وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

المحاضرة الأولى

مفاهيم أساسية في الحركة الموجية

Basic concepts in wave motion

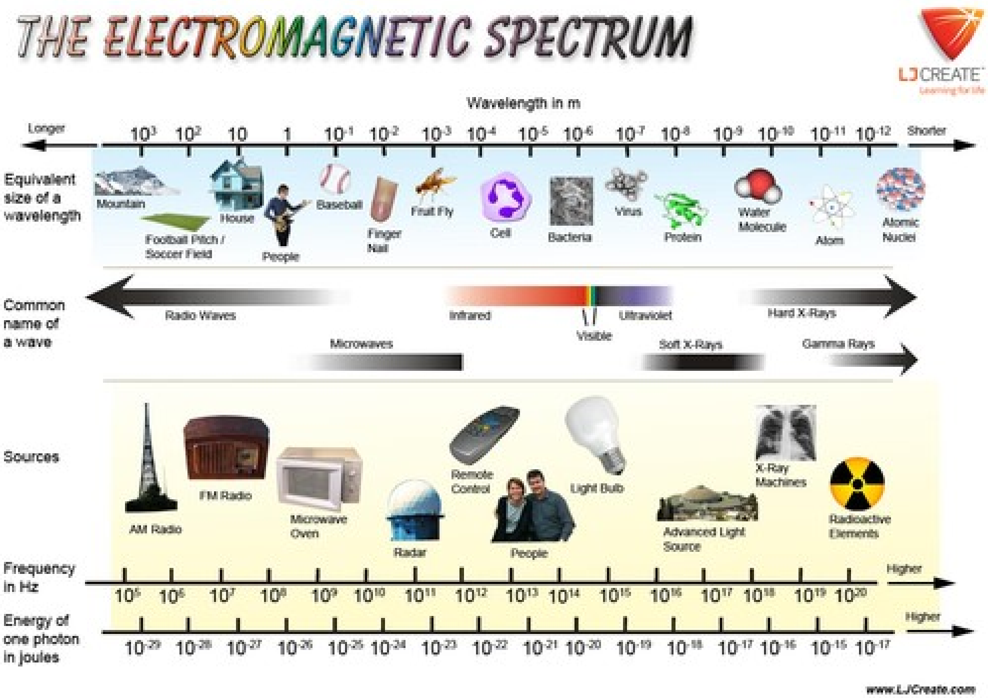
المرحلة:الثانية

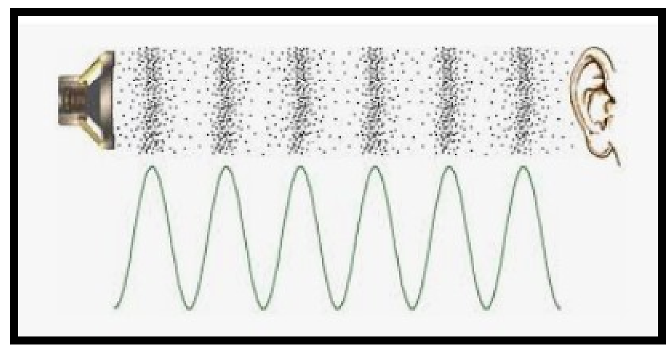
المادة: فيزياء الصوت والحركة الموجية

مدرس المادة: د.محسن وليد محمد

1-1تمهيد

يعد موضوع الحركة الموجية من أهم فروع الدراسة في علم الفيزياء. فالكثير من الظواهر الطبيعية تنطوي على صفة موجية. والحقيقة إن محيطنا يعج بمختلف أنواع الموجات، منها ما هو مألوف وسهل المشاهدة كالموجات على سطح الماء ومنها ماله تطبيقات واسعة ويتعذر مشاهدتها كالموجات الكهرومغناطيسية. إن ما نسمعه يصلنا عبر موجات الصوت، وما نراه يصلنا عبر موجات الضوء. والطاقة التي تزودنا بها الشمس تصلنا عبر الموجات أيضا، وهناك أشكال أخرى كثيرة ومختلفة للموجات. وعلى الرغم من التباين الظاهر بين مختلف أنواع الموجات إلا أن جميعها تشترك بسمة أساسية واحدة هي أنها وسيلة لانتقال الطاقة. فضلا عن ذلك فان جميع الحركات الموجية تكاد تشترك في أسلوب التعبير الرياضي عنها رغم اختلاف المعنى الفيزيائي للرموز المستخدمة للتعبير عن ذلك. لذلك فان دراسة سلوك أي نوع من هذه الأمواج يساعد كثيرا في فهم سلوك الأنواع الأخرى.

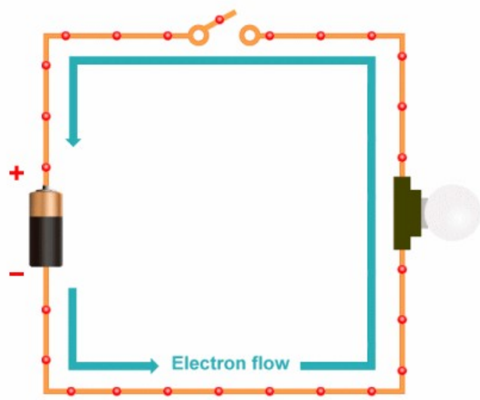




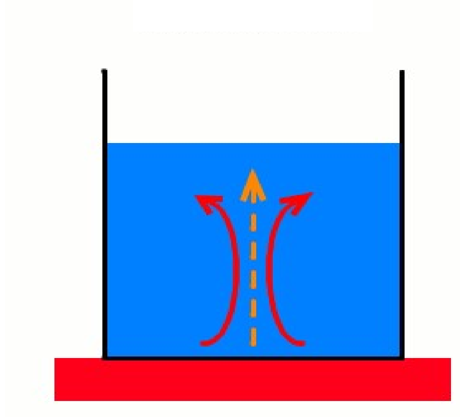
1-2 وسائل انتقال الطاقة

تنتقل الطاقة في الطبيعة من موقع لآخر في بطريقتين : الأولى تتم بواسطة انتقال المادة (الكتلة) والثانية تتم بواسطة انتقال الموجة.

في الطريقة الأولى تنتقل الطاقة من موقع إلى آخر مع انتقال الكتلة (المادة) كما في سيل الالكترونات المسؤولة عن انتقال الطاقة الكهربائية كما في الشكل 1-1, وحركة جزيئات المائع المسؤولة عن نقل الطاقة الحرارية كما في طريقة الحمل كما في الشكل 1-2.

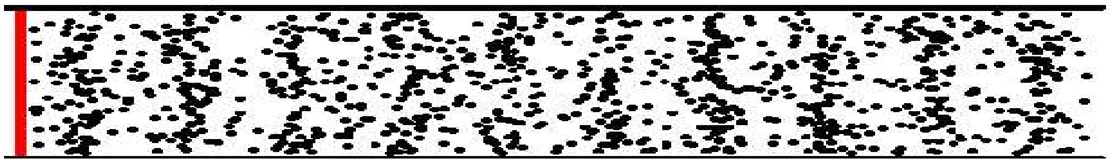


الشكل 1-1 انتقال الالكترونات في الدائرة الكهربائية



الشكل 1-2 الحمل الحراري

وفي الطريقة الثانية تنتقل الطاقة من موقع إلى آخر عن طريق الموجة دون أن يصاحبها أي انتقال في الكتلة , والموجة يمكن أن تنتقل في وسط مادي (شكل1-3) أو في الفراغ كما في موجات الصوت والموجات الضوئية.

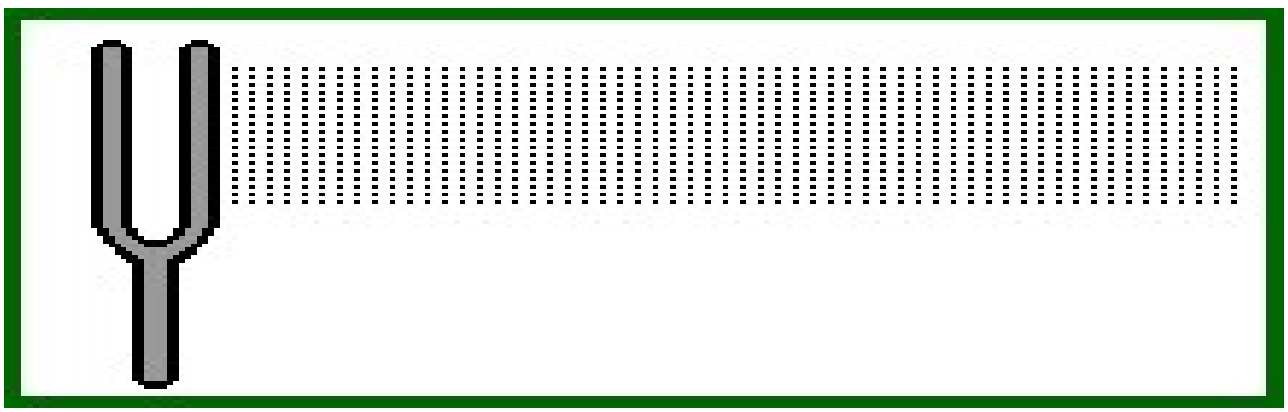


الشكل 1-3اهتزاز جسيمات الوسط باتجاه مواز لاتجاه انتقال الموجة

1-3 ما هي الحركة الموجية؟

الحركة الموجية هي اضطراب لحظي ينتقل من نقطة الى أخرى عبر وسط مادي او في الفراغ وينتقل في الوسط المحيط بمصدر الاضطراب في اتجاه معين وبسرعة معينة ويقوم بنقل الطاقة في اتجاه انتشاره.

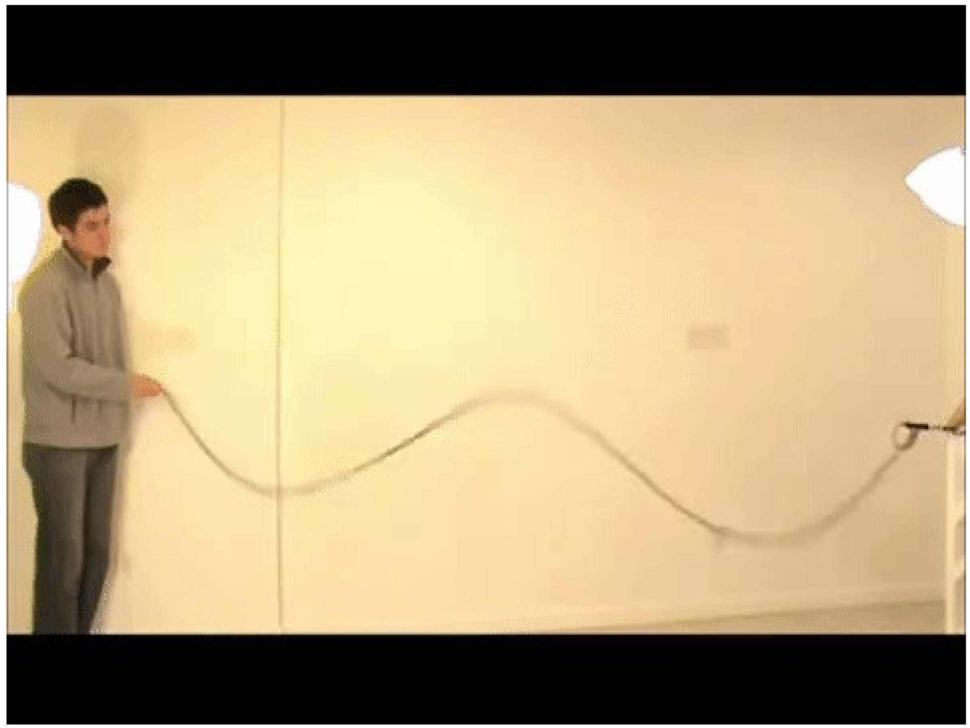
المقصود بالاضطراب هو نمط لحالة فيزيائية يولده مصدر متحرك مثال ذلك الشوكة الرنانة المهتزة تولد اضطراب في الهواء المحيط بها نمطه على شكل تضاغطات وتخلخلات و هذه الحالة الفيزياوية المتولدة في الهواء تنتقل إلى نقاط أخرى دون انتقال جزيئات الهواء من مواضع توازنها كما في الشكل 1-4.



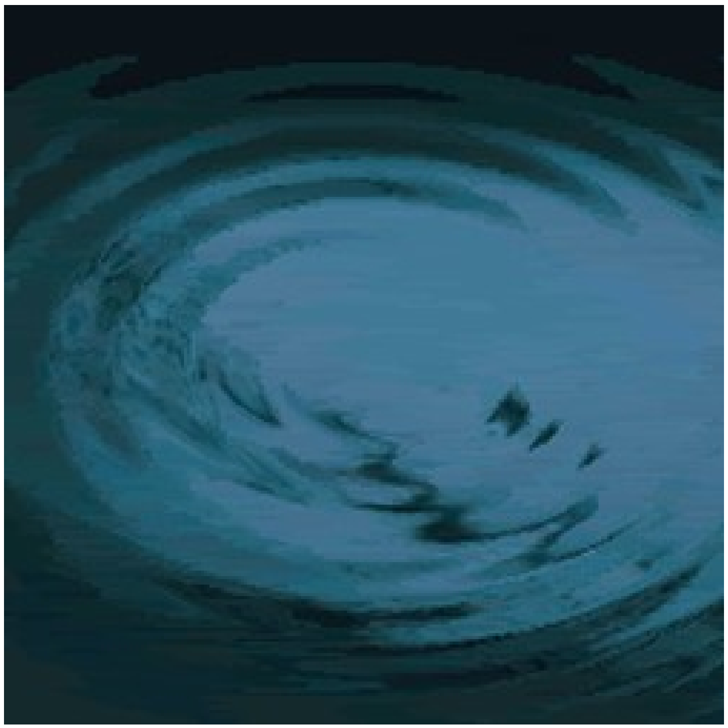
الشكل 1-4 انتقال موجات الصوت في الهواء

1-4 أنواع الحركة الموجية

- يمكن تقسيم الحركة الموجية في الفيزياء إلى ثلاثة أنواع رئيسية هي:
- 1.الحركة الموجية الميكانيكية: وهي تلك التي تحتاج بالضرورة إلى وسط مادي لانتقالها وقد يكون هذا الوسط صلبا أو مائعا (سائلا أو غازا) والأمثلة على هذه الموجات هي موجات الصوت والموجات على سطح الماء والموجات الزلزالية والموجات في الأسلاك والقضبان المعدنية والموجات في الأوتار المهتزة والموجات في الأغشية والرقائق المهتزة والموجات في هياكل الأبنية والمكائن. الاشكال 1-5 , 1-6أمثلة على بعض أنواع الحركة الموجية الميكانيكية.



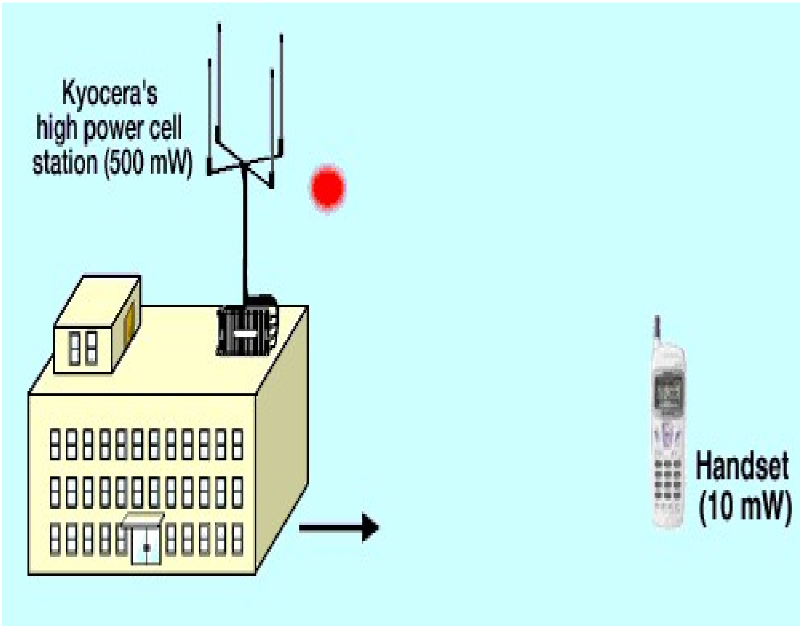
- شكل 1-5 موجات ميكانيكية في سلك مهتز

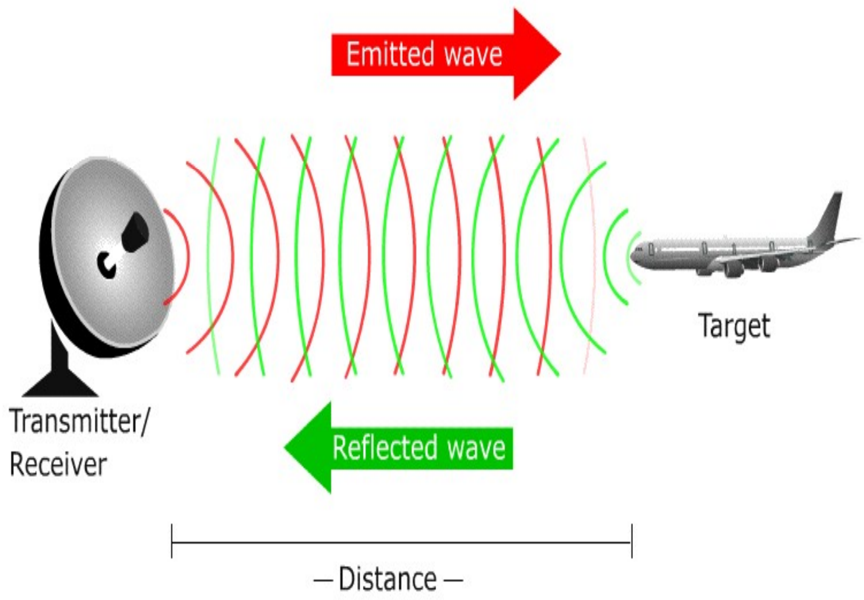


شكل 1-6 موجات تنتقل على سطح الماء

1-4 أنواع الحركة الموجية

- 2.الحركة الموجية الكهرومغناطيسية: وهي تلك التي لا تحتاج بالضرورة إلى وسط مادي لانتقالها، فهي تنتقل في الفراغ كما تنتقل في بعض الأوساط المادية، مثل جميع أمواج الطيف الكهرومغناطيسي كموجات الراديو وموجات التلفزيون وموجات الرادار والموجات الدقيقة (المايكروويف) والموجات تحت الحمراء وموجات الضوء وموجات الأشعة فوق البنفسجية وموجات الأشعة السينية وموجات أشعة كاما. الاشكال 1-7 , 1-8أمثلة على بعض أنواع الحركة الموجية الكهرومغناطيسية.





- شكل 1-7 موجات كهرومغناطيسية راديوية.

شكل 1-8 موجات كهرومغناطيسية خاصة بالرادار.

1-4 أنواع الحركة الموجية

- 3.الحركة الموجية المادية: وهي الصفة الموجية المصاحبة لحركة الجسيمات المادية. فقد دلت الدراسات النظرية للعالم دي برولي (deBroglie) وما أعقبه من اكتشاف العالمين دافيسون (Davisson) وجيرمر (Germer) لحيود الالكترونات إن الجسيم المتحرك يقرن بموجه. فالجسيم الذي كتلته m والمتحرك بسرعة v يكون مقرونا بموجة طولها الموجي λ هو

- $\lambda=h/mv$ (1)

- حيث أن $h=6.626\times10^{-34}J.S$ يمثل ثابت بلانك. وقد وجد بالتجربة أن الإلكترون المتحرك بطاقة حركية تعادل 150eV يكون مقرونا بموجة طولها الموجي يساوي $0.1\times10^{-9}m$ والنيترون المتحرك بسرعة 2200m/S يكون مقرونا بموجة طولها $0.14\times10^{-9}m$. إن دراستنا في هذا الفصل ستقتصر على الحركة الموجية الميكانيكية فقط.والتي يشكل الصوت احد أهم أشكالها.

1-5 الخواص الأساسية لانتقال الحركة الموجية الميكانيكية

إن حدوث و انتقال الحركة الموجية الميكانيكية في أي وسط مادي يعزى إلى خاصيتين أساسيتين لذلك الوسط هي المرونة و القصور الذاتي.

خاصية المرونة: المقصود بمرونة الوسط هي خاصيته على مقاومة أي تشوه فيه و قابليته على استعادة شكله أو حجمه أو وضعة بعد زوال القوة ألمشوهه المؤثرة علية. و القانون الذي يتحكم في سلوك المواد المرنة هو قانون هوك و الذي يشير إلى أن (أي قوة خارجية تسُلط على جسم ما تحدث فيه تشوها يؤدي إلى تغيير في الشكل أو الحجم أو كليهما، و يمكن التعبير عن قانون هوك بدلالة الإجهاد و المطاوعة

.

الإجهاد :هو القوة المسلطة على وحدة المساحات من السطح المعرض لتلك القوة و لذلك فان

الإجهاد = القوة \ المساحة

المطاوعة :هي النسبة بين مقدار التشوه في الجسم الذي تسببه القوة المشوهة على بعده الأصلي قبل التشوه أي أن

المطاوعة = مقدار التشوه \ البعد الحقيقي

أن مقدار التشوه يمثل مقدار التغيير في الطول أو الحجم أو الشكل أما البعد الأصلي فيمثل الطول الأصلي أو الحجم الأصلي للجسم.

أن العلاقة بين الإجهاد و المطاوعة ضمن حدود المرونة هو:

الإجهاد = ثابت X المطاوعة

حيث أن الثابت يسمى معامل المرونة

معامل المرونة = الإجهاد \ المطاوعة

نهاية المحاضرة الأولى

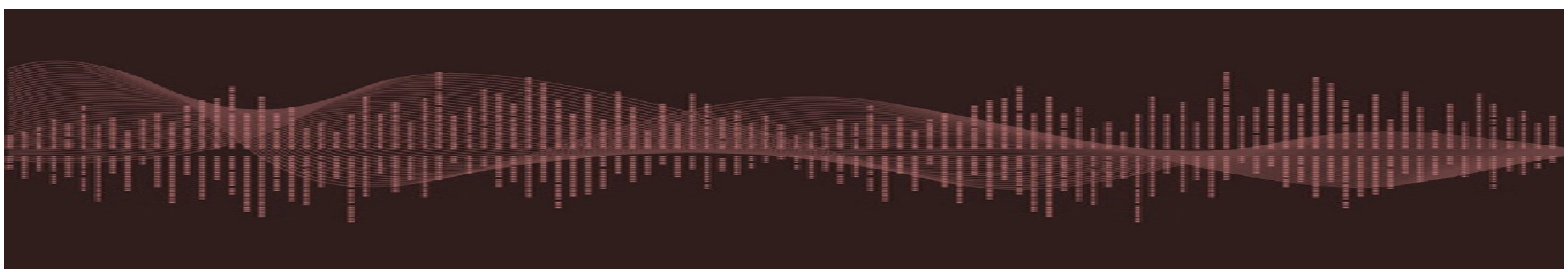
تمنياتي بالتوفيق للجميع

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

المحاضرة الثانية

أصناف الحركة الموجية الميكانيكية

Types of mechanical wave motion



المرحلة:الثانية

المادة: فيزياء الصوت والحركة الموجية

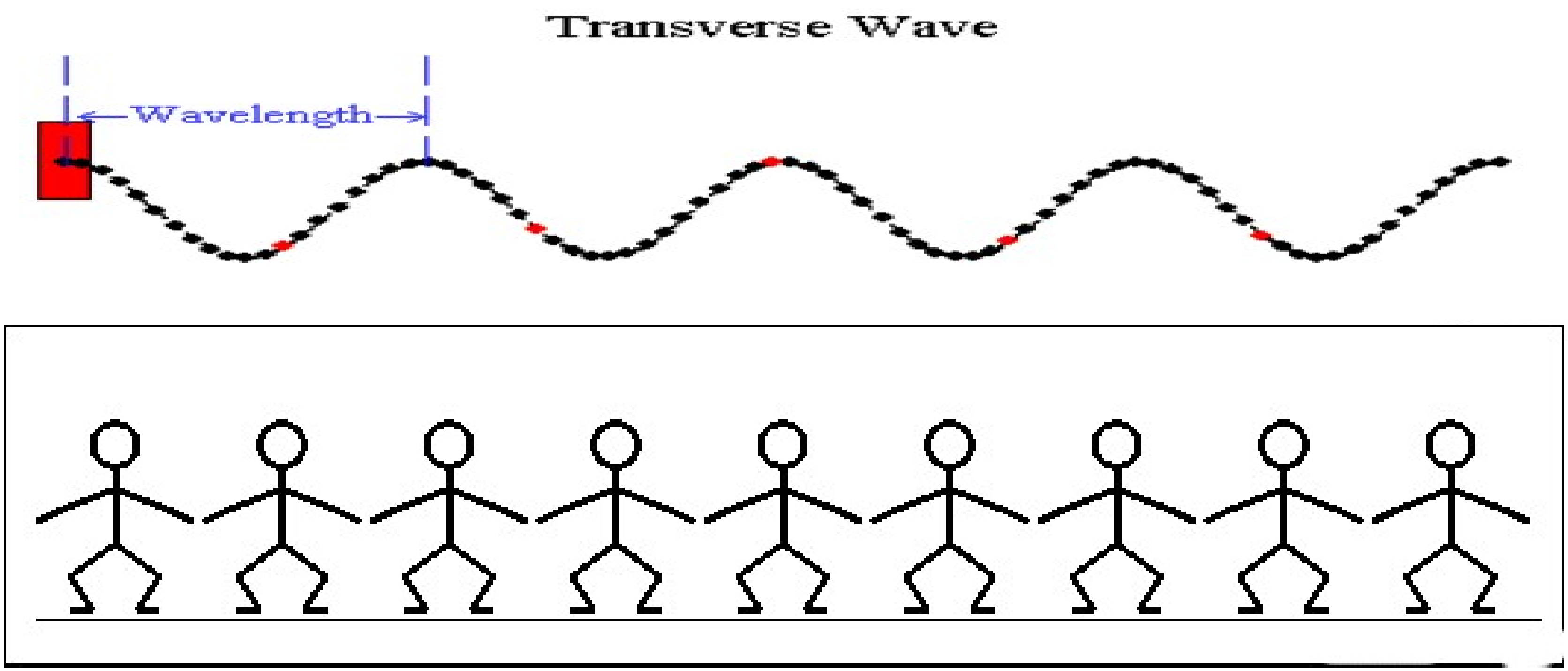
مدرس المادة: د.محسن وليد محمد

1-7 تصنيف الموجات الميكانيكية

في المحاضرة السابقة قمنا بتقسيم الحركة الموجية في الطبيعة إلى ثلاثة أنواع، وذلك حسب خواص فيزيائية محددة. احد هذه الأنواع كان الحركة الموجية الميكانيكية . إن هناك أشكالا عديدة للحركة الموجية الميكانيكية يمكن تصنيفها بعدة طرق. إلا أن الطريقة الأساسية للتمييز بين مختلف أشكال الحركة الموجية الميكانيكية هو كيفية حركة جسيمات الوسط الناقل للموجة بالنسبة لاتجاه انتقال الموجة. واهم هذه الأنماط على الإطلاق حركتان هما الحركة الموجية المستعرضة والحركة الموجية الطولية.

1.الحركة الموجية المستعرضة: Transverse Waves Movement

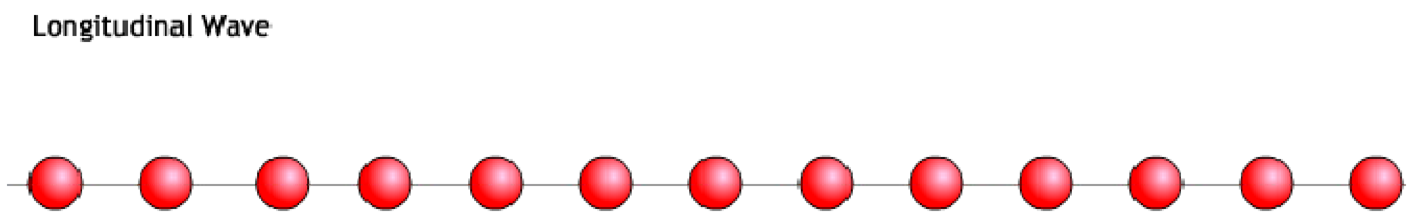
في هذا الصنف من الحركة الموجية تهتز جسيمات الوسط باتجاه عمودي على اتجاه انتقال الموجة. مثل الموجات عبر الأوتار المهتزة عرضيا حيث أن مرور الموجة في الحبل المشدود أفقيا يؤدي إلى اهتزاز جزيئات الحبل إلى الأعلى والأسفل. لاحظ الشكل (1).



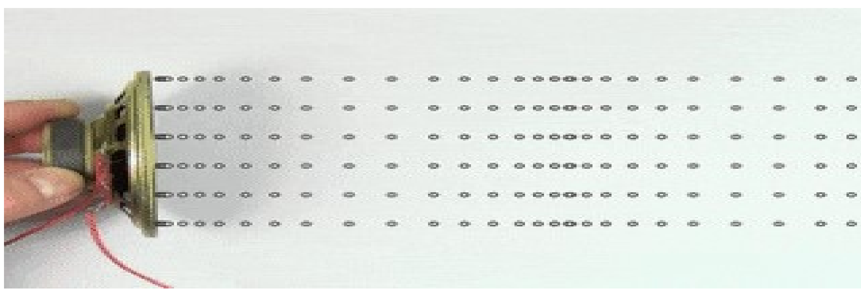
الشكل (1) يمثل حركة موجية مستعرضة.

2.الحركة الموجية الطولية: Longitudinal Waves Movement

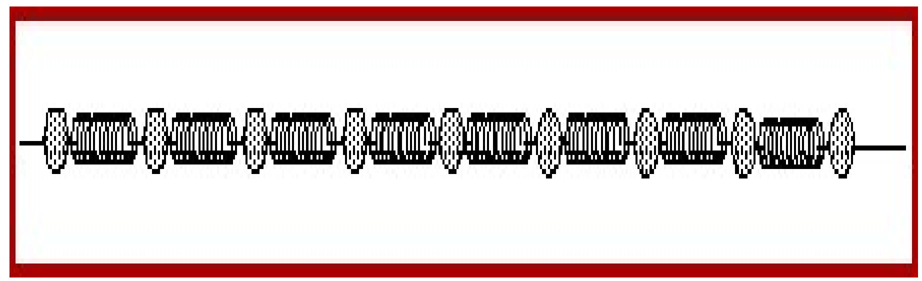
في هذا الصنف من الحركة الموجية تهتز جسيمات الوسط باتجاه مواز لاتجاه انتقال الموجة الشكل (2a). مثل الموجات الصوتية في الهواء كما في الشكل (2b) حيث إن مرور الموجة الصوتية (الموجة التضاغطية) يؤدي إلى اهتزاز جسيمات الوسط إلى الأمام و إلى الخلف بحركة ذهاب وإياب على طول خط انتقال الموجة. كذلك الموجات التضاغطية في النابض الحلزوني تؤدي إلى اهتزاز لفاته على طول خط انتقال الموجة كما في الشكل (2c).



a



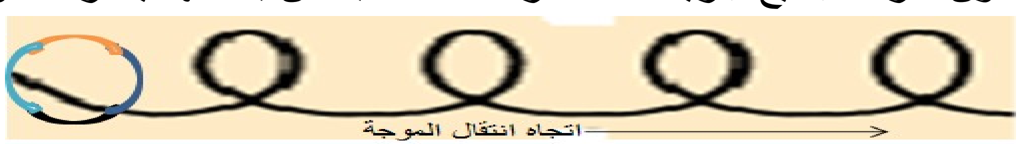
b



c

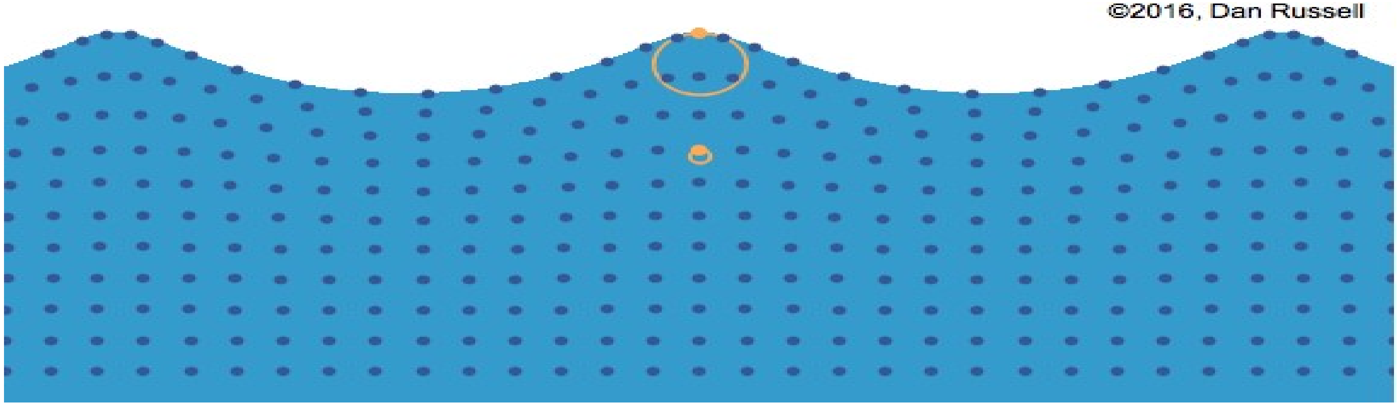
الشكل (2): a حركة موجية طولية,b:الموجات الصوتية, c:الموجات التضاغطية في النابض.

وفي الحقيقة لا يمكن اعتبار كل الموجات الميكانيكية على أنها طولية أو مستعرضة، فمثلا في الموجات المستقطبة دائريا في الحبل كما في الشكل (3) لا تكون حركة جميع جزيئاته مستعرضة تماما بل أن بعضها يتحرك طوليا.



الشكل (3): تتولد سلسلة من الموجات المستقطبة دائريا عندما يتحرك طرف الحبل حركة دورية دائرية.

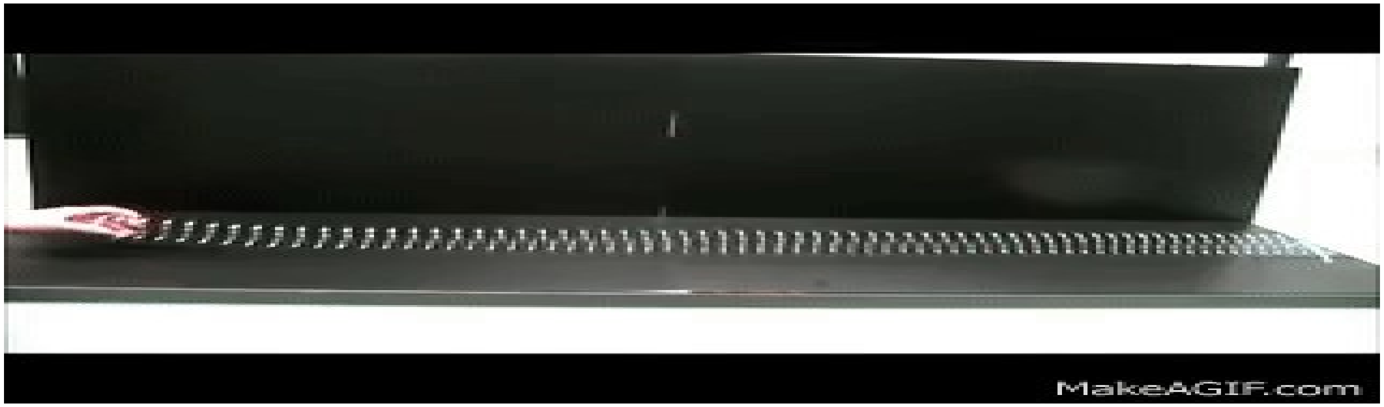
وكذلك في الموجات على سطح الماء لا تكون حركة الجزيئات عمودية على سطح الماء بل أن مسار كل جزئ يكون على شكل مسار بيضوي، أي إذا توخينا الدقة تماما نلاحظ أن جزيئات الماء تتحرك إلى الأعلى والأسفل كما تتحرك إلى الأمام والى الخلف وهي ترسم مسارات بيضوية الشكل يكون محورها الرئيسي عموديا على سطح الماء كما موضح في الشكل (4).



شكل (4): يوضح حركة الموجات على سطح الماء

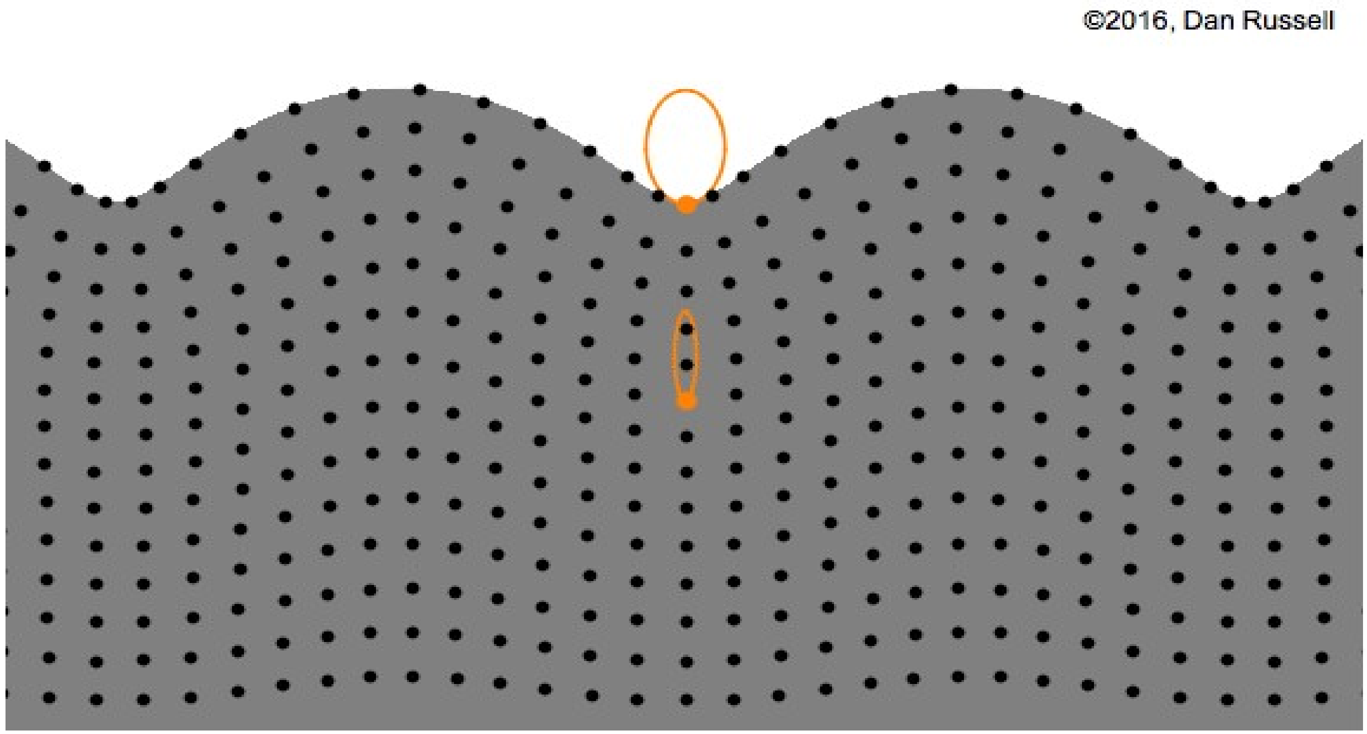
كما أن هناك طريقة أخرى لتصنيف الموجات الميكانيكية تبعا لعدد الأبعاد التي تنتقل فيها الموجة فمثلا هناك:

1.الموجات في بعد واحد 1D: وهي تلك التي تتقدم باتجاه واحد أي على امتداد محور واحد كالموجات المنتقلة على طول حبل مشدود أو نابض حلزوني (كما موضح في الشكل 5) أو قضيب معدني أو عمود هواء.



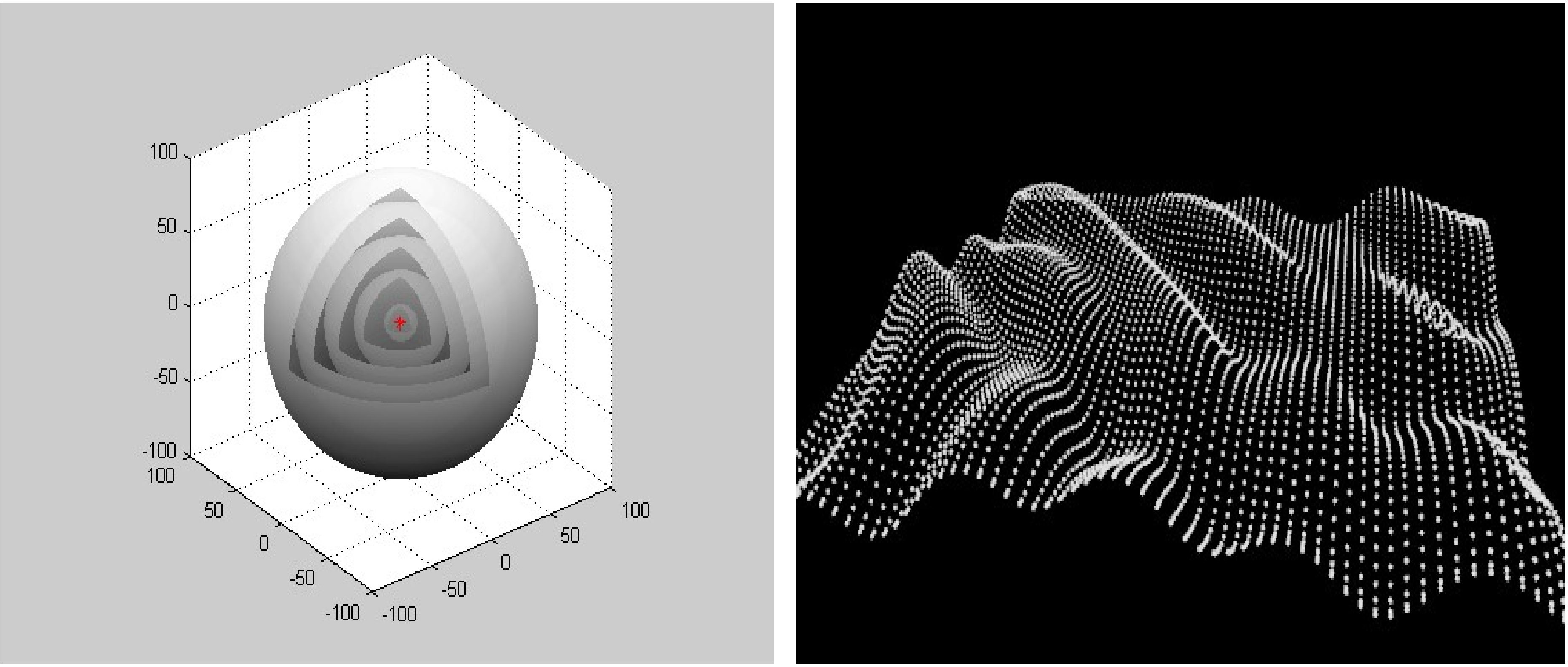
شكل (5): يوضح انتقال الموجات في نابض حلزوني

2.الموجات في بعدين 2D: وهي تلك التي تتقدم على امتداد سطح مستو يتعين بمحورين فقط كالموجات على سطح السوائل أو في الأغشية الرقيقة ذات البعدين (كما في الشكل 6).



شكل (6): يوضح انتقال الموجات على سطح السوائل في بعدين.

3.الموجات في ثلاثة أبعاد 3D: وهي تلك التي تتقدم في كل الاتجاهات ويمكن وصفها بدلالة ثلاثة محاور متعامدة كالموجات الصوتية في الهواء والموجات الزلزالية في الكرة الأرضية والموجات التضاغطية في مياه البحار والمحيطات (كما في الشكل 7). ويلاحظ في كل صنف من هذه الأصناف انه يتضمن خليطا من الموجات الطولية والمستعرضة. وهناك طرق أخرى لتصنيف الموجات الميكانيكية تبعا لأطوالها الموجية أو تردداتها أو سعتها.



شكل (7): يوضح انتقال الموجات في ثلاثة ابعاد كالموجات الزلزالية و الموجات التضاغطية في مياه البحار والمحيطات.

1-8مميزات الحركة الموجية الميكانيكية

تتميز الحركة الموجية بجميع أصنافها بما يلي:

1.هي شكل من الاضطراب في وسط مادي مرن يولده نمط من الحركة الدورية في جسيمات ذلك الوسط يسببها جسم متحرك يدعى بالمصدر.

2.شكل الاضطراب الذي يمثل شكل الموجة هو الذي ينتقل من نقطة إلى أخرى خلال الوسط بينما جسيمات ذلك الوسط لا تنتقل بل تتحرك بحركة دورية حول مواضع توازنها مماثلة لحركة المصدر.

3.سرعة انتقال الاضطراب (الموجة) في وسط ما هي مقدار ثابت يعتمد على خاصيتي المرونة والقصور الذاتي لذلك الوسط. مالم يكن ذلك الوسط مشتتا (dispersive medium).

4.سرعة انتقال الاضطراب (الموجة) يختلف عن سرعة حركة جسيمات الوسط الناقل للموجة.

5.لا تتحرك جسيمات الوسط الناقل للموجة بطور واحد بل يتغير طور الحركة بانتظام من جسيم إلى آخر كلما ابتعدنا عن المصدر. فالجسيم الأقرب إلى المصدر يبدأ بالحركة الاهتزازية قبل الجسيم الأبعد عنه.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

المحاضرة الثالثة

نظرية الاهتزاز الحر

Free vibration theory

المرحلة: الثانية

المادة: فيزياء الصوت والحركة الموجية

مدرس المادة: د.محسن وليد محمد

نظرية الاهتزاز الحر

تعاريف عامة

الذبذبة الكاملة : هي حركة الجسم التي يقطع فيها المسار ذهابا وإيابا.

مدة (نقطة) الذبذبة : هي الزمن اللازم لذبذبة كاملة.

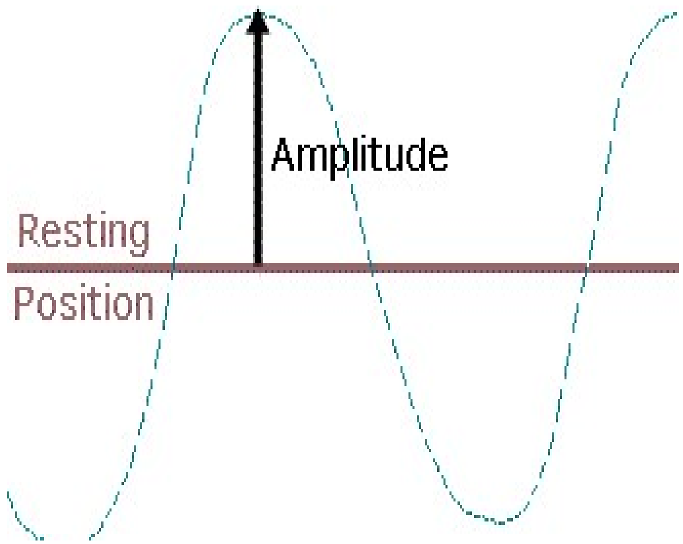
التردد f : هو عدد الذبذبات التي يصنعها الجسم المهتز في وحدة الزمن ويقاس بالهيرتز (ذبذبة/ثانية)

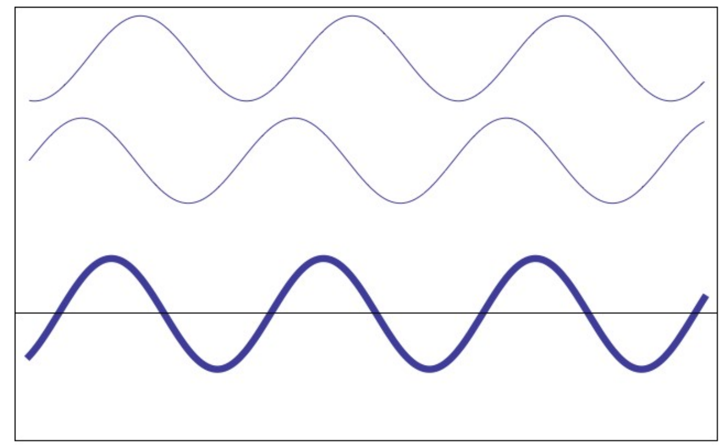
الطول الموجي λ: المسافة الفاصلة بين نقطتين متتاليتين تتحركان بنفس الشكل والاتجاه والطور عندما تكون سرعة الموجة v ثابتة فالموجة تقطع مسافة قيمتها λ بزمن مقداره t حيث $\lambda = v.t$

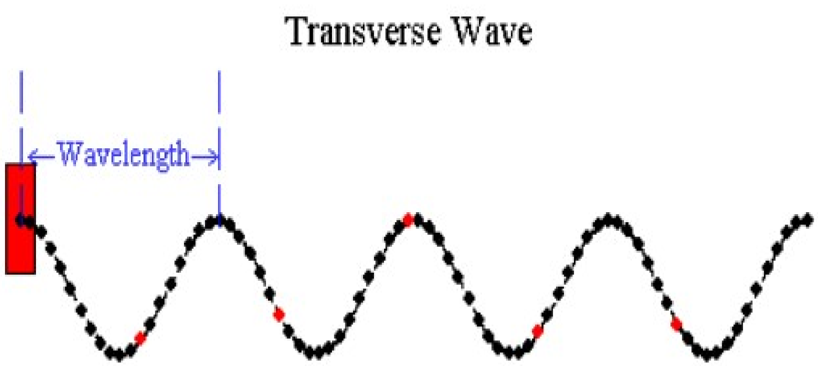
الإزاحة : هي بعد الجسم عن موضع الاستقرار في أي لحظة يرمز لها بالرمز (x).

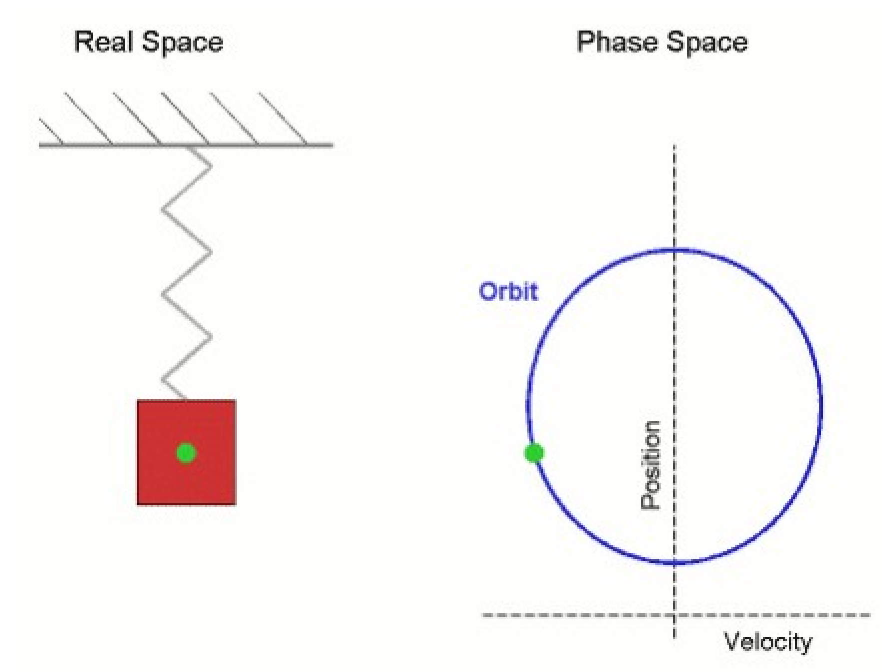
سعة الموجة **(الاهتزاز)** : هي أقصى إزاحة للجسم المهتز عن موضع الاستقرار ، وسعة الاهتزاز لنقطة ما تعتمد على بعد النقطة عن نقطة الأصل (x) وعلى الزمن (t) من بدء الحركة.

سرعة الموجة : المسافة التي تقطعها الموجة في الثانية الواحدة.

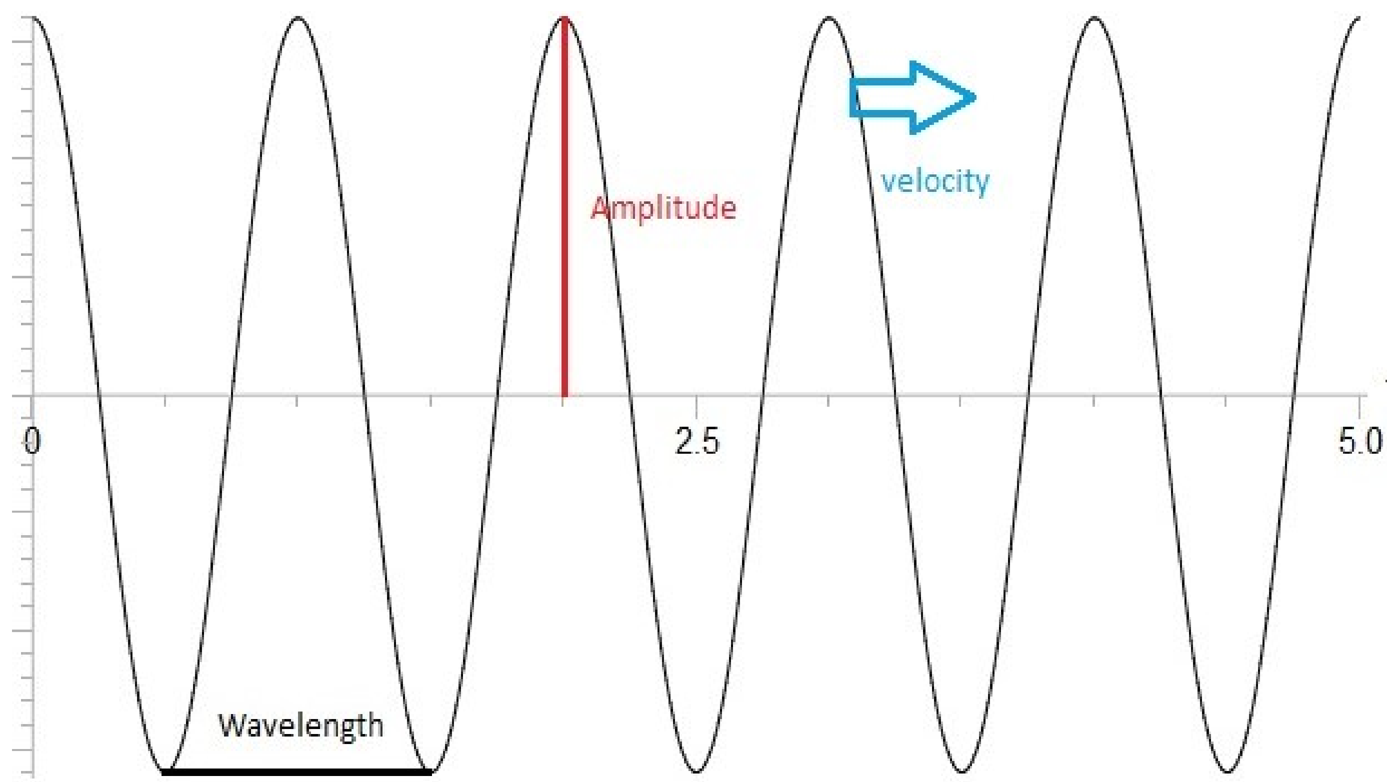

Amplitude
Resting
Position




Transverse Wave
←Wavelength→


Real Space
Phase Space
Orbit
Position
Velocity

isvr


Amplitude
velocity
Wavelength
0
2.5
5.0

الطور وفرق الطور: هو الموقع النسبي للنقاط المختلفة في الموجات. وتحسب زاوية الطور (φ) لنقطة تبعد أفقياً من الصفر (o) مسافة (x) بالعلاقة:(أي إن الطور هو النقاط التي يمر بها الجسم أثناء تذبذبه)

$$\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}$$

فـرق الطور :هو الفرق بين طوري موجتين لهما نفس التردد (بالتالي نفس طول الموجة).

الجسم المرن: هو الجسم الذي يستطيع استعادة وضعه أو شكله الأصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليه.

خاصية القصور الذاتي: تمثل صفة استمرارية الجسم أو أجزاء الوسط المادي على البقاء في حالة حركية ثابتة ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير تلك الحالة.

إن كل جسم يمتلك خاصيتي المرونة والقصور الذاتي له القابلية على الاهتزاز إذا ما استثير .

الاهتزاز : هي حركة جسيم ذهابا وإيابا حول نقطه ثابتة تدعى بموضع التوازن والاستقرار

موضع الاستقرار : هي نقطة تنعدم فيها محصلة القوى المؤثرة في الجسيم المهتز وتمثل نقطة سكونه عندما يتوقف عن الاهتزاز

الجسيم : هو أي جسم صلب وصغير لا يتغير حجمه ويتغير كقطعة واحدة

الحركة الدورية : هي حركة جسم مهتز في مسار محدد تتكرر في فترات زمنية منتظمة وقد يكون مسار هذه الحركة بسيطا أو معقدا مثل الحركة الدائرية وحركة جسم معلق بنابض وحركة الشوكة الرنانة.

الحركة الاهتزازية : هي الحركة الدورية التي تنعكس دوراتها بفترات زمنية منتظمة أي إنها حركة ذهاب وإياب مثل حركة البندول البسيط والجسم المعلق بنابض.

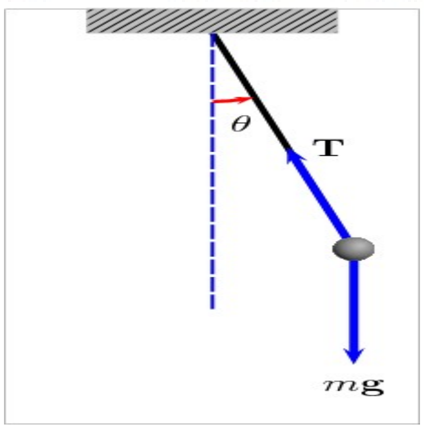
الحركة التوافقية البسيطة : هي حركة جسم على خط مستقيم بتعجيل يتناسب طرديا مع إزاحته عن نقطة ثابتة تمثل موضع توازنه واتجاهه دائما متجها نحو تلك النقطة (أي موضع الاستقرار).

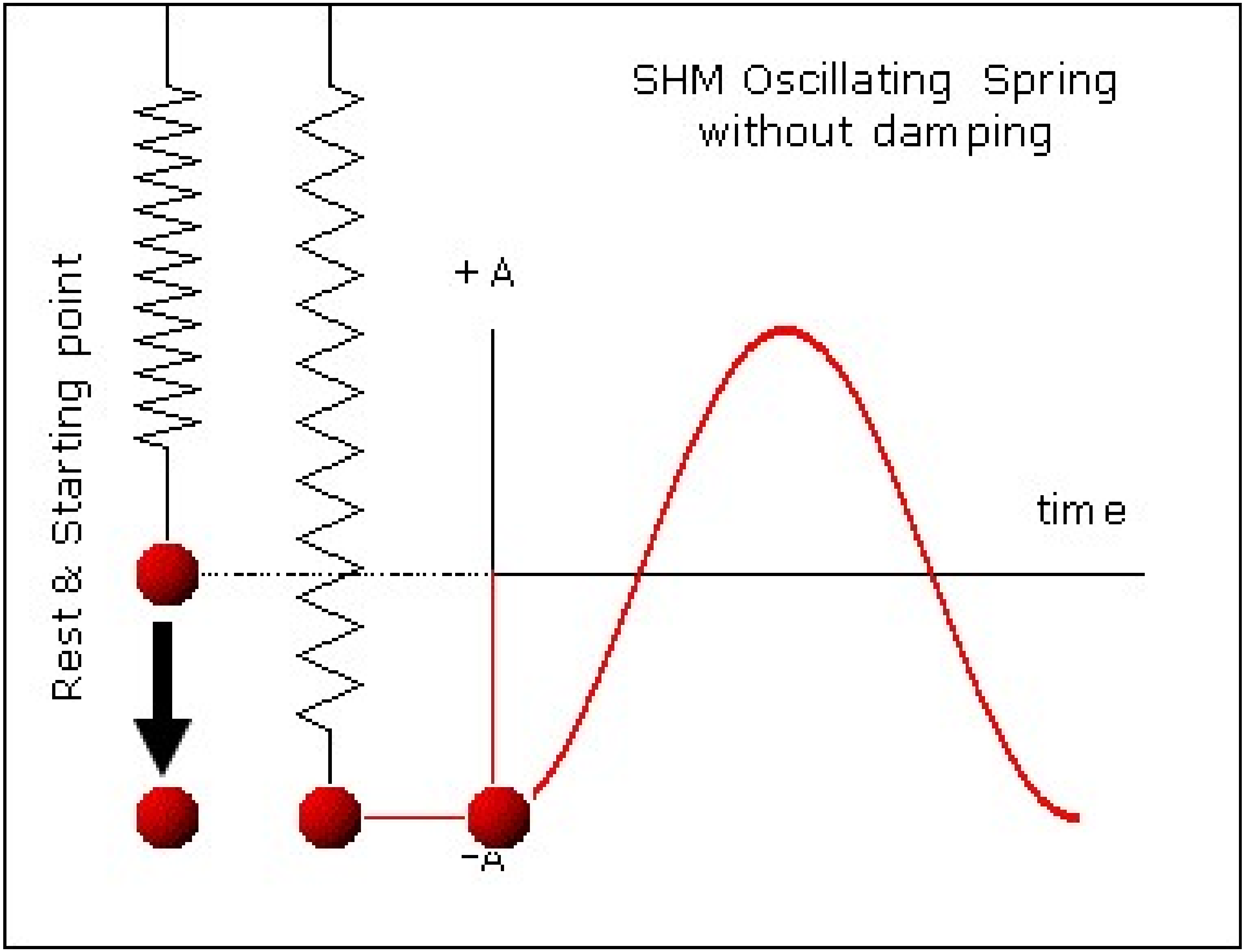
شروط الحركة التوافقية البسيطة

1- إن يكون مسار الجسم على خط مستقيم يمر بنقطة ثابتة تمثل موضع استقراره.

2- إن مقدار تعجيل الجسم يتناسب طرديا مع مقدار إزاحته عن موضع التوازن ، أي أن هناك قوة تدعى القوة المعيدة تحاول إعادة الجسم لموضعه الأصلي.

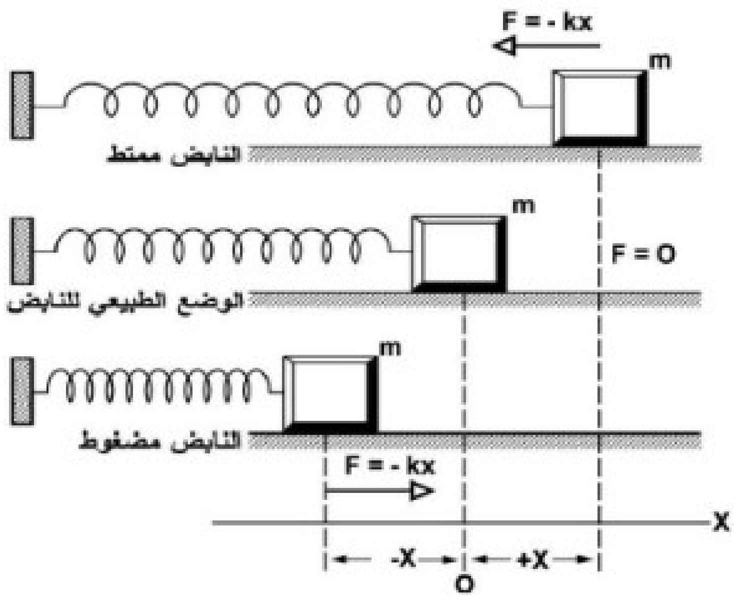
3- إن اتجاه تعجيل الجسم يكون دائما متجها نحو التوازن .

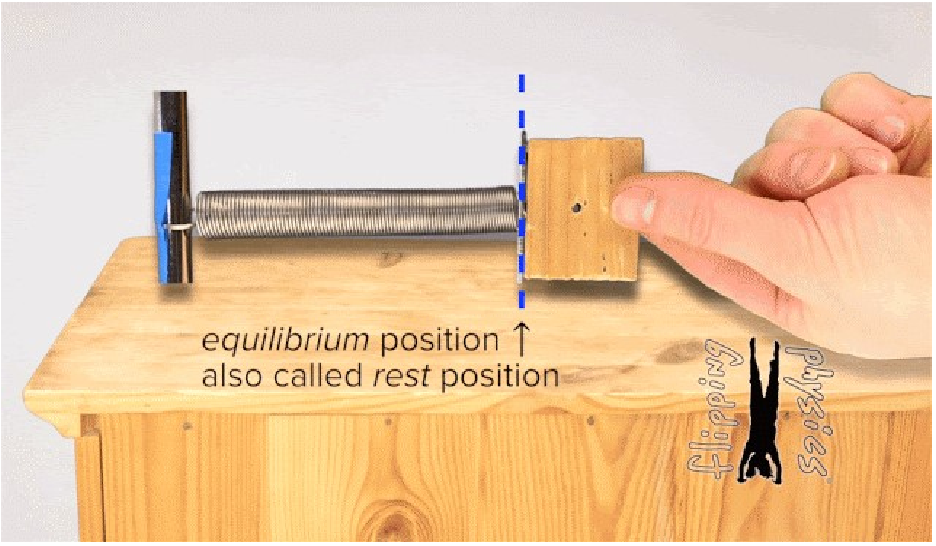



SHM Oscillating Spring
without damping
+ A
time
-A
Rest & Starting point

معادلة الحركة الخطية التوافقية البسيطة

إذا كان لدينا جسم كتلته m يتحرك علي سطح أفقي أملس بسبب تأثير نابض مربوط بالجسم كما في الشكل أدناه وقد أزيح الجسيم إزاحة آنية طفيفة مقدارها x من موضع التوازن وضمن حدود المرونة فان القوه التي تحاول إرجاع الجسم إلى موضع توازنه تدعى (قوة المعيدة)





من قانون هوك $F = -k\,x$ ....(1)

حيث k تمثل ثابت المرونة والإشارة السالبة تشير إلى إن اتجاه القوة يعاكس اتجاه زيادة الإزاحة.

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني للجسيم المتحرك والذي ينص على (محصلة القوى المؤثرة في الجسيم ΣF يساوي حاصل ضرب حاصل ضرب كتلته m في التعجيل a)

$$\Sigma F = ma \;......(2)$$

وبما إن محصلة القوى المؤثرة في الجسيم المهتز هي

$$\Sigma F = -kx$$

من المعادلة (2) نحصل على

$$\Sigma F = m\frac{d^2x}{dt^2} \;.........(3)$$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\,x \quad ......(4)$$

وإذا فرضنا إن $w_\circ^2 = \frac{k}{m}$ حيث إن $w_\circ$ هي مقدار ثابت تمثل فيزياويا التردد الزاوي للمهتز وبالتالي

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -w_\circ^2\,x \;.....(5)$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تدعى بمعادلة الحركة التوافقية البسيطة.

حل معادلة الحركة التوافقية البسيطة

لحل معادلة الحركة التوافقية البسيطة يجب إن نفرض معادلة مشابهة لمعادلة الحركة التوافقية البسيطة إذا علمنا الشروط الابتدائية للحركة عند بدء الحركة t=0 و x=0 أي يبدأ الجسم بالحركة من موضع التوازن.

$$X = A \sin \alpha t \dots\dots\dots\dots(6)$$

حيث A, a يمثل ثوابت اختيارية

$$\frac{dx}{dt} = A\alpha \cos \alpha t \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = A\text{-}\alpha^2 \sin at$$

وبالتعويض عن x وعن $\frac{d^2x}{dt^2}$ في المعادلة (5) ينتج

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -w_\circ^2 \ x \dots\dots(5)$$

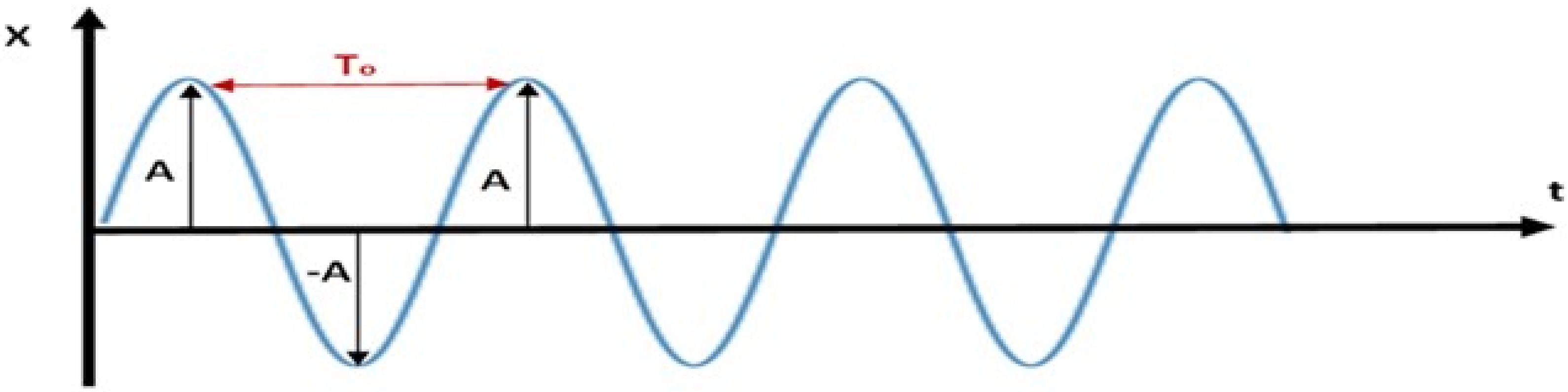
$$A\text{-}\alpha^2 \sin \alpha t = -w_\circ^2 A \sin \alpha t$$

وبتساوي الطرفين يكون $\alpha = w_\circ$ وتكون المعادلة (6) كالآتي:

$$X = A \sin w_\circ t \dots\dots\dots(7)$$

وتمثل الحل الخاص لمعادلة الحركة التوافقية بتطبيق الشروط الابتدائية إن هذا الحل يشير إلى إن

الحركة الخطية التوافقية هي جيبيه يمكن تمثيلها بالمنحني الجيبي .



حيث إن x تمثل الإزاحة الخطية للجسيم من موضع التوازن في الزمن t

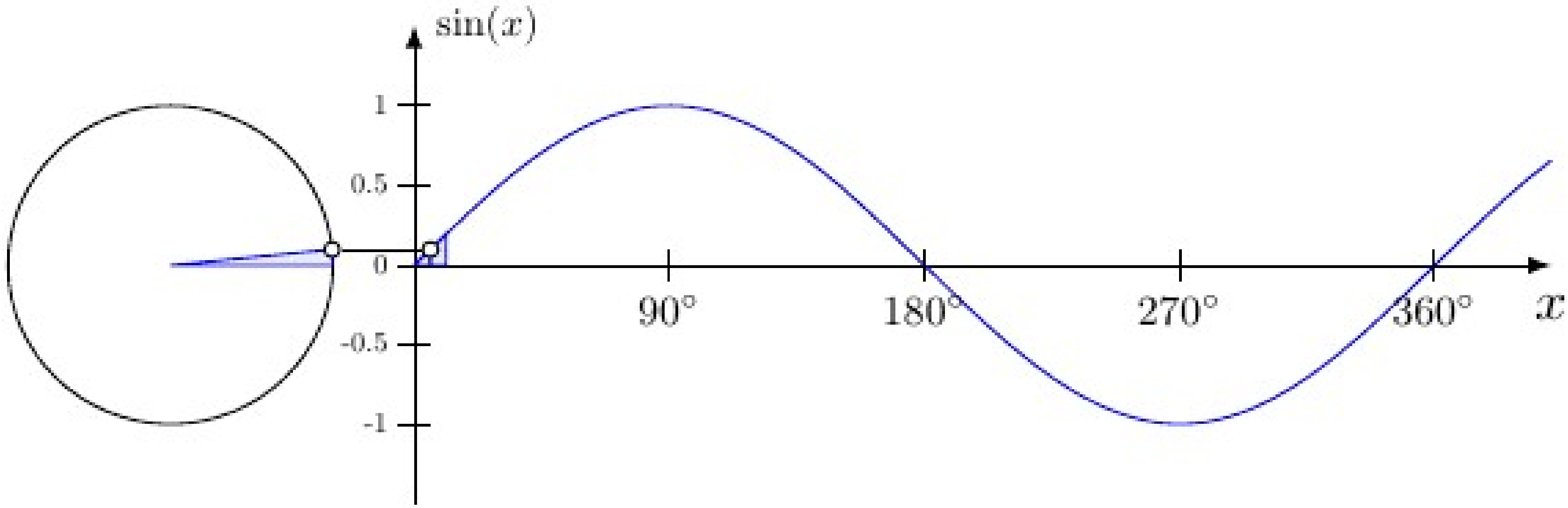
A تمثل سعة الاهتزاز ، $w_{\circ}$ يمثل التردد الزاوي للمهتز ويساوي $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$T_{\circ}$ يمثل الزمن الدوري للحركة الخطية التوافقية البسيطة ويساوي $T_{\circ} = \frac{1}{f_{\circ}}$

$f_{\circ}$ يمثل تردد الحركة الخطية التوافقية البسيطة

الزمن الدوري هو الزمن اللازم لإكمال دورة واحدة من X=A إلى X= -A ثم بعد ذلك إلى X=A مرة أخرى.

والحل أعلاه يحتوي على ثابت اختياري واحد لذلك يمثل حل خاص وليس حلا كاملا لمعادلة تفاضلية من الرتبة الثانية حيث من المعلوم إن الحل العام لمثل هذا النوع من المعادلات يجب أن يتضمن ثابتين



sin(x)
1
0.5
0
-0.5
-1
90°
180°
270°
360°
x

اختياريين، لذلك هناك حل آخر للمعادلة التفاضلية للمركبة الخطية التوافقية هو

$$X = B\cos b\,t \ldots\ldots.(8)$$

بأخذ المشتقة الأولى والثانية للمعادلة (8) نحصل على

$$\frac{dx}{dt} = -bB\sin bt \ldots\ldots\ldots(9)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -b^2\,B\cos bt \ldots\ldots\ldots..(10)$$

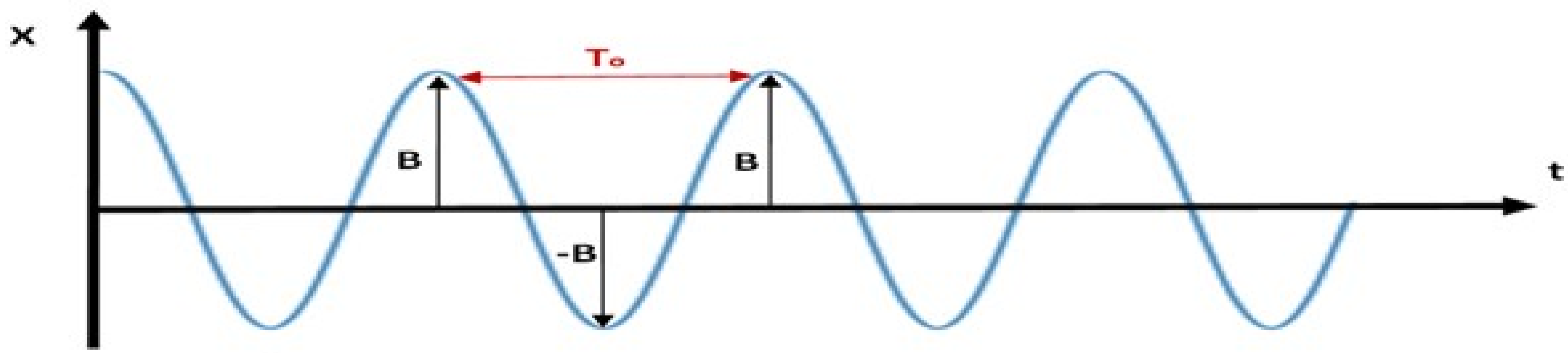
وبتعويض المعادلتين(8,10) في معادلة (5) نحصل على

$$-b^2\,B\cos b\,t = -w_\circ^{\,2}\,B\cos b\,t$$

$$w_\circ = b$$

$$\Rightarrow \boxed{X = B\cos w_\circ t\ldots\ldots.(11)}$$

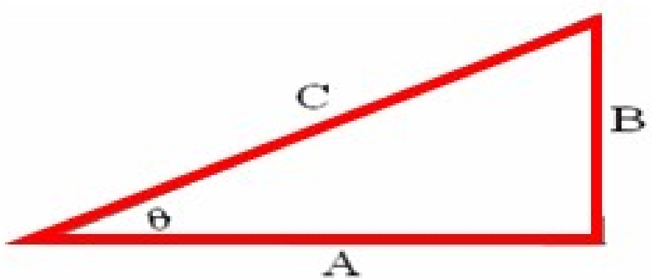
إن هذا الحل يمثل حلا خاصا لان يحتوي على ثابت اختياري واحد ويمكن تمثيله بمنحني الجيب تمام



ولما كانت المعادلتين (7,11) مستقلتين عن بعضهما البعض وكل منهما يمثل حلا خاصا يختلف عن الآخر لذلك يمكن اعتبار مجموع هذين المعادلتين حلا آخر للمعادلة (5) وبذلك يصبح

$$X(t) = A\sin w_{\circ} t + B\cos w_{\circ} t \ldots\ldots(12)$$

إن هذا الحل يحتوي على ثابتين A,B لذلك يمكن اعتباره حلا عاما وكاملا للمعادلة التفاضلية للحركة الخطية التوافقية البسيطة، ويمكن تبسيط هذا الحل بفرض إن A,B يمثلان طول ضلعين مثلثين قائمين في مثلث قائم الزاوية طول وتره C كما في الشكل أدناه



حيث إن $C^2 = A^2 + B^2$

وبضرب الطرف الأيمن من المعادلة(12) والقسمة على C نحصل على

$$X(t) = C\left[\frac{A}{C}\sin w_\circ t + \frac{B}{C}\cos w_\circ t\right]$$

من المثلثات لدينا

$$\sin\theta = \frac{B}{C} \quad , \quad \cos\theta = \frac{A}{C} \quad , \quad \tan\theta = \frac{B}{A}$$

نعوض هذه العلاقات في المعادلة نحصل على

$$X(t) = C\,[\cos\theta \sin w_\circ t + \sin\theta \cos w_\circ t]$$

$$\boxed{X(t) = C\sin(w_\circ t + \theta)}$$

متطابقات المجموع

❶ $\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$

❷ $\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$

❸ $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A\tan B}$

هذه المعادلة تمثل حلا عام لمعادلة التفاضلية من الرتبة الثانية لأنها تتضمن ثابتين اختياريين هما .C,θ

X : تمثل الإزاحة الخطية الآنية من موضع التوازن في الزمن t

C: تمثل سعة الاهتزاز وهي أقصى قيمة للإزاحة من موضع التوازن

تمثل التردد الزاوي $w_\circ = \sqrt{\frac{k}{m}}$

θ: تمثل الطور الابتدائي لحركة الجسيم ، أي تحدد موضع الجسم عندما t=0 حيث

وحدة الطور هي زاوية نصف قطرية $\theta = \frac{2\pi x}{\lambda}$

تدل الزاوية (wt+θ) على الطور الآني أو الطور الذي يحدد حالة الجسم المهتز في أي لحظة .

لو عوضنا عن θ و W بما يساويها فان:

$$X(t) = C\sin(2\pi f\ t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$X(t) = C\sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

فإذا كان K (ثابت الانتشار او العدد الموجي) = $\frac{2\pi}{\lambda}$ ، وعليه

معادلة الإزاحة

$$X(t) = C\sin(\ wt - \mathrm{kx})$$

كما إن

$$\frac{d2_x}{dt^2} = -w^2 C\sin\ (wt - kx)$$

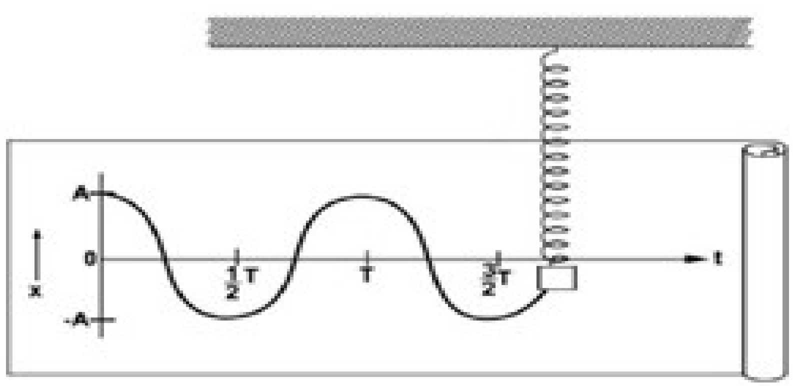
وتوضح معادلة التعجيل إن القوة المؤثرة على جسم ستؤدي إلى إزاحته في اتجاه معاكس وهذا يؤكد إن الجسم سيقوم بحركة اهتزازية بسيطة زمنها الدوري هو :

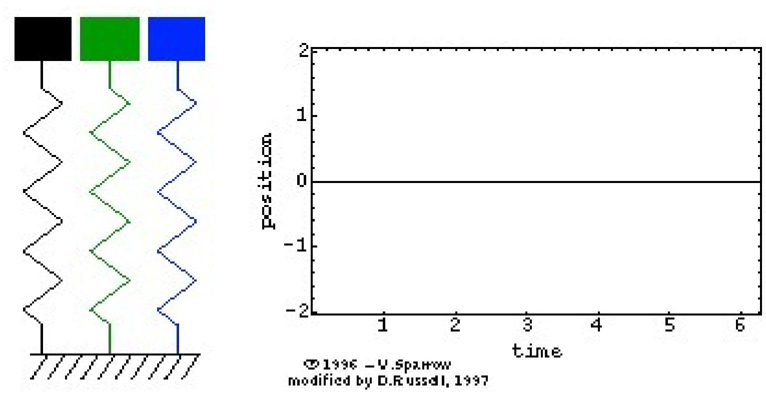
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

وترددها ،

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

إن نموذج أو منظومة" الكتلة – النابض " تطبق عمليا بكثرة في صناعة بعض (الراسمات والمسجلات التشابهية) ومخططات القلب والدماغ، وكذلك في تسجيل اهتزازات القشرة الأرضية وبعض بيانات الأرصاد الجوية حيث يربط فيلم يقوم برسم الإشارة المسجلة كما موضح في الشكل التالي:





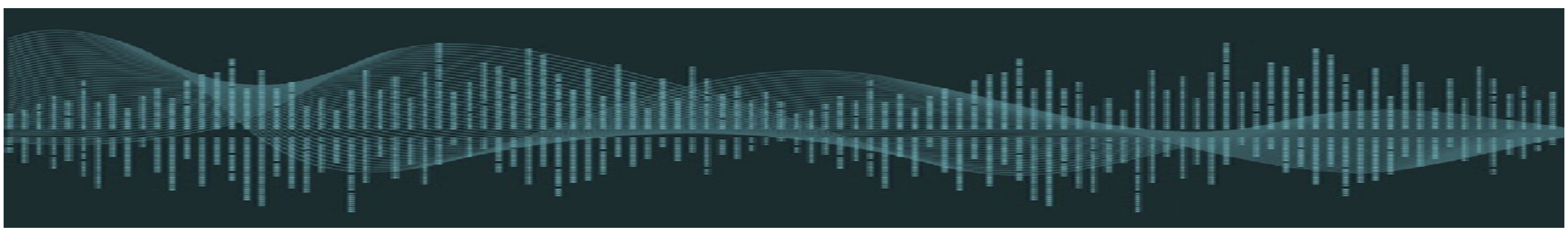
شكرا جزيلا على حسن الاستماع

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

المحاضرة الرابعة

المهتز التوافقي البسيط

Simple harmonic oscillator



المرحلة:الثانية

المادة: فيزياء الصوت والحركة الموجية

مدرس المادة: د.محسن وليد محمد

السرعة الآنية والتعجيل الآني للمهتز التوافقي البسيط

وجدنا إن الإزاحة الآنية للمهتز التوافقي البسيط هي

$$X = C \sin (w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 1$$

يمكن إيجاد السرعة الآنية من اشتقاق الإزاحة الآنية بالنسبة للزمن

$$V = \frac{dx}{dt} = C\, w_\circ \cos (w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 2$$

سعة السرعة هي أقصى قيمة لسرعة المهتز ويرمز لها $v_\circ = c\, w_\circ$

$$V = V_\circ \cos (w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 3$$

من المعادلة 1 نجد :

$$\frac{x}{c} = \sin (w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 4$$

ومن المعادلة 2 نجد :

$$\frac{v}{c w_\circ} = \cos (w_\circ t + \theta) \text{ ------------- } 5$$

سوف نحصل على :5 و4بتربيع طرفي المعادلتين

$$\frac{x}{c} = \sin(w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 4$$

حيث إن :

$$\frac{v}{cw_\circ} = \cos(w_\circ t + \theta) \text{ ------------- } 5$$

$$\left(\frac{x}{c}\right)^2 + \left(\frac{v}{cw_\circ}\right)^2 = 1 \text{ ---------} 6$$

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$[\sin(w_\circ t + \theta)]^2 + [\cos(w_\circ t + \theta)]^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad V = W_\circ \sqrt{C^2 - X^2}$$

يلاحظ من المعادلة أعلاه بان السرعة الآنية للجسيم المهتز تصبح صفرا عندما يصل أقصى إزاحة من موضع التوازن أي عندما تكون $X=C$ وتكون السرعة في ذروتها عندما يمر الجسيم في نقطة توازنه أي عندما تكون $X=0$.

ويمكن الحصول على التعجيل الآني للجسيم المهتز بأخذ المشتقة الثانية للإزاحة بالنسبة للزمن

$$X = C \sin (w_{\circ}t + \theta) \text{ --------- } 1$$

$$A = \frac{d2_x}{dt^2} = - cw_{\circ}^{2} \sin(w_{\circ}t + \theta)$$

حيث إن $cw_{\circ}^{2}$ يمثل سعة التعجيل أي أقصى قيمة للتعجيل ويرمز له $a_{\circ}$ فتصبح المعادلة

$$a = - a_{\circ} \sin (w_{\circ}t + \theta)$$

إن هذه المعادلة هي نفس معادلة الحركة التوافقية البسيطة فإذا عوضنا بدل $a_{\circ}$ بالمقدار $cw_{\circ}^{2}$، وبدل $C \sin (w_{\circ}t + \theta)$ بالمقدار x ينتج

$$\mathbf{a = - w_{\circ}^{2} X}$$

أي إن التعجيل يساوي صفر عندما يمر الجسم في موضع التوازن ويكون في ذروته عندما يكون الجسم في أقصى إزاحة له.

طاقة المهتز التوافقي البسيط

عندما يهتز الجسيم فان كلا من الطاقة الحركية والكامنة تتغيران باستمرار ماعدا في نقطتين يختفي احد الشكلين ليتحول كليا إلى الشكل الآخر . ففي أقصى إزاحة للجسيم من موضع التوازن حيث يتوقف الجسيم لحظيا عن الحركة لتتحول الطاقة كليا إلى طاقة كامنة وفي لحظة مرور الجسيم في نقطة التوازن تتحول الطاقة كليا إلى طاقه حركية .

KE : الطاقة الحركية الآنية التي تكتسبها كتلة الجسيم المهتز بفضل سرعته

PE : الطاقة الكامنة الآنية التي يختزنها النابض الحلزوني

تعطى الطاقة الحركية كما يلي علما إن m كتلة الجسيم ، v السرعة الآنية في الزمن t

$$V = \frac{dx}{dt} = C\,w_{\circ} \cos(w_{\circ}t + \theta) \text{ --------- } 2$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \therefore w^2 = \frac{k}{m} \quad , \quad k = w^2 m$$

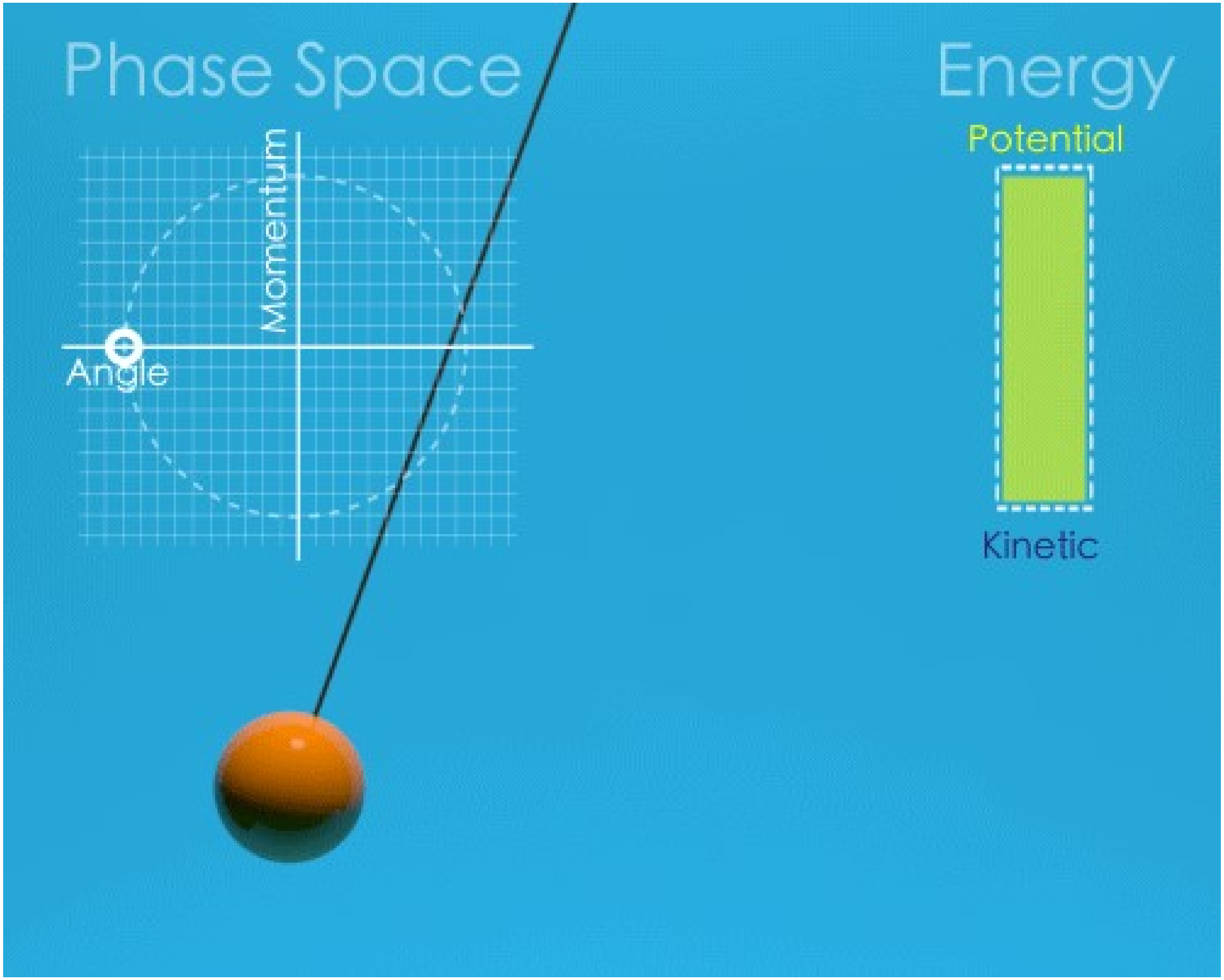
$$KE = \frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{2}\,m\omega^2 C^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

نفرض ان اقصى قيمة لسعة الاهتزاز A

حيث ان الرمز A بالرمز C حيث نعوض عن

يمثل سعة الاهتزاز وهي اكبر إزاحة عن C

$$KE = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$


Phase Space
Momentum
Angle
Energy
Potential
Kinetic

$$X = C\sin(w_\circ t + \theta) \text{ --------- } 1$$

أما الطاقة الكامنة فهي على النحو الآتي:

$$PE = \Delta U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

وعليه تكون الطاقة الكلية E كما يلي:

$$E = KE + PE$$

$$E = KE + \Delta U = \frac{1}{2}kA^2[\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)]$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

وهذا يعني إن الطاقة الكلية الميكانيكية تساوي الطاقة الكامنة القصوى المختزنة في النابض (عند استطالة النابض تكون PE أعظم ما يمكن).

عندما $x = \pm A$ فان $E = PE$, $k = 0$, $v = 0$

أما عندما تكون $x = 0$ ، فان $PE = 0$ ، وبالتالي تكون $E = KE$

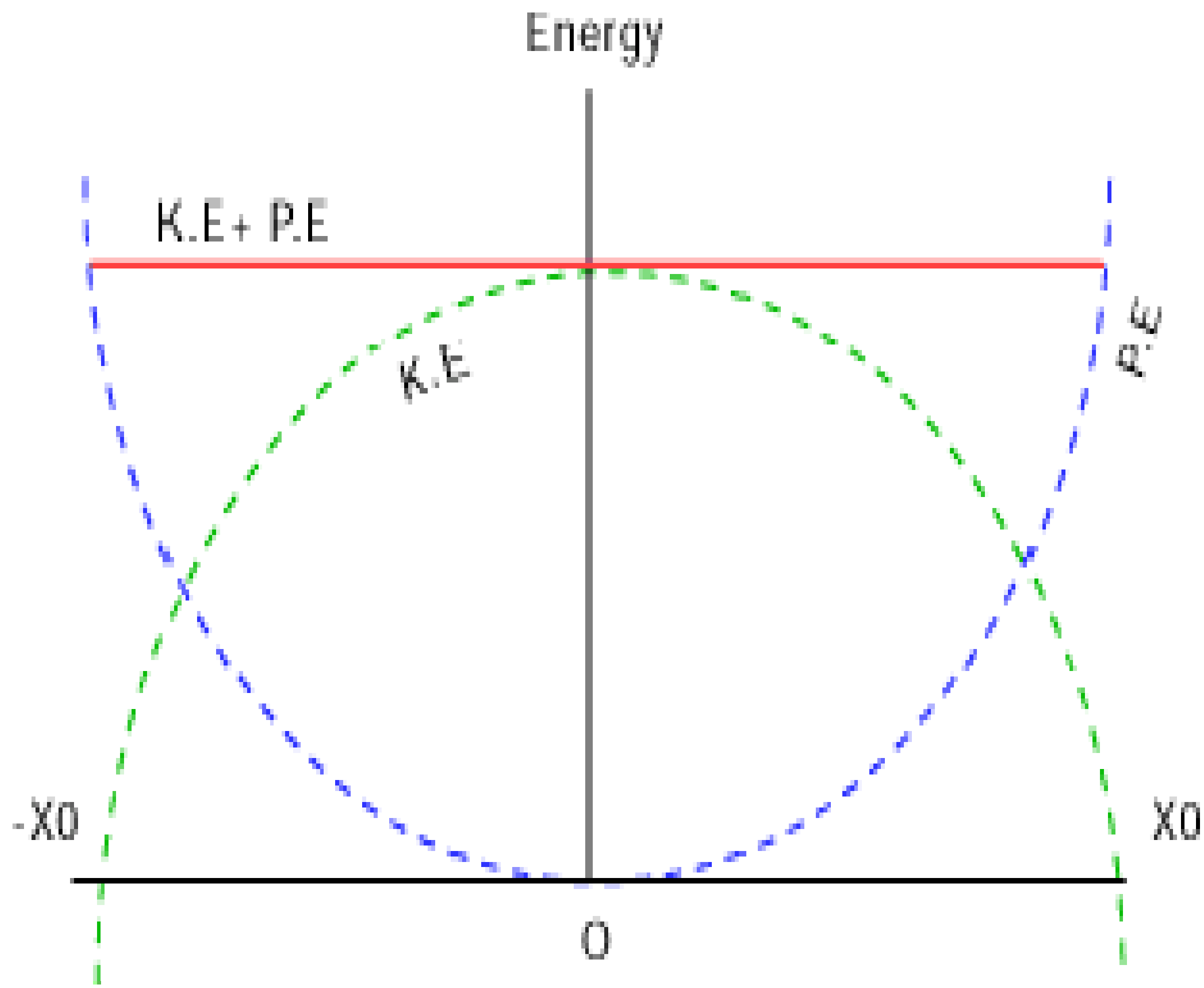
أي أن

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

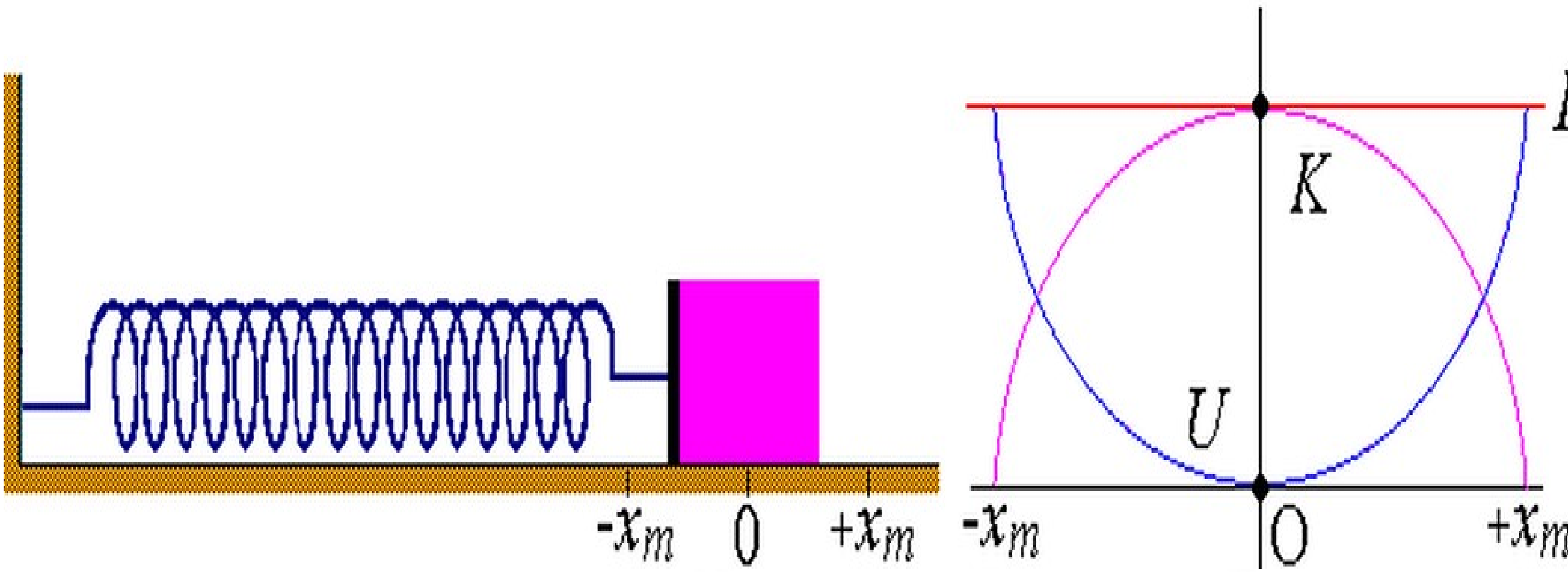
$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$

أي أن :

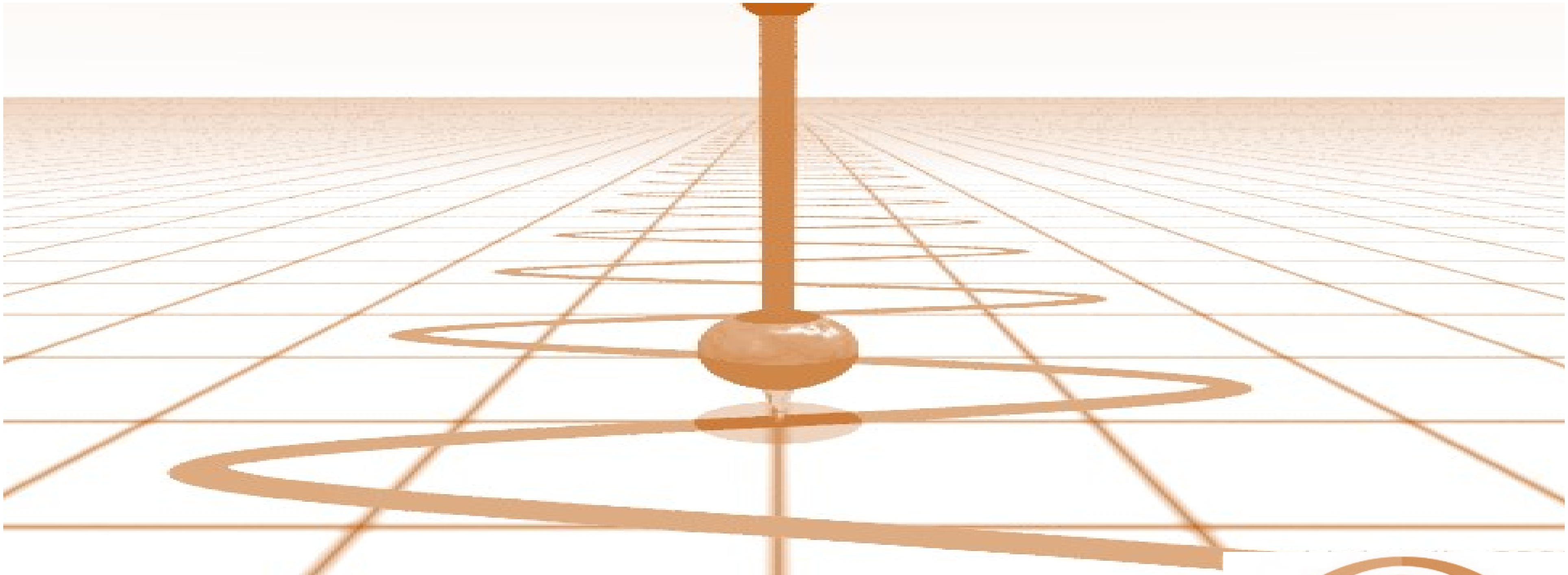
$$v = \pm\sqrt{\omega^2 (A^2 - x^2)}$$



يوضح الشكل التالي تغيرات الطاقة الكامنة مع الطاقة الحركية وهي تغيرات تبادلية بين شكلي الطاقة كما هو متوقع وفق قانون حفظ الطاقة.



طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الزمن لمتذبذب توافقي بسيط



كلية التربية
قسم الفيزياء
الشمس والقمر بحسبان
1975

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

المحاضرة الخامسة

تطبيقات على الحركة التوافقية البسيطة

Applications of simple harmonic motion

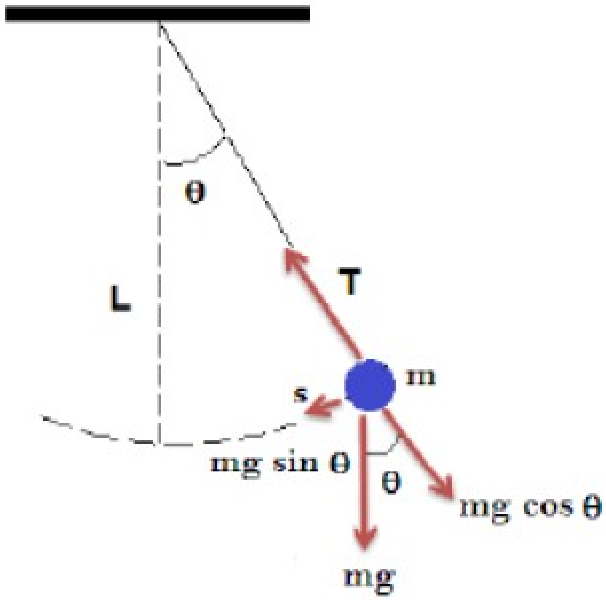
المرحلة:الثانية

المادة: فيزياء الصوت والحركة الموجية

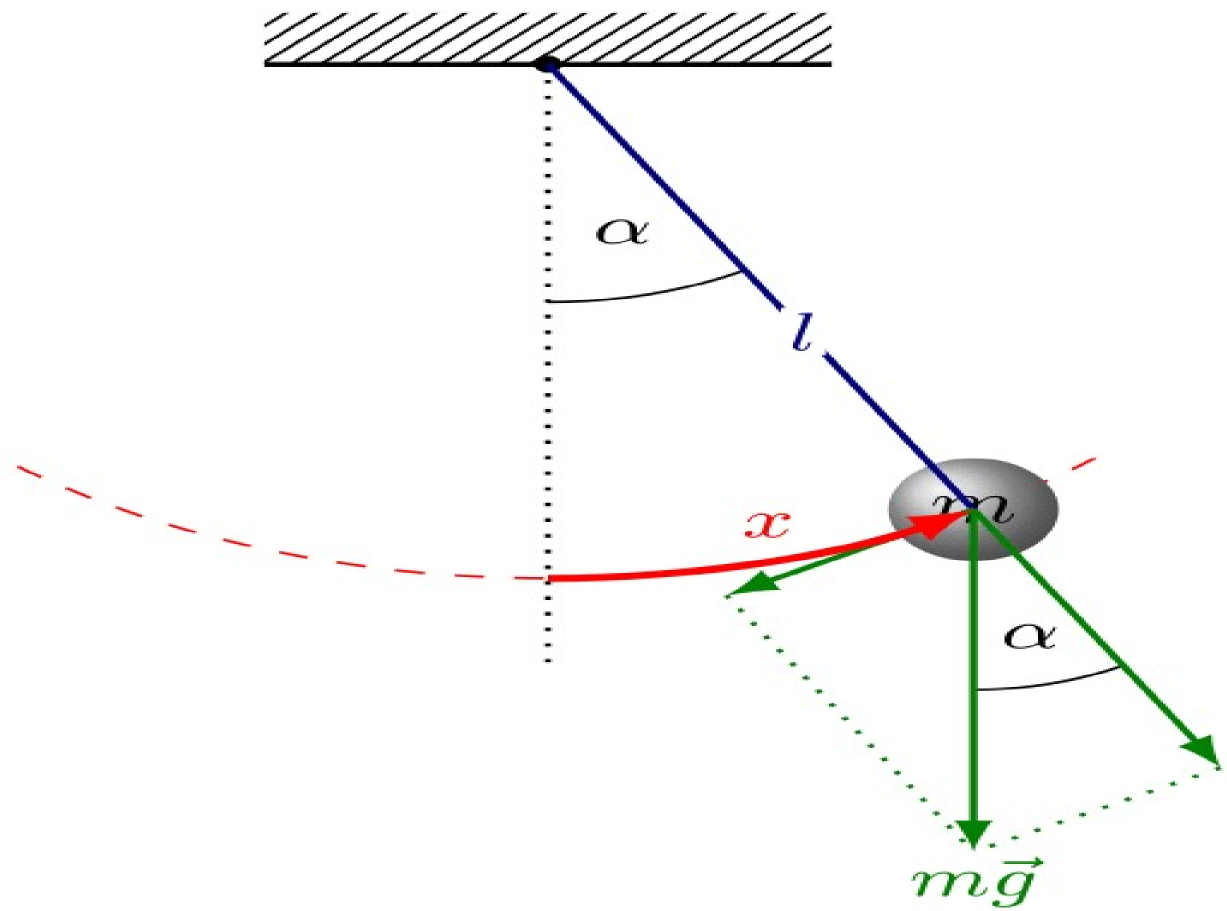
مدرس المادة: د.محسن وليد محمد

1- البندول البسيط

$$F_t = -mg\sin\theta = m\frac{d^2x}{dt^2}$$



ان القوة القوه الموثره على الجسم المعلق هي قوة الشد T التي تتولد في الخيط وقوةالجاذبيه الأرضية mg. تؤثر المركبه المماسيه $mgsin\theta$ دائما في الاتجاه الذي يجعل الزاوية $\theta = 0$،



α
l
m
x
α
mg⃗

وفي عكس الإزاحة التي تحدث للجسم بالنسبة لموضع الاتزان. لهذا فان المركبه المماسيه تعتبر هي القوة الاسترجاعيه *restoring force*، ويمكننا هنا أن نطبق قانون نيوتن الثاني على الحركه في الاتجاه المماسي

$$Ft = ma \quad \rightarrow \quad -mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

حيث ان s هي موضع الجسم مقاسا بطول القوس والإشارة السالبة تشير الى أن القوه المماسيه تشير الى نحو نقطة الاتزان. وحيث ان $s = \theta L$ وحيث أن L ثابتة فان المعادله السابقة تصبح على النحو التالي:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

، وعليه فان هذا $sin\theta\approx\theta$ إذا افترضنا إن الزاوية θ صغيره فمن الممكن أن نستفيد من التقريب التقريب سوف يجعل المعادلة على النحو التالي:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$

الآن اصبح لدينا معادلة حركة توافقية بسيطة ومنها نستنتج ان حركة البندول بإزاحات صغيره هي حركة توافقية بسيطة. وعليه يمكن أن نكتب دالة الزاوية $\theta = \theta_{max}\cos(wt + \alpha)$ حيث θ_{max}هي اكبر موضع زاوي للبندول والتردد الزاوي w يعطى على النحو التالي:

$$w = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

اما الزمن الدوري فيعطى على النحو التالي:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

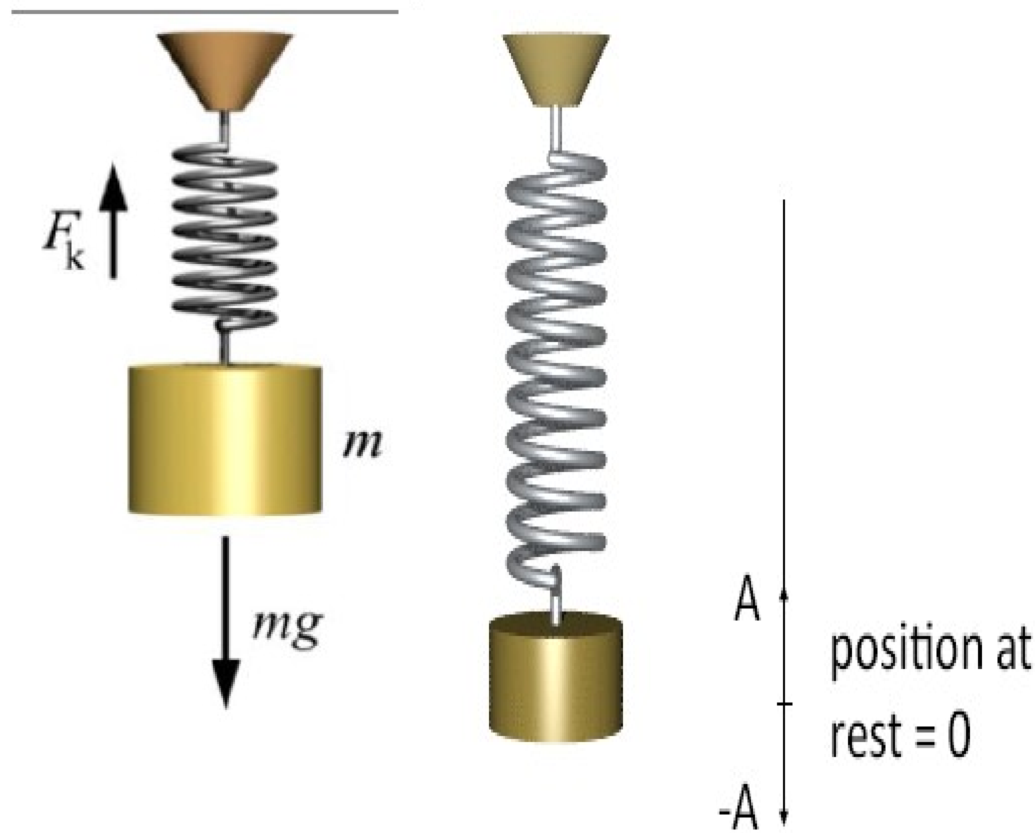
ومن هنا نستنتج ان الزمن الدوري والتردد للبندول البسيط يعتمدان على طول الخيط وعلى عجلة الجاذبيه الارضية. بما ان الزمن الدوري لا يعتمد على كتلة الجسم المعلق في البندول، نستنتج ان كل بندول بسيط له نفس الطول له نفس الزمن الدوري بالطبع اذا كانوا على الكرة الارضية تحت تاثير عجلة الجاذبيه الارضية.

ملاحظة :يمكن ان يستخدم البندول البسيط في تحديد الوقت لان زمنه الدوري يعتمد فقط على طول البندول وعلى عجلة الجاذبية الأرضية، كما يمكن ان يستخدم كأداة لقياس عجلة الجاذبية الأرضية، وهذه القياسات مهمة جداً لرصد التغيرات في عجلة الجاذبية الأرضية في مناطق مختلفة على سطح الكرة الأرضية وربما تساعد هذه القياسات في التنقيب عن النفط في بعض الأحيان.

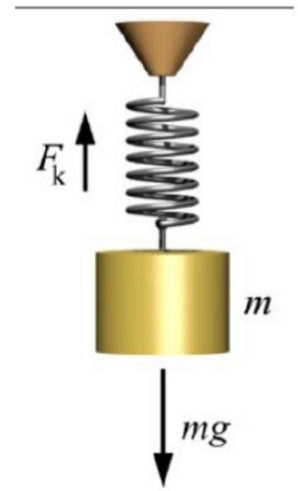
2- النابض الحلزوني

إذا ثبت جسم كتلته m بنابض فانه يتدلى متوازنا مع النابض الذي يكون قد تمدد بمقدار Δl بحيث يكون القوة متجهة نحو الأعلى والتي لا تؤثر على النابض مساوية لثقل الجسم mg حيث k ثابت النابض

$$k\,\Delta L = mg$$



لنفرض أن الجسم سحب نحو الأسفل مسافة y من وضع التوازن الذي كان عليه ثم ترك ليتذبذب فان محصلة القوة F المؤثرة على الجسم حسب قانون نيوتن الثاني هي :



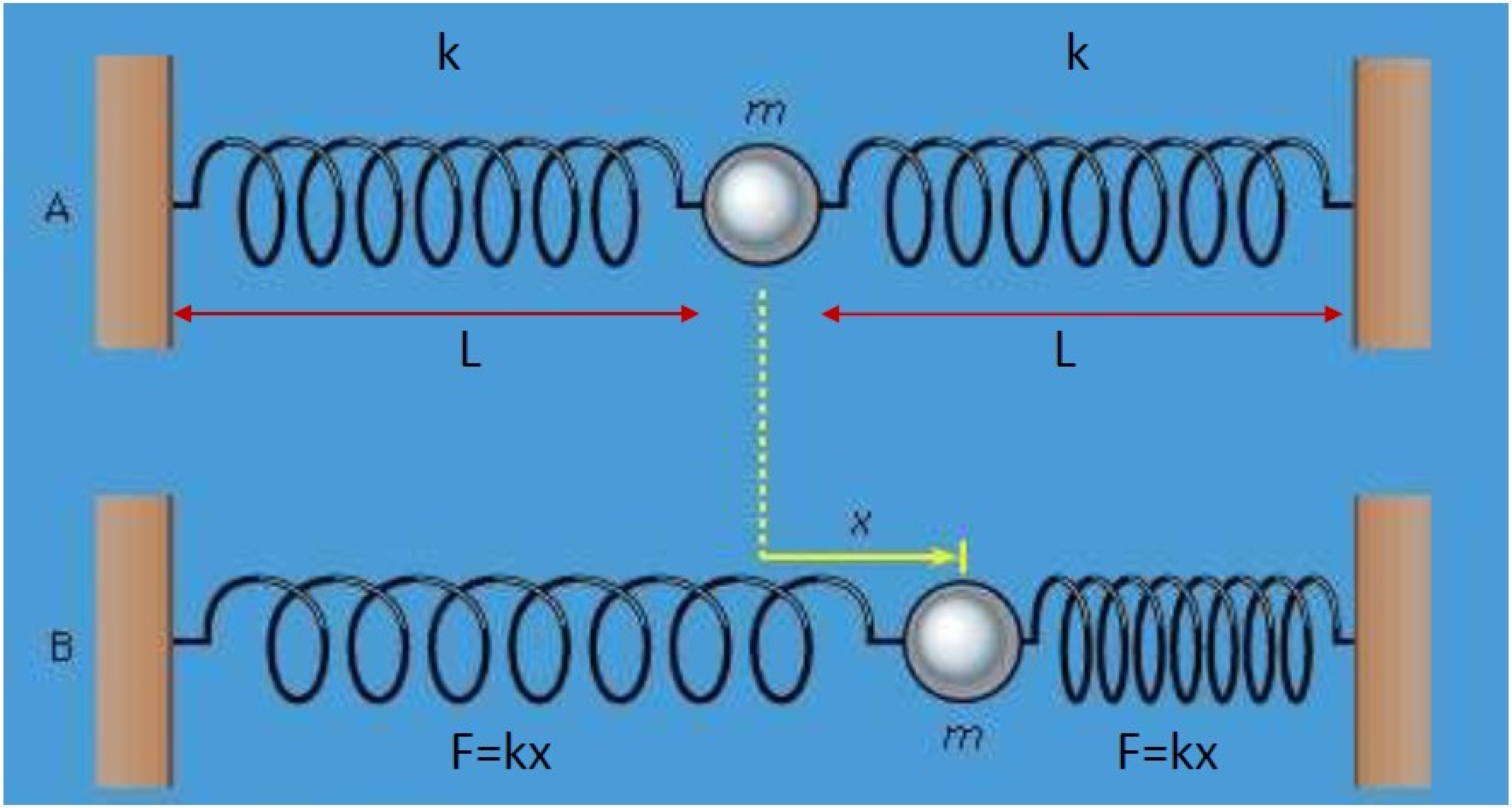
$$F = ma = m\ddot{y} = mg = k\Delta L = ky$$

$F = -ky \qquad , m\ddot{y} + ky = 0$ بتطبيق نيوتن الثاني

$$\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0 \qquad \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}y = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w_\circ{}^2 y = 0$$

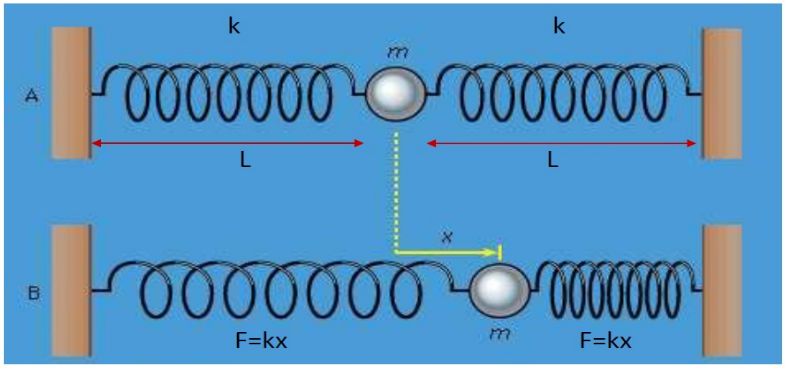
وهذه هي معادلة الحركة التوافقية البسيطة



1- نابضين حلزونيين متماثلين تماما لهما نفس الطول L ونفس الثابت k

2- يكون الجسيم موضوعا على سطح أفقي أملس (عدم الاحتكاك)

3- طرفي النابضين الأخريين مثبتين



$$\sum F = -2kx$$

$$ma = -2kx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -2kx \qquad \therefore \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{2k}{m}x$$

تمثل العلاقة الأخيرة معادلة الحركة التوافقية البسيطة لجسيم يتحرك طوليا باتجاه النابضين بتردد زاوي $w_\circ$ حيث :

$$w_\circ = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$ التردد الزاوي $$, f = \frac{w}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}$$ التردد الطبيعي , $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

شكرا جزيلا لإصغائكم