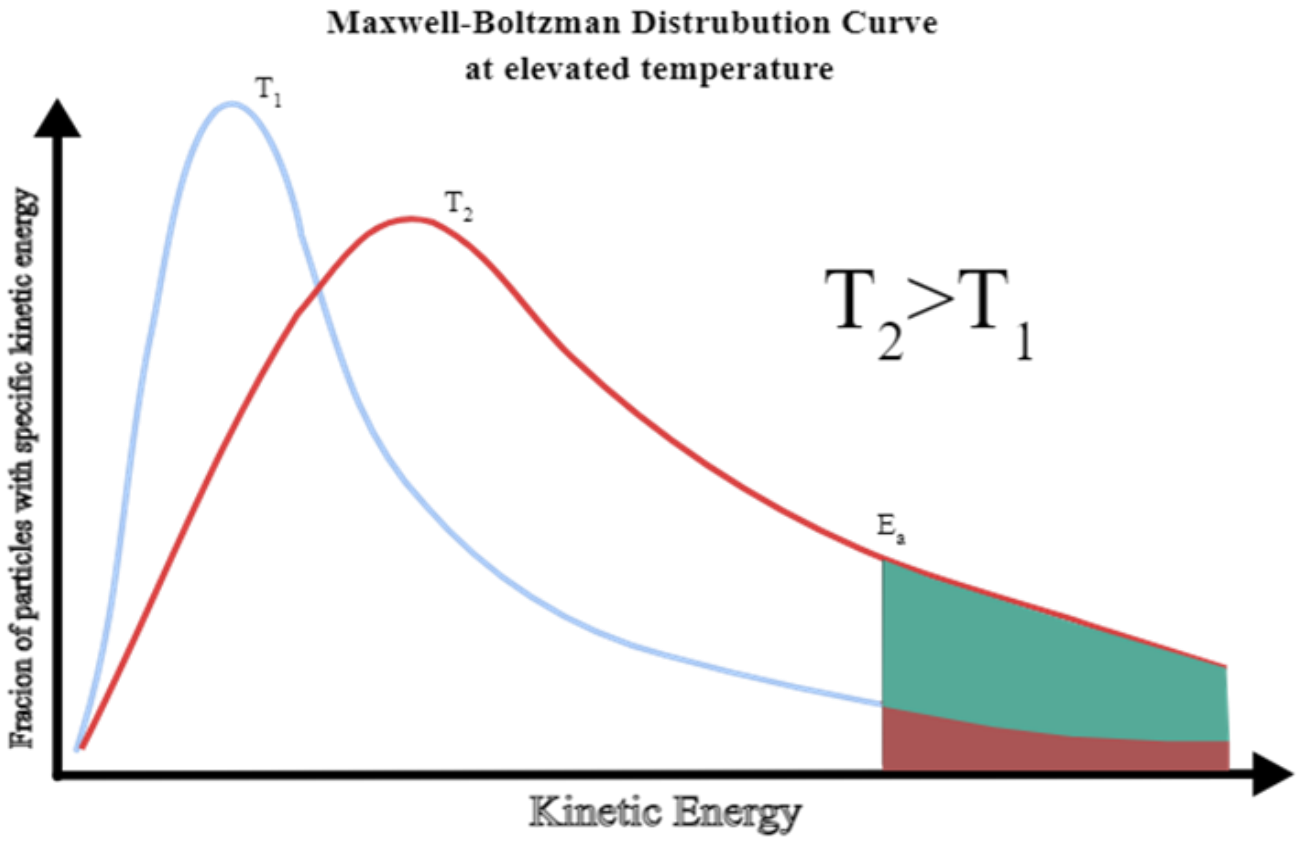
**يعتمد توزيع ماكسويل ـ بولتزمان لسرعة الجزيئات على كتلة الجزيء**. حيث في المتوسط ، تتحرك الجزيئات الثقيلة بشكل أبطأ من الجزيئات الأخف. لذلك ، سيكون **للجزيئات الأثقل توزيعا أصغر للسرعة في حين أن الجزيئات الأخف سيكون لها توزيع سرعة أكثر انتشارا.**

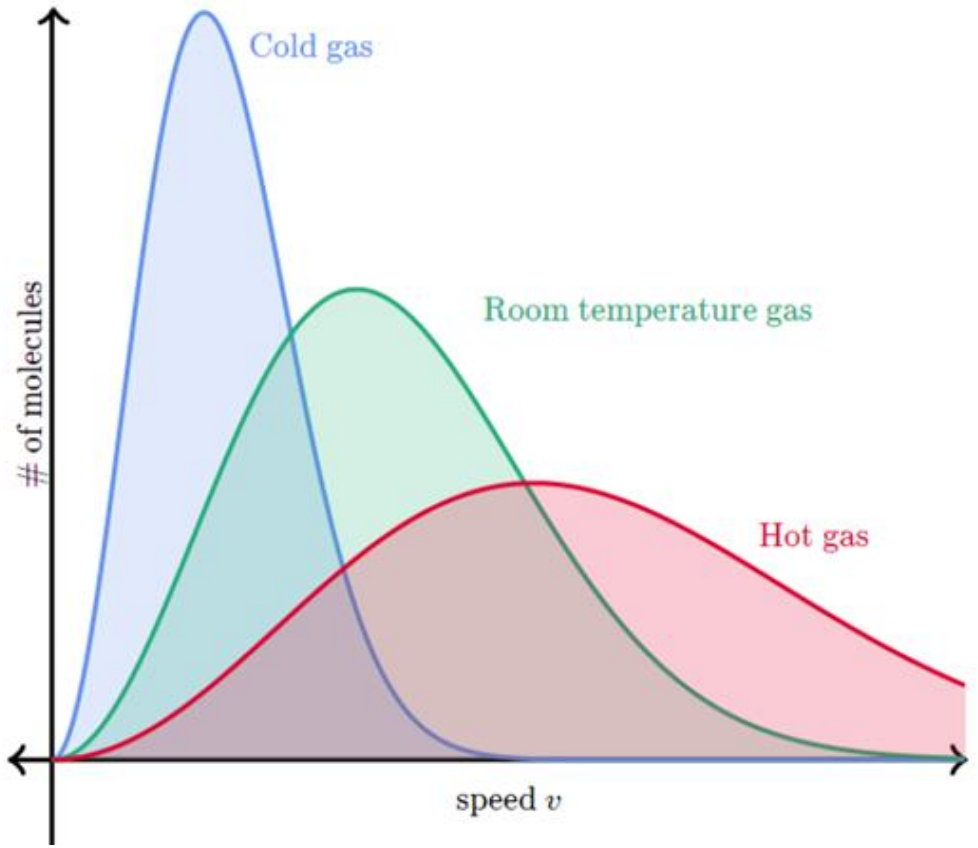
أن معظم جسيمات الغاز تتحرك بمتوسط سرعة. وتختلف سرعة جسيمات الغاز بأختلاف درجة الحرارة أو بأختلاف كتلتها الذرية ($m_A$) أو الجزيئية ($m_M$) أو الكتلة المولية (M) ، **حيث بأرتفاع درجة الحرارة أو بأنخفاض كتلة جسيمة الغاز سيتوسع منحني توزيع السرع ليغطي مدى واسع من السرعات المختلفة بالتالي فأن منحني توزيع ماكسويل- بولتزمان لسرعة جسيمات الغاز يعتمد على درجة الحرارة وعلى كتلتها الذرية ($m_A$) أو الجزيئية ( $m_M$) أو الكتلة المولية (M) .**



وحسب الشكل التالي فأن الطاقة الحركية لجسيمات الغاز تختلف بأختلاف درجة الحرارة (حيث بأرتفاع درجة الحرارة . يتوسع منحني توزيع الطاقة الحركية ليغطي مدى واسع من الطاقات الحركية المختلفة) . بالتالي فأن

**منحني توزيع ماكسويل- بولتزمان للطاقة الحركية لجسيمات الغاز يعتمد فقط على درجة الحرارة.**



**أن الطاقة الحركية لجزيئات الغاز تتناسب طرديا مع مربع سرعتها ($V^2$) و مع كتلتها الذرية ($m_A$) أو الجزيئية ($m_M$) أو الكتلة ألمولية (M).** ويتساوى معدل الطاقة الحركية للجزيئات المختلفة عند درجة الحرارة نفسها، فأذا فرضنا أن $m_1$ و $m_2$ تمثلان كتلة جزيئتين من غازين مختلفين، فعند درجة الحرارة نفسها يكون:

$$\frac{1}{2}\, m_1\, v_1^2 = \frac{1}{2}\, m_2\, v_2^2$$

حيث أن $v_1^2$ و $v_2^2$ تمثلان متوسط قيم مربع سرع الجزيئتين، وعليه فأن:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

**مثال : سرعة جزيئة النتروجين في الظروف القياسية هي (493 m/sec) ما هي سرعة جزيئة الاوكسجين تحت نفس الظروف علما الوزن الجزيئي لغاز النتروجين (28 g/mole) للأوكسجين (32 g/mol).**

الحل:

$$\sqrt{\frac{28\ g/mole}{32\ \ g/mole}} = \frac{v_o}{493}$$

$$\therefore\ v_o = (461)\ m/sec$$

س/ ما العامل الأساسي الذي يؤثر على توزيع ماكسويل - بولتزمان لسرعة الجزيئات؟

يعتمد على كتلة الجزيء ودرجة الحرارة. حيث تؤدي زيادة الكتلة إلى تقليل متوسط السرعة، بينما تؤدي زيادة درجة الحرارة إلى زيادة متوسط السرعة.

س/كيف تؤثر كتلة الجزيء على متوسط سرعته وفقًا لتوزيع ماكسويل-بولتزمان؟

كلما زادت كتلة الجزيء، قلّت متوسط سرعته، والعكس صحيح، حيث تتحرك الجزيئات الأخف بسرعة أكبر في المتوسط.

س/ لماذا تتحرك الجزيئات الثقيلة بشكل أبطأ مقارنة بالجزيئات الأخف؟

لأن الطاقة الحركية المتوسطة لجزيئات الغاز تعتمد على درجة الحرارة وليس على الكتلة، ولأن الطاقة الحركية تُعطى بالعلاقة:

$$K.E = \frac{1}{2} m v^2$$

فإن الجزيئات الثقيلة تحتاج إلى سرعة أقل للحصول على نفس الطاقة الحركية للجزيئات الأخف.

س/ كيف يختلف توزيع السرعة بين الجزيئات الثقيلة والجزيئات الخفيفة؟

الجزيئات الثقيلة لها توزيع سرعة أضيق وتتحرك بسرعات أقل، بينما الجزيئات الأخف لها توزيع سرعة أوسع وتتحرك بسرعات أكبر.

س/ ماذا يعني أن يكون توزيع سرعة الجزيئات الأخف "أكثر انتشارًا"؟

يعني أن مدى السرعات التي يمكن أن تمتلكها الجزيئات الأخف يكون أوسع، أي أن بعض الجزيئات تتحرك بسرعات بطيئة جدًا وبعضها بسرعات عالية جدًا.

س/ ما العلاقة بين درجة الحرارة وتوزيع ماكسويل-بولتزمان لسرعة الجزيئات؟

عند زيادة درجة الحرارة، تزداد متوسط سرعة الجزيئات ويتحرك منحنى التوزيع نحو السرعات الأعلى، ويصبح أكثر انتشارًا.

س/ كيف يمكن تمثيل توزيع ماكسويل-بولتزمان بيانيًا، وما تأثير زيادة الكتلة على شكل المنحنى؟

- يُرسم عدد الجزيئات مقابل السرعة، ويكون الشكل منحنى غير متماثل يبدأ من الصفر، يصل إلى ذروة، ثم ينخفض تدريجيًا.
- عندما تزداد الكتلة، تصبح الذروة أكثر حدة وتنزاح نحو السرعات الأقل.

س/ إذا زادت درجة الحرارة، كيف سيؤثر ذلك على توزيع سرعات الجزيئات؟

سيؤدي إلى زيادة السرعة المتوسطة وتوسيع مدى السرعات، مما يجعل المنحنى أكثر انبساطًا وانزياحًا نحو اليمين.

# المحاضرة الرابعة

## السوائل

## تتميّز السوائل عن الحالة الصلبة والغازية:

- **بإمتلاكها لحجم ثابت وشكل متغيّر إذ تأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه**
- **تكون قوى الترابط بين ذرات أو جزيئات السائل أقل كثيرا مما هي في الحالة الصلبة ونتيجة لذلك فإن السوائل لا تظهر مقاومة للإجهاد المسلط عليها.**
- أما الموائع فتتضمن السوائل والغازات فهي مواد تستطيع الجريان مع بعض الفروقات فالغازات تنكبس بسهولة بينما السوائل غير قابلة للكبس حيث يحصل تغيّر في الجسم عند الضغط على السائل ولكن صغير جدا يهمل غالبا عند الضغوط الواطئة .

# الكثافة : The Density (ρ)

ان كثافة المواد أو الموائع تقسم الى قسمين وهما **الكثافة الكتلية و الكثافة الوزنية.**

- **الكثافة الكتلية (Density Mass): وهي كتلة وحدة الحجوم و الكثافة الكتلية لا تتأثر بتغير نظام الجاذبية، والكثافة خاصية مكثفة للمادة من حيث أن زيادة كمية المادة لا يزيد من كثافتها بل على العكس سيزيد من كتلتها وتأخذ الرمز (ρ) وحداتها ( $Kg/m^3$ , $g/cm^3$) في نظام الوحدات العالمي (SI) ، ان كثافة مادة ما كتلتها (m) وحجمها (V) يعبر عنها بالمعادلة التالية:**

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- **الكثافة الوزنية Weight Density: وهي وزن وحدة الحجوم، اي وزن وحدة الحجوم اي قوة جذب الأرض لوحدة الحجم وهذه الكثافة تتغير بتغير نظام الجذب وتأخذ الرمز (D) ووحدتها ($dyne/cm^3$ , $N/m^3$) ويعبر عنها بالمعادلة التالية:**

$$D = \frac{w}{V} = \frac{m\,g}{V} = \rho\, g$$

**ان كثافة المادة تتغير مع تغير درجة حرارتها**، وعليه **فأن معدل المسافة بين الحزيئات سوف يزداد، اي ان كتلة المادة ستشغل حجما اكبر مما يؤدي الى تغير كثافة المادة بتغير درجة حرارتها .** وبصورة عامة **تقل كثافة المواد بارتفاع درجة حرارتها.** ما عدا بعض الاستثناءات والتي تزداد فيها كثافة المادة بارتفاع درجة حرارتها، مثل ازدياد كثافة الماء عندما ترتفع درجة حرارته من (0 $^{o}$C) الى( 4$^{o}$C).

**أن كثافة أي مادة تعتمد على العوامل الرئيسية التالية وهي:**

1. **كتلة الذرات أو الجزيئات (نوع المادة).**
2. **درجة الحرارة (تغير الحجم).**
3. **الضغط (تغير الحجم).**

ان تغير كثافة المادة بتغير درجة حرارتها أو الضغط المسلط عليها عادة ما يكون هذا التغيير صغيرا بالنسبة للمواد الصلبة والسوائل . حيث تتأثر كثافة السائل بشكل قليل و لمدى واسع من الضغط و درجة الحرارة لذلك يمكن اعتبارها ثابتة في الظروف الطبيعية من ضغط ودرجة حرارة، أما كثافة الغاز فتتأثر بشكل كبير (حساسة) لتغيرات در جة الحرارة و الضغط . تؤدي زيادة الضغط على الجسم الى تقليل حجمه وبالتالي زيادة كثافته بسبب نقصان المسافة البينية بين الذرات . أما زيادة درجة حرارة مادة ما يؤدي إلى تقليل كثافتها عن طريق زيادة حجمها بسبب زيادة المسافة البينية بين الذرات .

مثال على ذلك، يمتلك الحديد كثافة كتلية ($7.9\ g/cm^3$) و وزنه الذري ($^{56}_{26}Fe$) ، بينما كثافة الألمنيوم ($2.7\ g/cm^3$) ووزنه الذري ($^{27}_{13}Al$) فأذا افترضنا أن المسافة بين الذرات هي نفسها للمادتين فستكون نسبة كثافة الحديد الى الألمنيوم هي أكبر من الضعف، وهذا بالنتيجة يدل على أن المسافة بين ذرات الحديد متقاربة أكثر مما عليه في ذرات الألمنيوم.

## الشد السطحي (The Surface Tension) ($\gamma$)

ان من خواص السوائل المهمة هي ميل سطحها للتقلص من أجل الحصول على أقل مساحة سطحية ممكنة ونظرا لأمتلاك الكرة أقل مساحة سطحية لأي حجم معين من المادة لذلك تكون قطرات ماء المطر الساقطة خلال الهواء كروية الشكل تقريبا . وللسبب نفسه تمتلك فقاعات الهواء في الماء و قطرات الزئبق الصغيرة شكلا كرويا أيضا . ان عدم امتلاك القطرات الكبيرة للماء أو الزئبق شكلا كرويا تاما (بل شكلا شبه بيضوي وذلك يرجع الى تأثير وزن المادة فيها بالاضافة الى ذلك فأن هناك الكثير من الظواهر المألوفة فى السوائل مثل:

- تحدب سطح الماء الموجود فى دورق صغير مملوء بأكثر من سعته قليلا وعدم انسكابه
- طفو بعض القطع المعدنية كألابرة وشفرة الحلاقة الجافتين على سطح الماء الساكن
- وقوف أو سير بعض الحشرات على سطح الماء دون ان تغطس مع ان كثافة تلك الاجسام تفوق كثيرا كثافة الماء كما مبين في الشكل (4.1)
- ظاهرة ارتفاع الماء في الانابيب الشعرية أو انخفاض الزئبق فيها عن المستوى الخارجي لهما . ان كل هذه الظواهر تعزى ظاهرة أو خاصية الشد السطحي في السوائل والتي يكون فيها سطح السائل عبارة عن غشاء مشدود.

**اذن الشد السطحي (γ): هو ميل الأسطح السائلة عند حالة السكون إلى الانكماش إلى أدنى مساحة ممكنة للسطح و ابداء مقاومة لأي قوة خارجية تحاول تغيير حالته وذلك بسبب الطبيعة المتماسكة لجزيئاته لذلك يتصرف سطح السائل كما لو كان غشاء مرن ممتد** . اذن **الشد السطحي يمثل القوة المؤثرة لكل وحدة طول من سطح السائل و وحدته (N/m , dyn/cm)** وبذلك **يعتبر بمثابة القوة المماسية للسطح** .

## تعتمد قيمة الشد السطحي للسائل على:

1. **نوع السائل :** (نوع وطبيعة الجسيمات المكونة للسائل (ذرات او جزيئات) والقوى الناشئة بين تلك الجسيمات) **فكلما كانت القوى بين الجزيئات كبيرة كلما كانت قيمة الشد السطحي للسائل كبيرا ايضا**.
2. **درجة حرارة السائل (حيث تقل قيمة الشد السطحي للسائل بأرتفاع درجة حرارته وذلك لزيادة سرعة الحركة الجزيئة للسائل وبالتالي تقل قوة التماسك بين جزيئات السائل).** وهذا يفسر لماذا يستخدم الماء الحار والصابون لأزالة البقع الدهنية، أذ يقل الشد السطحي للبقع الدهنية بتأثير الحرارة وتتفتت تلك البقع.

## ولدراسة الشد السطحي يجب علينا ان نتعرف المفاهيم الفيزيائية التالية:

1. **قوة التماسك (Cohesion Force) :** هي قوة التجاذب بين جزيئات المادة نفسها (جزيئات المادة قيد الدراسة intermolecular Force ) وتعتمد على:

a. طبيعة ذرات أو جزيئات المادة السائلة.

b. **المسافة الفاصلة بين ذرات أو جزيئات المادة السائلة.** قد تكون قوة التماسك بين جزيئتين صغيرة لكن عندما تتجمع ملايين الجزيئات فأن هذه القوة تكبر فمثلا سلك من الحديد قطره (l0 mm) يتحمل ثقل كتلته أكثر من طن وهذا مقياس لقوة التماسك بين ملايين الذرات في مقطع السلك. وتكون قوة التماسك بين جزيئات الصلب أكبر من السوائل وفي السوائل أكبر من الغازات.

2. **قوة التلاصق (Adhesion Force):** هي قوة التجاذب بين جزيئات مختلفة بالنوع مثلا (جزيئات مادة الزجاج مع جزيئات مادة الماء) وتختلف قيمتها باختلاف المواد.

3. **. مدى التأثير الجزيئي :(The Molecular Extent Effect )** هي أقصى مسافة يمكن ان تظهر فيها قوة التماسك بين جزيئتين متشابهتين في النوع أو قوة التلاصق جزيئتين مختلفتين في النوع .

## 4. سطح السائل : The Liquid Surface

يكون سطح السائل الساكن عموديا على محصلة القوة المؤثرة عليه . وخلاف ذلك يعني وجود مركبة قوة موازية لهذه القوة المحصلة، ان مركبة القوه هذه تكون موازية للسطح وتسبب حركة السائل. وبصورة عامة يكون سطح السائل افقيا . أي يصنع زاوية قائمة مع قوة الجاذبية . بينما ينحني سطح السائل عند اتصاله بسطوح الأجسام الصلبة . فأذا درسنا الشكل (4.2 a) و (4.2 b) الذي يمثل نقطة اتصال السائل بسطح صلب. سنلاحظ ان الجزيئة عند النقطة (P) تتعرض الى أربعة أنواع من القوى وهي:

a. قوة التماسك بين جزيئات السائل مع مثيلاتها من جزيئات السائل نفسه والمجاورة لها و التي تحاول ان تشدها اليها.

b. قوة التلاصق بين جزيئات السائل وبين جزيئات مادة السطح الصلب والتي تحاول ان تشدها باتجاه السطح الصلب.

c. قوة التلاصق بين جزيئات السائل وبين جزيئات الهواء الذي يتواجد فوق سطح السائل ويكون اتجاها الى الأعلى وهي ضعيفة يمكن اهمالها.

d. قوة الجاذبية الأرضية لجزيئات السائل ويكون اتجاها الى الأسفل .

# المحاضرة الخامسة

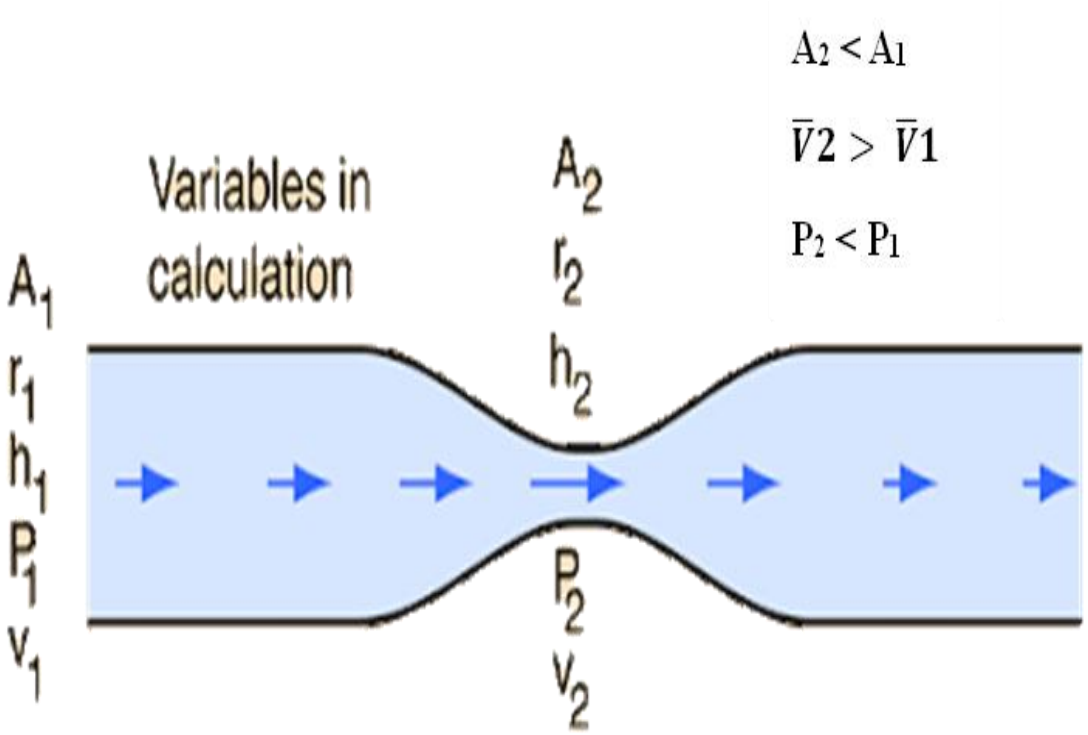
## معادلة برنولي

# معادلة برنولي Bernoulli’s Equation

عندما تتحرك السوائل الحقيقية توثر فيها القوى الأحتكاكية (قوى اللزوجة)، وتعمل هذه القوة الأحتكاكية على مقاومة الطاقة الميكانيكية الحركية للسائل، مما يتطلب بذل شغل كبير لدفع السوائل في الأنابيب. حيث تمكن العالم برنولي من ايجاد معادلة الضغط فى السوائل ذات القوى الأحتكاكية القليلة، والتي يمكن اهمالها.

ان هذه المعادلة عبارة عن تطبيق لقانون حفظ الطاقة حيث تتكلم المعادلة عن سائل ذو جريان انسيابي عديم اللزوجة غير قابل للانضغاط و كثافته لاتتغير (سائل مثالي)، تنص المعادلة على ان مجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجم (كثافة الطاقة الحركية) و الطاقة الكامنة لوحدة الحجم (كثافة الطاقة الكامنة) من السائل ثابتة لعمليات جريان السائل اي متساوي لجميع النقاط في السائل ذو الجريان الأنسيابي وكما في الشكل (4.22) والذي ببين انبوب مخصر ذو مقطعين، مساحة المقطع الاول تكون أكبر من مساحة المقطع الثاني يجري فيه سائل بشكل انسيابي.

$$P_1 + \frac{1}{2}\,\rho_L \bar{V}_1^2 + \rho_L\, g\, h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\,\rho_L\, \bar{V}_2^2 + \rho_L\, g\, h_2$$




$P_1$ = ضغط السائل عند النقطة 1

الطاقة الحركية لكل وحدة الحجم عند النقطة 1 = $\frac{1}{2}\,\rho_L\, \bar{V}_2^2$

الطاقة الكامنة لكل وحدة حجم عند النقطة 1 = $\rho_L\, g\, h_1$

$P_2$ = ضغط السائل عند النقطة 2

الطاقة الحركية لكل وحدة حجم عند النقطة 2 = $\frac{1}{2}\,\rho_L\, \bar{V}_2^2$

الطاقة الكامنة لكل وحدة حجم عند النقطة 2 = $\rho_L\, g\, h_2$

حيث يلاحظ التالي :

$$\frac{1}{2}\,\rho_L\,\overline{V}_1^2 = \frac{1}{2}\,\frac{m\,\overline{V}_1^2}{V_L} = \frac{kinetic\ energy}{V_L}\quad ,\rho_L = \frac{m_L}{V_L}$$

$$\rho_L\,g\,h = \frac{m_L\,g\,h}{V_L}, \qquad \rho_L = \frac{m_L}{V_L}$$

حيث أن (P) يمثل ضغط السائل و $(m_L)$ كتلة السائل و (h) ارتفاع السائل عن مستوى سطح الأرض، $(\overline{V})$ تمثل سرعة السائل داخل المقطع و $(\rho_L)$ كثافة السائل و (g) التعجيل الأرضي.

**نستنتج من معادلة برنولي التالي:**

1. **ان النقطة التي يكون فيها الضغط كبير تكون السرعة قليلة.**
2. **عند مساحة المقطع الكبير تكون السرعة قليلة و اذا كانت مساحة صغيرة تكون السرعة عالية.**
3. **الضغط يكون كبير عند المقطع الكبير و بالعكس.**

وهذا يقودنا الى حقيقة مهمة جدا هي **ان سرعة جريان السائل تكون كبيرة و الضغط منخفظا في مساحة المقطع الصغيرة للأنبوب و بالعكس** وهذا ماتلخصه المعادلة ادناه:

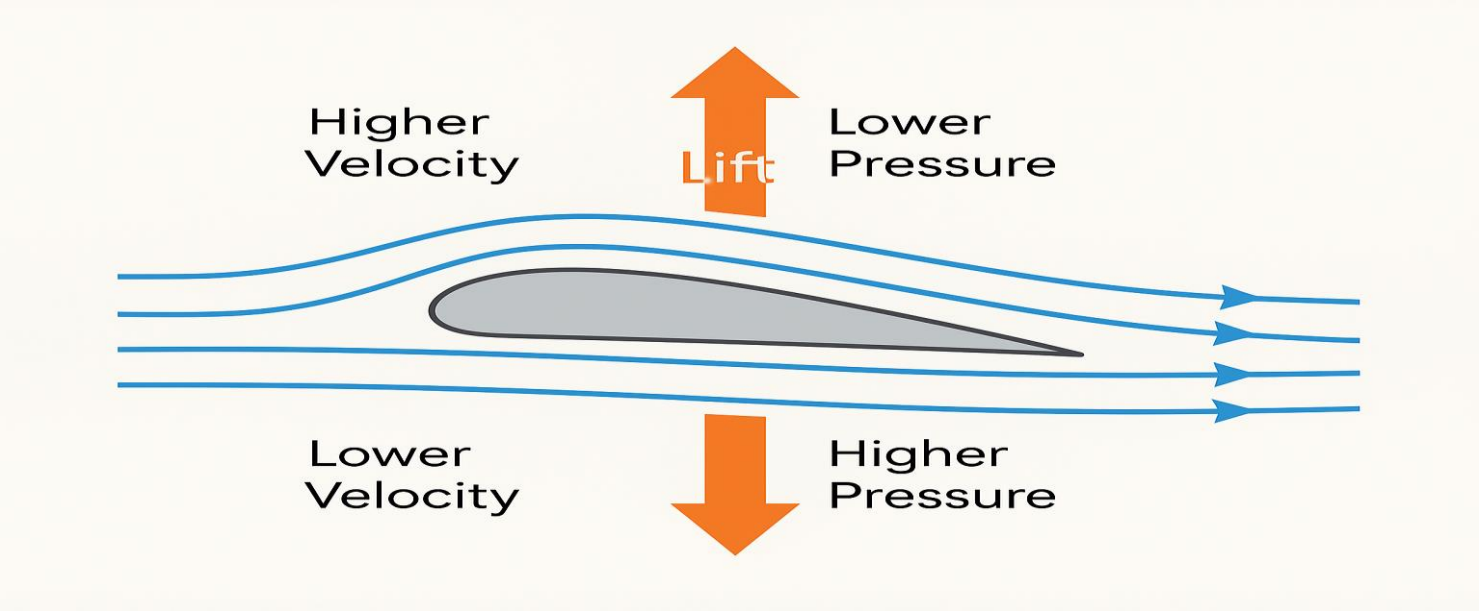
$$When\ A_1 > A_2 \quad Then \quad P_1 > P_2 \quad and \quad \overline{V}_1 < \overline{V}_2$$

**من الجدير بالذكر ان هناك حالة خاصة في معادلة برنولي وهي عندما يكون الأنبوب بالحالة الأفقية اي أن $(h_1 = h_2)$ ، لذلك فان الطاقة الكامنة لوحدة الحجم ( كثافة الطاقة الكامنة $\rho_L\ g\ h$) ستحذف من طرفي المعادلة بالتالي ستصبح المعادلة كما يلي:**

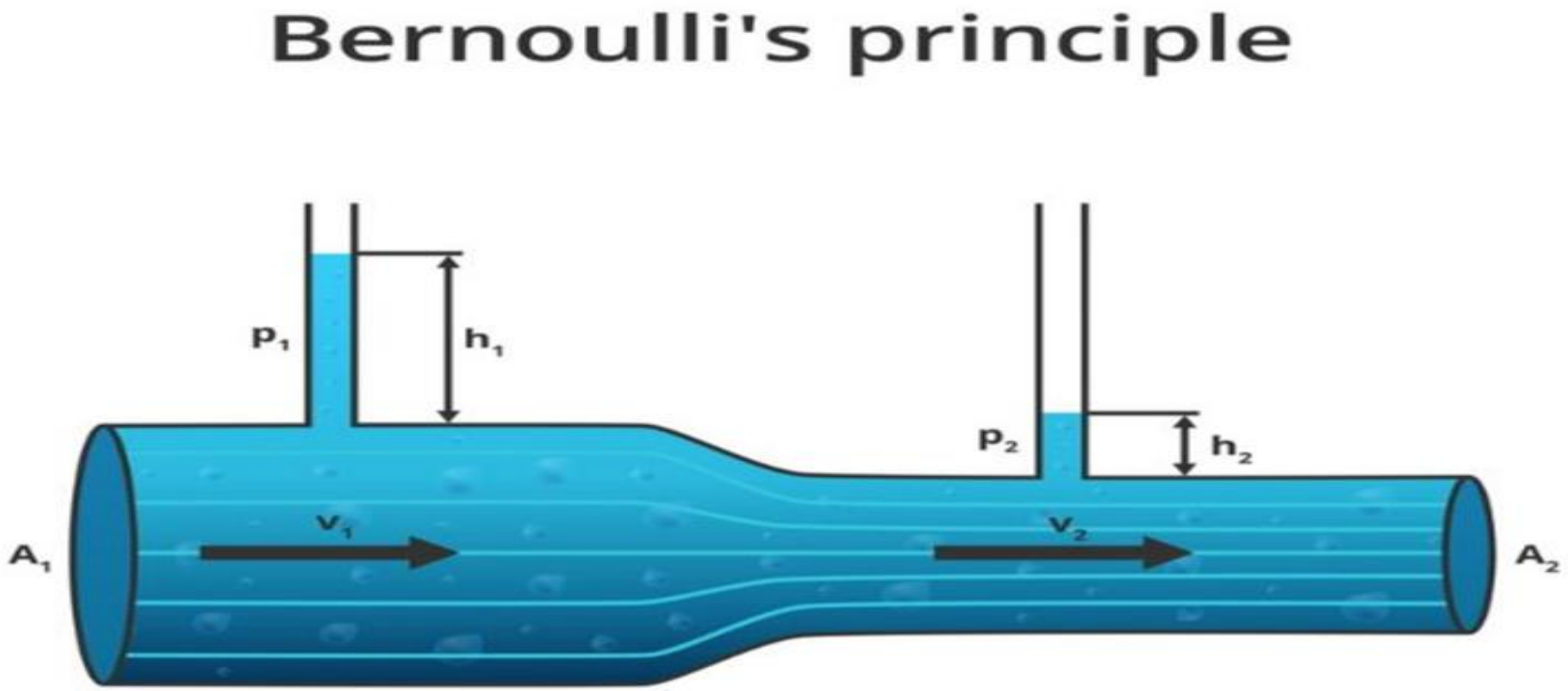
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho_L \overline{V}_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho_L \overline{V}_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.50)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho_L \left(\overline{V}_2^2 - \overline{V}_1^2\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.51)$$

ان من ضمن تطبيقات معادلة برنولي هي استخدامها في تصميم أجنحة الطائرة و هيكلها العام حيث يكون الضغط اسفل أجنحة الطائرة اكبر من فوقها عند بدأ حركة الطائرة لان سرعة الهواء اسفل أجنحة الطائرة تكون اقل من اعلى أجنحة الطائرة.



**مثال: انبوب افقي متغير المقطع سرعة جريان السائل في نقطة ($A_1$) هي (0.5 m/sec) و في نقطة ($A_2$)هي (2 m/sec) كما مبين في الشكل (4.23) . قارن بين قيم الضغط عند النقطتين، وأي النقطتين ذات مساحة مقطع اكبر. افرض ان كثافة السائل هي ($10^3$ Kg/m$^3$).**



حسب قانون برنولي، المقطع ($A_1$) أكبر من المقطع ($A_2$) بالتالي ستكون سرعة أنسياب السائل في ($A_1$) أقل من المقطع ($A_2$).

$$P_{A_1} + \frac{1}{2}\rho \bar{V}_{A_1}^2 = P_{A_2} + \frac{1}{2}\rho \bar{V}_{A_2}^2$$

$$P_{A_1} - P_{A_2} = \frac{1}{2}\rho \left(\bar{V}_{A_2}^2 - \bar{V}_{A_1}^2\right) = \frac{1}{2} \times 10^3 \left(2^2 - 0.5^2\right)$$

$$P_{A_1} - P_{A_2} = 1875 \ N/m^2$$

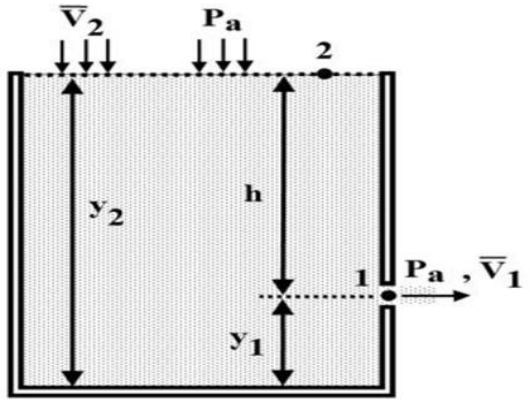
$$\therefore P_{A_1} > P_{A_2}$$

**اذن الضغط في المقطع ($A_1$) أكبر من المقطع ($A_2$) وبالتالي سيكون الجريان من ($A_1$) الى ($A_2$) ، ومن الجدير بالذكر تم اعتبار ($h_2 = h_1$) لان الفرق قليل ويمكن اهماله.**

# معادلة تورشيلي Torricelli’ s Equation

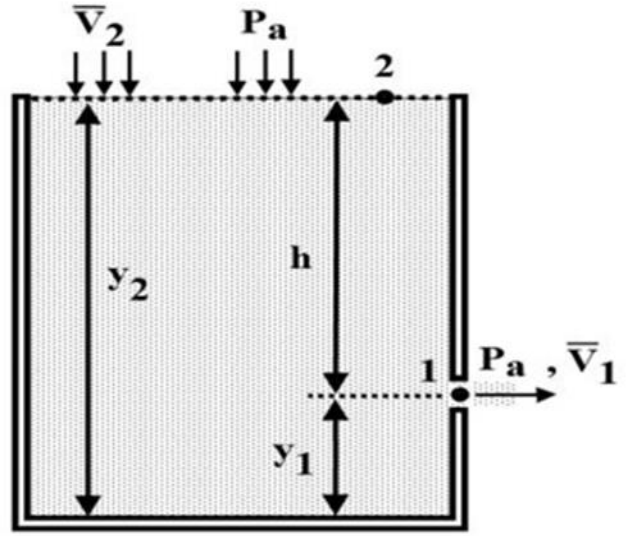
**ينص مبدأ تورشيلي على أن سرعة تدفق السائل تحت قوة الجاذبية من فتحة في الخزان تتناسب مع الجذر التربيعي للمسافة العمودية (h) بين سطح السائل ومركز الفتحة وتتناسب سرعة تدفق السائل ايضا والجذر التربيعي لضعف التسارع أو التعجيل الناتج عن الجاذبية (2g) ، أو ببساطة ($\bar{V} = \sqrt{2gh}$)** . ان قيمة التسارع الناجم عن الجاذبية الارضية على سطح الأرض يبلغ حوالي ($9.8\ m/s^2$).

ولصياغة المعادلة رياضيا، يبين الشكل ادناه سائل داخل وعاء ويتدفق من الوعاء عبر فتحة رقم (1) والتي تبعد عموديا عن سطح السائل بمقدار (h)، ان ضغط النقطة (1) و (2) هو الضغط الجوي (Pa) لأنهما معرضتان للضغط الجوي، وعند تطبيق معادلة برنولي على هذا الشكل نحصل على التالي:



$$\left[P_a + \frac{1}{2}\rho_L \overline{V}_1^2 + \rho_L g y_1\right] = \left[P_a + \frac{1}{2}\rho_L \overline{V}_2^2 + \rho_L g y_2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.81)$$

وبأختصار $(P_a)$ و $(\rho_L)$ من طرفي المعادلة نحصل على التالي:




$$\frac{1}{2}\overline{V}_1^2 - \frac{1}{2}\overline{V}_2^2 = g y_2 - g y_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.82)$$

$$\overline{V}_1^2 - \overline{V}_2^2 = 2g(y_2 - y_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.83)$$

$$\because h = y_2 - y_1$$

$$\therefore \overline{V}_1^2 - \overline{V}_2^2 = 2gh$$

وبما أن سطح السائل في الأعلى كبير (مساحة مقطع الوعاء كبيرة) مقارنة مع مساحة مقطع الفتحة رقم (1)

لذلك تكون قيمة $\overline{V}_2$ صغيرة مقارنة بقيمة $\overline{V}_1$ لذلك تهمل قيمة $\overline{V}_2$ :

$$\overline{V}_1^2 = 2gh$$

$$\boldsymbol{Folw\ Rate\ Velocity} = \bar{V}_1 = \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.86)$$

**وهي مساوية للسرعة التي يكتسبها جسم ساقط من السكون من ارتفاع (h) بعد إهمال تأثيرات الهواء.**

كما بالأمكان حساب معدل التدفق الحجمي (Q) وذلك بالتعويض عن $(\bar{V})$ من معادلة تورشييلي و كالتالي:

$$Q = A\,\bar{V} = A\sqrt{2gh}$$

**ومن الممكن ان تأخذ معادلة تورشيلي الصيغة التالية لأيجاد السرعة النهائية لجسم يتحرك مع تسارع ثابت على طول المحور السيني (x-axis) دون وجود فاصل زمني معروف:**

$$\bar{V}_{fx}^2 = \bar{V}_{ix}^2 + 2\,a_x\,\Delta x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.88)$$

**حيث أن:** $\bar{V}_{fx}$ : تمثل السرعة النهائية للجسم على طول المحور السيني الذي يكون فيه التسارع ثابتاً

$a_x$ : تمثل تعجيل أو تسارع الجسم على طول المحور السيني والتي تعطى على شكل قيمة ثابتة

$\Delta x$ : تمثل التغير في موضع الجسم على طول المحور السيني ويسمى ايضا الأزاحة

**أن هذه المعادلة صالحة على طول أي محور من المحاور بشرط ان يكون فيه التسارع ثابتا.**