جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

Fundamentals of electromagnetic theory

أساسيات النظرية الكهرومغناطيسية

المرحلة الرابعة

مدرس المادة
أ.م.د. مصعب صالح محمد

المصادر

1- اساسيات النظرية الكهرومغناطيسية/ تأليف :ريتز ميلفورد/ ترجمة يحيى عبد الحميد الحاج علي و الدكتور رحمن رستم عبدالله/ مطبع جامعة الموصل/ 1983

2-ELEMENTS OF ELECTROMAGNETICS, "MATTHEW N. O. SADIKU" New York • OXFORD UNIVERSITY PRESS, SEVENTH EDITION,2018.

3-VECTOR ANALYSIS, Schaum s Outline of THEORY and PROBLEMS, by McGraw-Hill, Inc.1960.

4-Electromagnetics Schaum s Outline of THEORY and PROBLEMS, by McGraw-Hill, In , 1993.

الفصل الأول
تحليل المتجهات
Vector Analysis

فى هذا الفصل:

- ✔ اصطلاحات المتجهات
- ✔ جبر المتجهات
- ✔ نظم الإحداثيات
- ✔ العناصر التفاضلية للحجم والسطح والخط
- ✔ مسائل محلولة

اصطلاحات المتجهات Vector Notation

للتفرقة بين المتجهات (التى لها مقدار واتجاه) والمقياسيات (التى لها مقدار فقط) فإن المتجهات تكتب بالخط الأسود الثقيل. متجه الوحدة له مقدار (أى طول) يساوى الوحدة وليس له وحدات لأنه يمثل الاتجاه فقط. متجه الوحدة سوف يرمز له بحرف صغير بالخط الأسود الثقيل مثل **a**. متجهات الوحدة فى اتجاه المحور x، y، z فى نظام المحاور الكرتيزية هى $\mathbf{a}_x$، $\mathbf{a}_y$، $\mathbf{a}_z$.

المتجه **A** يمكن كتابته بدلالة مركباته كما يلى

$$\mathbf{A} = A_x\,\mathbf{a}_x + A_y\,\mathbf{a}_y + A_z\,\mathbf{a}_z$$

بدلالة المركبات فإن القيمة المطلقة للمتجه **A** تعرف كالآتى

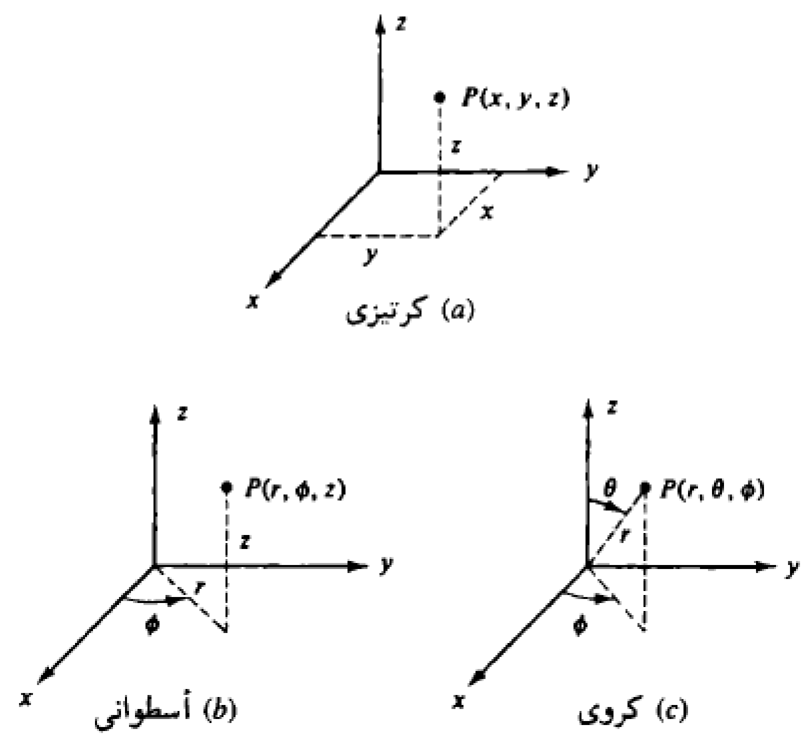
$$|\mathbf{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

ومتجه الوحدة فى اتجاه **A** يعطى كالآتى

$$\mathbf{a}_A = \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} = \frac{\mathbf{A}}{A}$$

نظم الإحداثيات Coordinate Systems

يمكن التعبير وحل المسائل التى بها تماثل أسطوانى أو تماثل كـروى عـن طريق استخدام النظام الكرتيزى المـألوف. ولكـن فـى هـذه الحالـة يصعـب الاستفادة من المتماثل ويكون الحل معقداً بدون داع. على سبيل المثال فى مسائل الخطوط نستخدم الإحداثيات الأسطوانية وفى مسائل الهوائيات يكون الحل باستخدام الإحداثيات الكروية.



شكل 1-2 تعريف المتغيرات فى نظم الإحداثيات الثلاثة

الفصل الثانى
المجال الكهربى الساكن
Static Electric Fields

فى هذا الفصل:

- ✔ قوى كولوم وشدة المجال الكهربى
- ✔ الفيض الكهربى وقانون جاوس
- ✔ الشغل والطاقة والجهد
- ✔ التيار والمواصلات
- ✔ السعة
- ✔ مسائل محلولة

قوى كولوم وشدة المجال الكهربى
Coulomb Forces and Electric Field Intensity

قانون كولوم تم استنتاجه من شغل الأجسام الصغيرة المشحونة والتواء ميزان رقيق. ويصف القوة المبذولة بين شحنتين كهربائيتين. ويمكن التعبير عن هذا القانون باستخدام المتجهات كما يلى

$$\mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon d^2}\mathbf{a}$$

مثال 2.2 أوجد $\mathbf{E}$ عند $(0, 3, 4)$ m بنظام كرتيزى نتيجة لنقطة مشحونة $Q = 0.5\ \mu C$ على نقطة الأصل.

Example 2.2 Find **E** at (0,3,4) m in Cartesian coordinates due to a point charge $Q = 0.5\ \mu C$ at the origin.

الحل: فى هذه الحالة

$$\mathbf{R} = (0-0)\mathbf{a}_x + (3-0)\mathbf{a}_y + (4-0)\mathbf{a}_z = 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\mathbf{a}_R = \frac{3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z}{5} = 0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z$$

باستخدام (3) تكون شدة المجال الكهربى

$$\mathbf{E} = \frac{0.5 \times 10^{-6}}{4\pi(10^{-9}/36\pi)5^2}(0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z)$$

وعلى ذلك فإن $|\mathbf{E}| = 180$ V/m فى اتجاه $0.6\mathbf{a}_y + 0.8\mathbf{a}_z$.

عندما تكون الشحنة موزعة باستمرار خلال حجم معين أو على سطح أو خط فإن كل عنصر شحنة يضيف مجال عند النقطة الخارجية. للكثافة الحجمية للشحنة P (C/m^3) يكون عنصر الشحنة $dQ = \rho\, dv$ ويكون المجال التفاضلى عند النقطة P (شكل 4-2)

$$d\mathbf{E} = \frac{\rho\, dv}{4\pi\epsilon_0 R^2}\mathbf{a}_R$$

المجال الكلى عند نقطة الرصد P يمكن الحصول عليه عن طريق التكامل الحجمى v

$$\mathbf{E} = \int_v \frac{\rho\, \mathbf{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2} dv \qquad (4)$$

الفصل الثالث
المجال المغناطيسى الساكن (الثابت)
Static Magnetic Fields

فى هذا الفصل:

- ✔ **قانون بيو ـ سافار**
- ✔ **قانون أمبير**
- ✔ **كثافة المجال المغناطيسى وقانون جاوس**
- ✔ **المحاثة (أو معامل الحث)**
- ✔ **مسائل محلولة**

يتولد المجال المغناطيسى الساكن إما من تيار ثابت أو من مغناطيس دائم. هذا الفصل سوف يتناول المجالات من تيار ثابت.

قانون أمبير Ampere's Law

التكامل الخطى لمركبة شدة المجال المماسية حول مسار مغلق يساوى التيار داخل هذا المسار:

$$\oint \mathbf{H} \bullet d\mathbf{l} = I_{enc} \qquad (2)$$

هذه هى صورة قانون أمبير التكاملية.

للوهلة الأولى يمكن أن يظن المرء أن هذا القانون يستخدم لتعين I عن طريق التكامل. ولكن بدلاً من ذلك فإن التيار يكون فى العادة معلومًا والقانون يوضح طريقة إيجاد **H**. يماثل هذا استخدام قانون جاوس لإيجاد **D** عند معرفة توزيع الشحنة.

عند استخدام قانون أمبير لتعيين **H** فإنه لا بد أن تكون هناك درجة معقولة من التماثل فى المسألة. شرطان يجب توافرهما:

1. عند كل نقطة للمسار المغلق تكون **H** إما مماسية أو عمودية على المسار.
2. تأخذ **H** قيمة ثابتة على نقط المسار حيث تكون **H** مماسية.

يمكن استخدام قانون بيو-سافار للمساعدة على انتقاء مسار يحقق الشرطين السابقين. فى معظم الحالات يكون المسار المناسب واضحًا.

مثال 3.2 استخدم قانون أمبير لإيجاد **H** الناتجة عن فتيلة تيار I مستقيمة ولا نهائية الطول.

Example 3.2 Use Ampere's law to obtain **H** due to an infinitely long, straight current filament I.

الحل: قانون بيو-سافار يبين أن لكل نقطة على الدائرة فى شكل 2-3 تكون **H** مماسية ولها نفس القيمة. على ذلك

كثافة المجال المغناطيسى وقانون جاوس

Magnetic Flux Density and Gauss' Law

شدة المجال المغناطيسى **H** مثل **D** تعتمد فقط على (حركـة) الشحنـات ولا تعتمـد علـى الوسـط. مجـال القـوة المصـاحب لـ **H** هـو كثافـة الفيـض المغناطيسى **B** الذى يعطى كما يلى

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \qquad (7)$$

حيث $\mu = \mu_0 \mu_r$ هى إنفاذية الوسط. وحدة **B** هى تسلا (tesla)

$$1\,\mathrm{T} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \bullet m}}$$

إنفاذية الحيز الخالى μ_0 لها قيمة عددية $4\pi \times 10^{-7}$ ولها وحدات هنرى لكل متر H/m. المواد الغير مغناطيسية لها إنفاذية نسبية μ_r قريبة من الواحد أمـا المواد المغناطيسية (مثل الحديد والمواد المغناطيسية) يكـون لـها μ_r أكـبر كثيرًا من الواحد.

التدفق المغناطيسى Φ على سطح يعرف كما يلى

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \bullet d\mathbf{S} \qquad (8)$$

إشارة Φ يمكن أن تكون موجبة أو سالبة ذلك يعتمد على اختيـار العمـودى على السطح $d\mathbf{S}$. وحدة الفيض المغناطيسى هى الويـبر (weber) Wb. ترتبـط الوحدات المغناطيسية كما يلى

$$1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{Wb/m^2}, \qquad 1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{Wb/A}$$

الفصل الرابع
المجالات المتغيرة مع الزمن ومعادلات ماكسويل
Time-Varying Fields and Maxwell's Equations

فى هذا الفصل:

- ✔ **قانون فاراداى والقوة الدافعة الكهربية المستحثة**
- ✔ **قانون أمبير وتيار الإزاحة**
- ✔ **شروط الحدود**
- ✔ **معادلات ماكسويل**
- ✔ **مسائل محلولة**

فى الفصلين الثانى والثالث تم التعامل مع مجال لا يتغير مع الزمن. لمجال متغير مع الزمن المعادلات الخاصة بـ E و H يجب أن تعدل. مجموعة المعادلات التى تربط E و H المتغيران مع الزمن يقال لها معادلات ماكسويل Maxwell's Equations.

قانون أمبير وتيار الإزاحة

Ampere's Law and Displacement Current

فى حالة المجال الساكن وجد أن التفاف **H** عند نقطة ما يساوى كثافة تيار التوصيل $\mathbf{J}_c$. وقد أضيف الرمز السفلى c للتأكد من أن الشحنات المتحركة تُكَون التيار. إذا طبق التشعب على الالتفاف لأى متجه فإن المتطابقة الاتجاهية الآتية تتحقق

$$\nabla \bullet \nabla \times \mathbf{H} = 0 \tag{2}$$

ولكن لـ $\mathbf{J}_c$ لا يساوى صفرًا فى حالة المجال المتغير مع الزمن هذه المعادلة توصف عن طريق معادلة الاستمرارية

$$\nabla \bullet \mathbf{J}_c = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3}$$

معادلة الاستمرارية هى تعبير عن بقاء الشحنة. بمعنى أن معدل حركة الشحنة الخارجة من حيز يساوى المعدل الزمنى لنقص الشحنة داخل الحيز. لذلك فإن ماكسويل افترض أن

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_D \tag{4}$$

حيث $\mathbf{J}_D$ هو كثافة تيار الإزاحة. بأخذ التشعب للمعادلة (4) وباستخدام (2) و(3) يعطى

$$\nabla \bullet \mathbf{J}_c = -\nabla \bullet \mathbf{J}_D = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Boundary Conditions شروط الحدود

إذا تم إحلال الموصل بشكل 2-23 و 2-24 بعازل آخر مختلف، فـإن نفـس المناقشة التى تمت على الحدود بين موصـــل وعـازل بـالفصل الثـانى تعطـى المعادلتين الآتيتين لشروط الحدود.

1. المركبة المماسية **E** مستمرة عبر سطح التقابل للعازل. بالرموز

$$E_{t1} = E_{t2} \qquad \text{and} \qquad \frac{D_{t1}}{\varepsilon_{r1}} = \frac{D_{t2}}{\varepsilon_{r2}} \tag{9}$$

2. المركبة العمودية لـ **D** غير مستمرة بقيمة $|\rho_s|$ عبر سطح التقـــابل للعــازل. إذا اختير متجه العمودى على السطح بحيث يتجه إلى العازل 2، فإن هذا الشرط يمكن كتابته كالآتى

$$D_{n2} - D_{n1} = \rho_s \qquad \text{and} \qquad \varepsilon_{r2}E_{n2} - \varepsilon_{r1}E_{n1} = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \tag{10}$$

عمومًا فإن سطح التقابل ليس له شحنات حرة لذلك

Maxwell's Equations معادلات ماكسويل

بتجميع معادلات قانون فاراداى وقانون أمبير (مع وجود تيار الإزاحة) وقانون جاوس للمجـال الكـهربى والمغناطيسـى هـذه المعـادلات تعـرف بمعـادلات ماكسويل. فى جدول 1-4 بيان بالمعادلات العامة حيث من الممكن أن يكون هناك شحنات وتيار توصيل بالوسط. فى الفراغ الحر والمواد غـير الموصلـة (التوصيلية $\sigma = 0$)، حيث لا يوجد شحنات ($\rho = 0$) ولا يوجد تيار توصيلـى ($\mathbf{J}_c = 0$)، فإن معادلات ماكسويل تأخذ الصور الموجودة بجدول 2-4.

الصورة النقطية	الصورة التكاملية	
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$	(قانون أمبير)
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$	(قانون فاراداى، s ثابتة)
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_v \rho \, dv$	(قانون جاوس)
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$	(عدم وجود أقطاب أحادية)

جدول 1-4 معادلات ماكسويل الصورة العامة

الصورة النقطية	الصورة التكاملية
$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$
$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$	$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0$
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$

جدول 2-4 معادلات ماكسويل فى فراغ حر

الفصل الخامس
الموجات الكهرومغناطيسية
Electromagnetic Waves

فى هذا الفصل:

- ✔ **معادلات الموجة والحلول بالإحداثيات الكرتيزية**
- ✔ **الانتشار فى أوساط مختلفة**
- ✔ **شروط الحدود للسقوط العمودى**
- ✔ **السقوط المائل وقوانين سنيل**
- ✔ **مسائل محلولة**

هذا الفصل يتناول حلول لمعادلات ماكسويل لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية مثل موجة الراديو. حيث أن معظم الأوساط ذات الأهمية تكون خالية من الشحنة فسوف يفترض أن كثافة الشحنة $\rho = 0$ بالإضافة إلى ذلك سوف يفترض أن المواد خطية وموحدة الخواص، حيث أن $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$، $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$، $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$.

معادلات الموجة والحلول بالإحداثيات الكرتيزية

Wave Equations and Solutions in Rectangular Coordinates

مع الفروض السابقة ويفرض أن كل من E و H تعتمد على الزمن $e^{j\omega t}$، معادلات ماكسويل (جدول 1-4) تصبح

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} \qquad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \qquad (2)$$

$$\nabla \bullet \mathbf{E} = 0 \qquad (3)$$

$$\nabla \bullet B = 0 \qquad (4)$$

بأخذ الالتفاف لـ (1) و (2)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) = (\sigma + j\omega\varepsilon)(\nabla \times \mathbf{E})$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -j\omega\mu(\nabla \times \mathbf{H})$$

باستخدام المتطابقة الاتجاهية

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \bullet \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$$

حيث الابلاسيان (Laplacian) للمتجه F بالإحداثيات الكرتيزية هو

$$\nabla^2 \mathbf{F} = (\nabla^2 F_x)\mathbf{a}_x + (\nabla^2 F_y)\mathbf{a}_y + (\nabla^2 F_z)\mathbf{a}_z$$

أيضًا باستخدام الإحداثيات الكرتيزية

$$\nabla^2 F_i = \frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_i}{\partial z^2}$$

بالتعويض بالمتطابقة الاتجاهية فى "الالتفاف المزدوج" واستخدام (3) و (4) نحصل على المعادلات المتجهة للموجة

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{H} = \gamma^2 \mathbf{H}$$
$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\mathbf{E} = \gamma^2 \mathbf{E}$$

ثابت الانتشار γ هو الجذر التربيعى لـ γ^2. الجزء الحقيقى والتخيلى لـ γ كما يلى

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

وأن

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1\right)} \qquad (5)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1\right)} \qquad (6)$$

المعادلة المألوفة المقياسية للموجة فى بعد واحد هى

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

لها حلول على صورة $F = f(z - ut)$ و $F = g(z + ut)$ حيث f و g دوال اختيارية تمثل موجات تنتشر بسرعة u فى اتجاه $+z$ و $-z$ على الترتيب. فى شكل 1-5 الحل الأول مُبين عند $t = 0$ و $t = t_1$ وظاهر أن الموجة تقدمت فى اتجاه $+z$ مسافة مقدارها ut_1 فى الفترة الزمنية t_1.