جامعة الموصل

كلية التربية للعوم الصرفة

قسم علوم الحاسوب

محاضرات التصميم المنطقي

المرحلة : الاولى

مدرس المادة

ا.د. قيس اسماعيل ابراهيم م.ايمان فتحي احمد

المحاضرة الاولى

انظمة الاعداد

مقدمة Introduction

إن من أفضل الطرق لفهم أي شيء جديد هو مقارنته بشيء معروف لدينا وبالتالي تظهر لنا الاختلافات. سوف نتناول بالدراسة النظام الثنائي للأعداد (Binary Number System) والذي يعتبر من أهم النظم المستخدمة في الدوائر الالكترونية الرقمية(Digital Electronic Circuits) ولكي نتمكن من فهم هذا النظام العددي الجديد،سوف نقوم بمقارنته بالنظام العشري للأعداد (Decimal Number system) المألوف لدينا وبالإضافة إلى النظام الثنائي للأعداد هناك نظامان عدديان آخران يستخدمان بكثرة في الالكترونيات الرقمية وهما النظام الثماني للأعداد (Octal Number System) والنظام السادس عشر(Hexadecimal Number System).وتستخدم الأعداد الثنائية على نطاق واسع في الالكترونيات الرقمية والحاسبات كما تستخدم نظم الأعداد الثمانية و السادس عشر في تمثيل مجموعة الأرقام الثنائية.ويمكننا استخدام كل النظم العددية المذكورة سابقا في الحسابات وكلها تعتمد على القيم وأماكن الخانات في الأعداد.

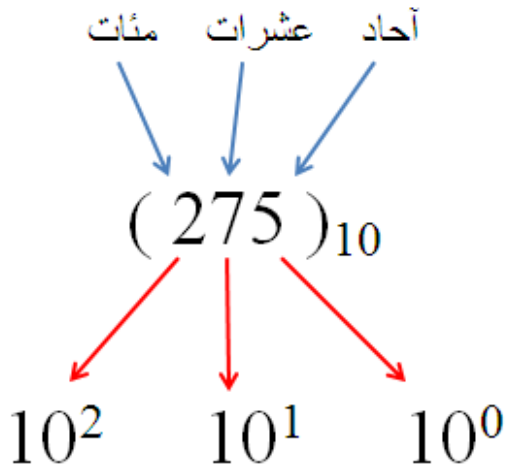
العدد الأساس: هو عدد الرموز و العناصر المتكونة منها النظام العددي ومن أمثلتها النظام العشري والنظام الثنائي والثماني والسادس عشر.

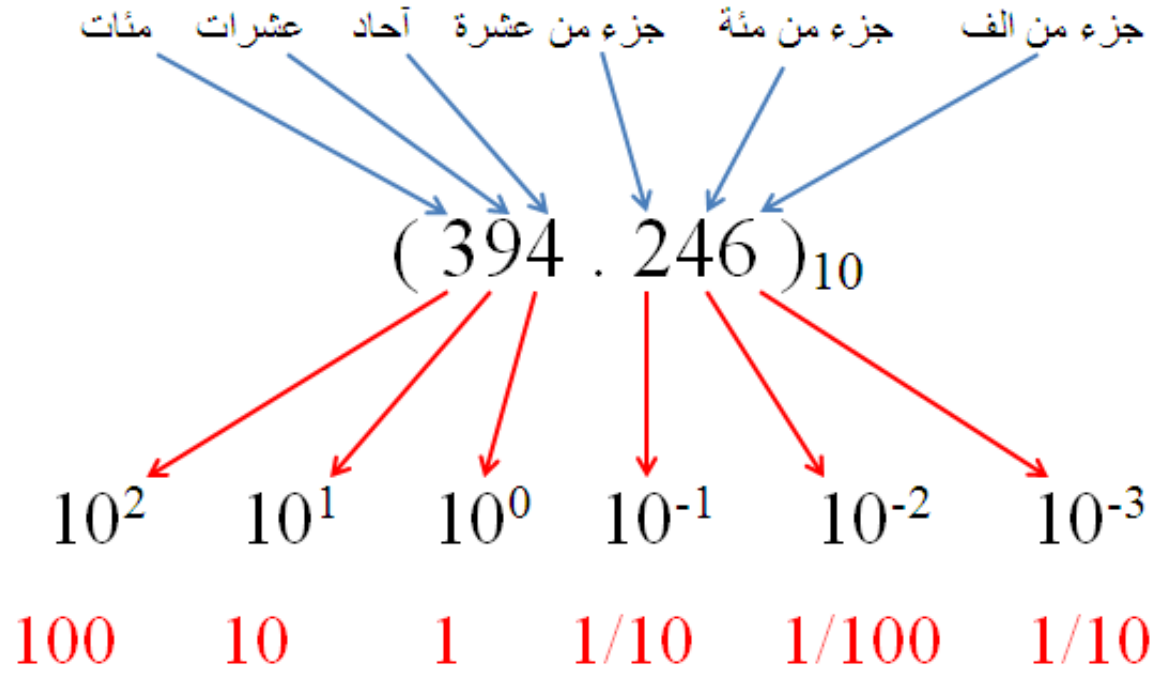
النظام العشري decimal Number:- يستخدم هذا النظام الأرقام من (0) إلى (9) وهو أكثر الأنظمة استعمالا و العدد (10) يمثل أساس هذا النظام وتستخدم الفارزة العشرية لتمثيل العدد الذي يحتوي على الجزء الكسرى وبذلك يمكن التمييز بين العدد الصحيح عن العدد الكسرى، إن تحديد الأرقام يبدأ بالآحاد والعشرات والمئات ..... الخ ،

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

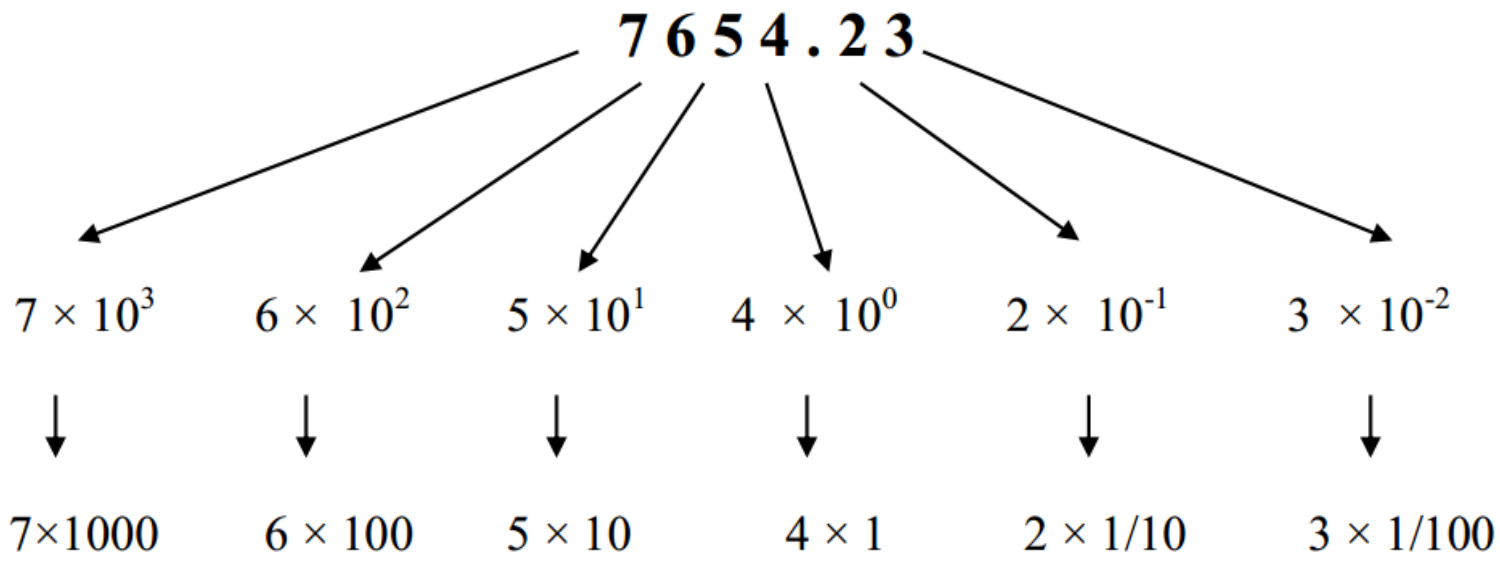
يمكن تمثيل أي عدد باستخدام النظام العشري سواء أكان العدد صحيحا أو كسريا وكما يلي:

الجزء الصحيح			الجزء الكسري			
.....	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	.....
.....	100	10	1	0.1	0.01	0.001	.....


مئات
عشرات
آحاد
$(275)_{10}$
10^2
10^1
10^0


مئات
عشرات
آحاد
جزء من عشرة
جزء من مئة
جزء من الف
$(394.246)_{10}$
10^2
10^1
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
100
10
1
1/10
1/100
1/1000

مثال : العدد العشري 7654.23 يمكن تحليله إلى المراتب التالية



النظام الثنائي Binary Number:- وهو النظام الذي يستخدم الرمزين (0 و 1) فقط ويكون أساسه الرقم 2

وان معظم العناصر المستخدمة لخزن البيانات في الحاسبة هي بطبيعتها ذات صفة ثنائية

0 1

10 11

100 101 110 111

1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110 1111

128	64	32	16	8	4	2	1
				1	1	1	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

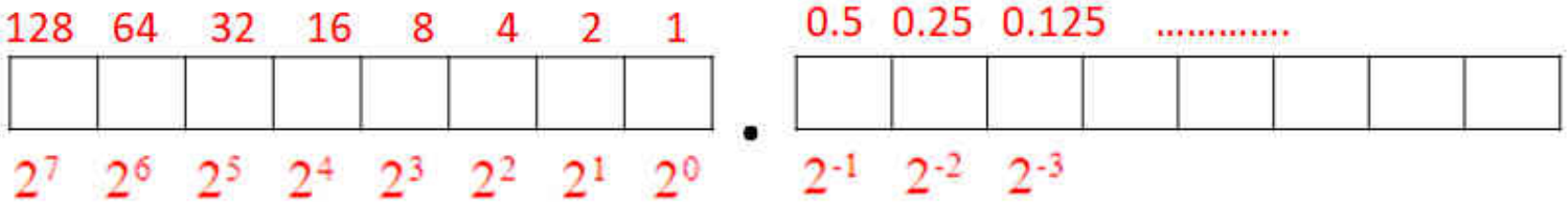
128	64	32	16	8	4	2	1
					1	0	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

مثال: لتحليل العدد $(110.101)_2$ الى مراتبه :

$$(110.101)_2$$

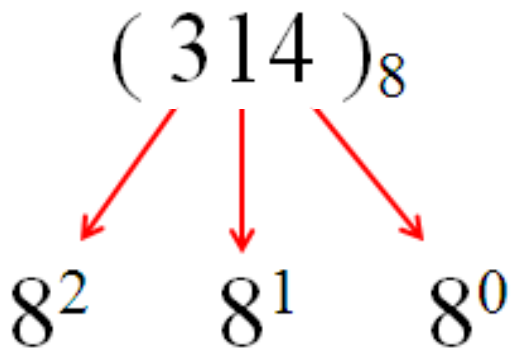
$$1\times2^2 \quad 1\times2^1 \quad 0\times2^0 \quad 1\times2^{-1} \quad 0\times2^{-2} \quad 1\times2^{-3}$$

$$(110.101)_2 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$$



النظام الثماني Octal Number:- وهو النظام الذي أساسه العدد 8 ويتكون من الرموز [0 ،1 ،2،.....،7].

0	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	14	15	16	17
20	21	22	13	24	25	26	27



مثال: حلل العدد $(203.65)_8$ الى مراتبه

$$(203.65)_8$$

$$2 \times 8^2 \quad 0 \times 8^1 \quad 3 \times 8^0 \quad 6 \times 8^{-1} \quad 5 \times 8^{-2}$$

$$(203.65)_8 = 3 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 2 \times 8^2 + 6 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$$

$$= 3 \times 1 + 0 \times 8 + 2 \times 64 + 6 \times 1/8 + 5 \times 1/64$$

النظام السادس عشر Hexadecimal Number:- وهو النظام الذي أساسه العدد 16 ويتكون من الرموز [0 ،1 ،2،.....،15] حيث نستمر بالعد حتى وصولنا الرقم 9 ومن10 نستعمل الحروف A, B, C, D, E, F وأما العدد بعد F ، أي بعد نفاد الأرقام الأساسية للنظام فهو 10 تتبعه الأعداد

.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10(A)	11(B)	12(C)	13(D)	14(E)	15(F)
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E	1F

$$(2A4E)_{16}$$

16^3 16^2 16^1 16^0

مثال : حلل العدد $(3A1.7F)_{16}$ إلى مراتبه :

$$(3A1.7F)_{16}$$

$$3 \times 16^{2} \quad 10 \times 16^{1} \quad 1 \times 16^{0} \quad 7 \times 16^{-1} \quad 15 \times 16^{-2}$$

$$(3A1.7F)_{16} = 1 \times 16^{0} + 10 \times 16^{1} + 3 \times 16^{2} + 7 \times 16^{-1} + 15 \times 16^{-2}$$

$$= 1 \times 1 + 10 \times 16 + 3 \times 256 + 7 \times 1/16 + 15 \times 1/256$$

العدد 72F يكون ضمن النظام .....

العدد 7591 يمكن ان يكون ضمن النظام ..... او .....

العدد 551 يمكن ان يكون ضمن النظام ..... او .....او.....

العدد 101 يمكن ان يكون ضمن النظام ..... او .....او.....او .....

التحويل من النظام العشري الى باقي الانظمة

اولا: التحويل من النظام العشري Decimal الى النظام الثنائي Binary

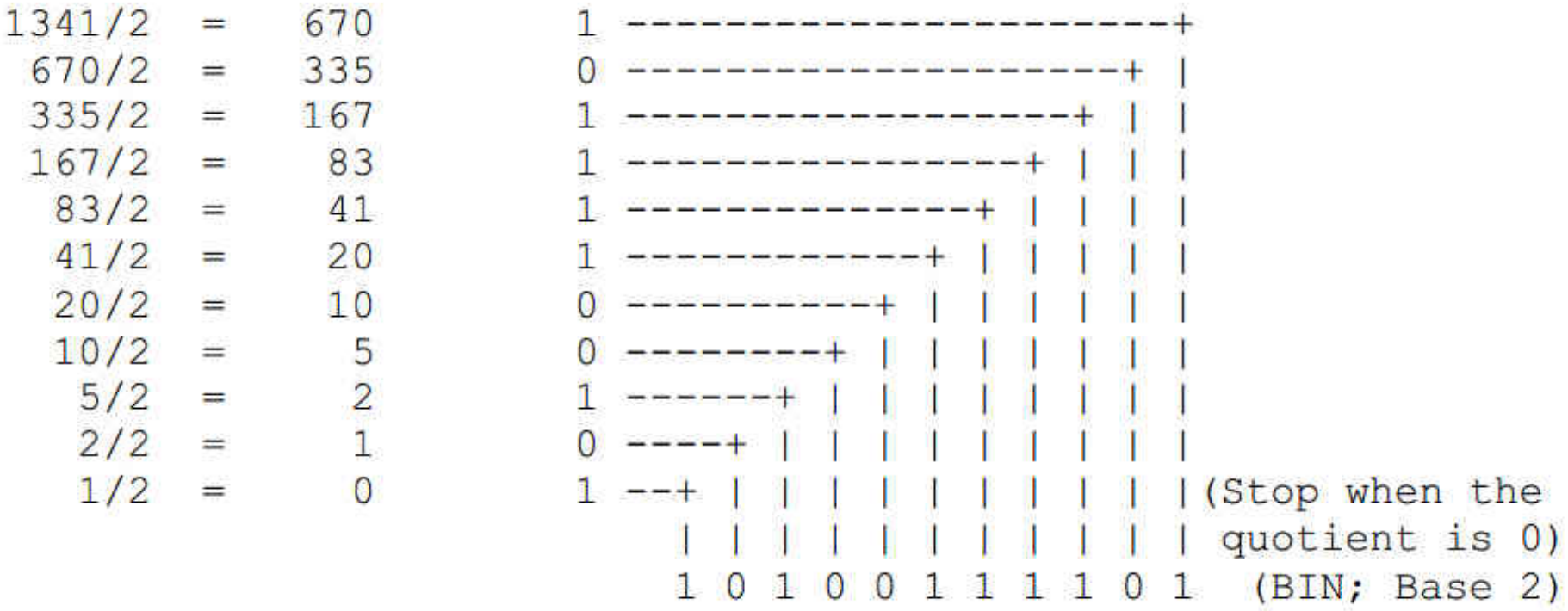
❖ **في حالة العدد الصحيح:**- لغرض تحويل أي عدد من النظام العشري إلى النظام الثنائي نقوم بقسمة العدد عده مرات على أساس النظام الثنائي (2) ثم تسجيل باقي القسمة ويقراء العدد من الأسفل إلى الأعلى ويكتب من اليسار إلى اليمين.

مثال:حول العدد $(35)_{10}$ من النظام العشري إلى النظام الثنائي

الحل: $(35)_{10} = (100011)_2$

الأساس	العدد	الباقي
2	35	1
2	17	1
2	8	0
2	4	0
2	2	0
2	1	1
	0	

مثال: حول العدد العشري 1341 الى النظام الثنائي



الحل: 10100111101

❖ **في حالة الكسر:-** يؤخذ الكسر بشكل جزئيين الجزء الصحيح يقسم عادي إما الجزء الكسري فيضرب في أساس النظام الذي سنحول إليه (2) مع اخذ المحمل.

مثال:حول العدد $(13.25)_{10}$ من النظام العشري إلى النظام الثنائي

الحل:

الأساس	الجزء الصحيح	الباقي
2	13	1
2	6	0
2	3	1
2	1	1
2	0	

المحمل	الجزء الكسري	
0	0.25*2=	0.5
1	0.5*2=	1.0
0	0*2=	0

$$(13.25)_{10} = (1101.010)_2$$

ثانيا : التحويل من النظام العشري Decimal الى النظام الثماني Octal

عملية التحويل من النظام العشري إلى النظام الثماني مشابهة لعملية التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي إلا أنه في هذه الحالة سوف نقسم على 8.

مثال: حول العدد $(33)_{10}$ من النظام العشري إلى النظام الثماني

الحل : $(33)_{10} = (41)_8$

الأساس	العدد	الباقي
8	33	1
8	4	4
	0	

مثال: حول العدد العشري 1341 الى النظام الثماني

```
1341/8  =   167        5 --------+
 167/8  =    20        7 -------+ |
  20/8  =     2        4 ----+ | |
   2/8  =     0        2 --+ | | |   (Stop when the quotient is 0)
                          | | | |
                          2 4 7 5   (OCT; Base 8)
```

الحل: 2475

❖ في حالة الكسر: يؤخذ الكسر بشكل جزئيين الجزء الصحيح يقسم عادي أما الجزء الكسري فيضرب في أساس النظام الذي سنحول إليه (8) مع اخذ المحمل.

مثال: حول العدد $(13.41)_{10}$ من النظام العشري إلى النظام الثماني

الحل:

الجزء الكسري		المحمل
0.41*8=	3.28	3
0.28*8=	2.24	2
0.24 *8=	1.92	1
0.92*8=	7.36	7
0.36*8=	2.88	2
0.88*8=	7.70	7

الأساس	الجزء الصحيح	الباقي
8	13	5
8	1	1
	0	

$$(13.41)_{10} = (15.321727)_8$$

ملاحظة: إذا تكرر الرقم بالكسر أو المحمل فيؤخذ من 3 الى5 مراتب فقط.

ثالثا: التحويل من النظام العشري Decimal الى النظام السادس عشر Hexadecimal

عملية التحويل من النظام العشري إلى النظام السادس عشر مشابهة لعملية التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي أو الثماني إلا أنه في هذه الحالة سوف نقسم على 16.

أمثلة

1)حول العدد(210)من النظام العشري إلى النظام السادس عشر؟

الأساس	العدد	الباقي
16	210	2
16	13	13(D)
	0	

$$(210)_{10} = (D2)_{16}$$

---

2)حول العدد(27) من النظام العشري إلى النظام السادس عشر ؟

الأساس	العدد	الباقي
16	27	11(B)
16	1	1
	0	

$$(27)_{10} = (1B)_{16}$$

مثال: حول العدد العشري 1341 الى النظام السادس عشر

```
1341/16 =    83        13 -------+
  83/16 =     5         3 -----+ |
   5/16 =     0         5 --+ | | |   (Stop when the quotient is 0)
                          | | | |
                          5 3 D   (HEX; Base 16)
```

الحل: 53D بالنظام السادس عشر

في حالة العدد الكسري

3)حول العدد (173.45)من النظام العشري إلى النظام السداسي عشر؟

الأساس	الجزء الصحيح	الباقي
16	173	13
16	10	10
	0	

الجزء الكسري

		المحمل
0.45*16=	7.2	7
0.2*16=	3.2	3
0.2*16	3.2	3

$$(173.45)_{10} = (AD.733)_{16}$$

4)حول العدد(100.967) من النظام العشري إلى النظام السادس عشر ؟

الأساس	الجزء الصحيح	الباقي
16	100	4
16	6	6
	0	

الجزء الكسري

		المحمل
0.967*16=	15.472	15(F)
0.472*16=	7.552	7
0.552*16	8.832	8

$$(100.967)_{10} = (64.F78)_{16}$$

الفصل الثالث

الجبر البوولي

تعريف الجبر البوولي:هو نظام رياضي (. ، + ، B) يتكون من مجموعة غير خالية B وعمليتان ثنائية +، .

معرفتان على B

بوابة OR تعني عملية الجمع (+)

بوابة AND تعني عملية الضرب (.)

صفات الجبر البوولي

P1) $A+B=B+A$ $A.B=B.A$

P2) $A+BC=(A+B)(A+C)$

$A.(B+C)=(A.B)+(A.C)$

P3) يوجد عنصران محيدان مختلفان 0 و 1 بالنسبة للعمليتين + و . على التوالي

$A+0=A$ - $A.1=A$

P4) لكل عنصر $A \in B$ يوجد عنصر $\overline{A} \in B$ بحيث ان

$A+\overline{A}=1$ $A.\overline{A}=0$

خواص الجبر البوولي

فيما يلي خواص الجبر البوولي مع البراهين:

1- $A+1=1$

2- $A.0=0$

3- $A+A=A$

4- $A.A=A$

5- $A+AB=A$

6- $A(A+B)=A$

7- $A+\overline{A}B=(A+B)$

8- $A(\overline{A}+B)=AB$

9- $AB+A\overline{B}=A$

10- $(A+B)(A+\overline{B})=A$

11- $AB+\overline{A}C=(A+C)(\overline{A}+B)$

12- $A.(B+C)=AB+AC$

13- $A.(B.C)=(A.B)C$

14- $A+(B+C)=(A+B)+C$

15- $\overline{\overline{A}}=A$

16- $\overline{(A+B)}=\overline{A}.\overline{B}$

17- $\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$

يمكن برهان القوانين السابقة بعدة طرق منها:

1- طريقة الجدول

برهن ان : A+A=A

A	A	A+A
0	0	0
1	1	1

A

2- طريقة الفرضية:

برهن ان : A+A=A

نفرض ان A=0

A+A=0+0=0

نفرض ان A=1

A+A=1+1=1

3- باستخدام خواص الجبر البوولي:

برهن ان : A+A=A

A+A=A

$A = A + 0$ P3

$= A + (A.\overline{A})$ P4

$= (A + A)(A + \overline{A})$ P2

$= (A + A).1$ P4

$= A + A$ P3

حيث سيتم برهنة القوانين السابقة باستخدام خواص الجبر البوولي:

البرهان:

1- A+1=1

$$1 = A + \overline{A} \qquad P4$$
$$= A + (\overline{A}.1) \qquad P3$$
$$= (A + \overline{A}).(A + 1) \qquad P2$$
$$= 1.(A + 1) \qquad P4$$
$$= A + 1$$

2- A.0=0

البرهان مشابه برهان (1).

$$0 = A \cdot \overline{A}$$
$$= A \cdot (\overline{A}+0)$$
$$= (A \cdot \overline{A}) + (A \cdot 0)$$
$$= 0 + (A \cdot 0)$$
$$= A \cdot 0$$

3-A+A=A

$$A = A + 0 \qquad P3$$
$$= A + (A.\overline{A}) \qquad P4$$
$$= (A + A)(A + \overline{A}) \qquad P2$$
$$= (A + A).1 \qquad P4$$
$$= A + A \qquad P3$$

4-A.A=A

$A = A.1$ P3

$= A.(A + \overline{A})$ P4

$= (A.A) + (A.\overline{A})$ P2

$= (A.A) + 0$ P4

$= A.A$ P3

5- A+AB=A

$A = A \cdot 1$ P3

$= A \cdot (B + 1)$ 3

$= (A.B) + (A.1)$ P2

$= (A.B) + A$ P3

$= A + (A.B)$ P1

6- A(A+B)=A

$AA + AB)$

$= A + AB$

$= A(1 + B)$

$= A \ .1$

$= A$

7- $A + \overline{A}B = (A+B)$

$A + \overline{A}\,B = (A + \overline{A}).(A+B)$ P2

$= 1.(A+B)$ P4

$= (A+B).1$ P3

$= A + B$

8- $A(\overline{A} + B) = AB$

$A.\overline{A} + A.B$

$= 0 + A.B$

$= A.B$

9- $AB + A\overline{B} = A$

$AB + A\overline{B} = A.(B + \overline{B})$ P2

$= A.1$ P4

$= A$ P3

10- $(A+B)(A+\overline{B})=A$

$(A+B).(A+\overline{B}) = AA + A\overline{B} + AB + B\overline{B}$

$= A + A(B+\overline{B}) + 0$

$= A + A.(1)$

$= A + A$

$= A$

11- $AB + \overline{A}C = (A+C)(\overline{A}+B)$

$= (A+C)(\overline{A}+B)$

$= A.\overline{A} + AB + \overline{A}C + BC$

$= 0 + AB + \overline{A}C + BC$

$= AB + \overline{A}C + BC(1)$

$= AB + \overline{A}C + BC(A+\overline{A})$

$= AB + \overline{A}C + ABC + \overline{A}BC$

$= AB(1+C) + \overline{A}C(1+B)$

$= AB(1) + \overline{A}C(1)$

$= AB + \overline{A}C$

12- $A.(B+C)=AB+AC$

$A.(B+C)=A.B+A.C$

التمثيلات القياسية لدوال المنطق

Standard Representation for Logical

يعبر عن دوال المنطق بدلالة متغيرات المنطق إن القيم المفترضة من قبل دوال المنطق وكذلك متغيرات المنطق تكون في صيغتها الثنائية.ويمكن التعبير عن أي دالة منطق باستخدام الصيغ التالية

1- صيغة مجموع النتاجات (sop) وهي مختصر sum of product أي مجموع المضروبات

$$\left.\begin{matrix} ab \\ cd \end{matrix}\right\} ab + cd$$

2- صيغة نتائج المجاميع (pos) مضروب المجاميع Product of sum

ويدعى كل مصطلح منفرد بصيغة sop القياسية بالحد الأصغر (minterm) وفي صيغة pos القياسية بالحد الأكبر(maxterm)

مثال:

لتكن لدينا دائرة تتكون من ثلاث متغيرات وهي x,y,z وان f نفترض أنها تكون موجودة أي معطاة في السؤال مع قيم المتغيرات f هي النتيجة التي نعتمد عليها لإيجاد (mint) و (maxt)

ملاحظة مهمة:

عندما f=1 فنضع القيم في جدول mint أما عندما f=0 فنضع القيم في جدول maxt

لإيجاد minterm نقول

أن العنصر الذي نتيجته 1 هو العنصر نفسه مثل العنصر A=1 فهو A فقط أما العنصر الذي نتيجته 0 هو متمم العنصر مثل العنصر A=0 فهو $\overline{A}$ نضع له متمم.

لإيجاد maxterm نقول

إن العنصر الذي نتيجته 0 هو العنصر نفسه مثل العنصر A=0 فهو A فقط أما العنصر الذي نتيجته 1 هو متمم العنصر مثل العنصر A=1 فهو $\overline{A}$ فنضع له متمم.

input output

x	y	z	f	mint	maxt	
0	0	0	0		x+y+z	$Pos=(x+y+z)(x+\bar{y}+\bar{z})(\bar{x}+y+z)(\bar{x}+y+\bar{z})$ $(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$ $M_0\ M_3\ M_4\ M_5\ M_7$ maxterm $\Pi(0,3,4,5,7)$
0	0	1	1	$\bar{x}\,\bar{y}z$		
0	1	0	1	$\bar{x}\,y\,\bar{z}$		
0	1	1	0		$x+\bar{y}+\bar{z}$	
1	0	0	0		$\bar{x}+y+z$	$Sop=\bar{x}\,\bar{y}z+\bar{x}\,y\,\bar{z}+x\,y\,\bar{z}$ $=m_1+m_2+m_6$ minterm $=\sum m(1,2,6)$
1	0	1	0		$\bar{x}+y+\bar{z}$	
1	1	0	1	$x\,y\,\bar{z}$		
1	1	1	0		$\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$	

التركيز على 1 التركيز على 0

ملاحظة مهمة:

عندما f=1 فنضع القيم في جدول mint أما عندما f=0 فنضع القيم في جدول maxt

تحويل صيغة (SOP) الى صيغة (SOP) القياسية

يمكن تحويل صيغة (Sop) إلى صيغة (Sop) القياسية بإجراء عملية (و)(and) على الحدود الموجودة في التعبير مع الحدود المتكونة من إجراء عملية (او)(or) للمتغيرات ومتمماتها التي لم تكن في الحد الأصلي .
مثال على ذلك للتعبير المتكون من ثلاثة متغيرات (A) و (B) و (C) إذا كان الحد(A) موجوا ، بينما المتغيران (B) و (C) غير موجودين ؟ نكون الحدين $(B+\overline{B})$ و$(C+\overline{C})$ ثم نجري عملية (و) لهم مع الحد (A) ، وبذلك نحصل على ما يلي:

$$A.(B+\overline{B}).(C+\overline{C}) = ABC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C}$$

مثال حول المعادلة الآتية إلى صيغة (sop) القياسية

$$Y = AB + A\overline{C} + BC$$

الحل :-

$$Y = AB(C+\overline{C}) + A\overline{C}(B+\overline{B}) + BC(A+\overline{A})$$
$$= ABC + AB\overline{C} + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC + \overline{A}BC$$
$$= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BC$$

تحويل صيغة (POS) الى صيغة (POS) القياسية

وبنفس الطريقة يمكن تحويل صيغة (pos) إلى صيغتها القياسية بإجراء عملية (او)(OR) على الحدود الموجودة في التعبير مع الحدود المتكونة من إجراء عملية (و) (and) للمتغير ومتممه الذي لا يكون موجودا في التعبير الأصلي مثال على ذلك ، تعبير ذو ثلاثة متغيرات (A) و (B) و (C) فإذا كان الحد (A) فقط موجودا نكون الحدين (B.B) و (C.C) ثم نجري لها عملية (او) مع الحد (A) ، وبذلك نحصل على مايلي:

$$A+B.\overline{B}+C.\overline{C}$$

$$(A+B\overline{B}+C)(A+B\overline{B}+\overline{C})$$

$$(A+C+B\overline{B})(A+\overline{C}+B\overline{B})\Rightarrow(M+B)(M+\overline{B})(r+B)(r+\overline{B})$$

$$(A+B+C)(A+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+\overline{C})$$

مثال: حول المعادلة إلى صيغة (pos) القياسية

$$(A+B)(A+C)(B+\overline{C})$$

الحل :-

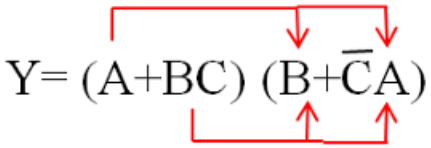
$$Y=(A+B+C\overline{C})(A+B\overline{B}+C)(A\overline{A}+B+\overline{C})$$

$$=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+B+C)(A+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})$$

$$=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$$

من معادلة المنطق أدناه $Y=(A+BC)(B+\overline{C}A)$ جد جدول الحقيقة mint و maxt و sop pos ثم ارسم هذه الدائرة.

الحل :-



$$Y=(A+BC)(B+\overline{C}A)$$

$$Y=AB+AA\overline{C}+BBC+ABC\overline{C}$$

$$Y=AB+A\overline{C}+BC+0$$

$$Y=AB(C+\overline{C})+A\overline{C}(B+\overline{B})+BC(A+\overline{A})$$

$$Y=ABC+AB\overline{C}+AB\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+ABC+\overline{A}BC$$

$$Y=ABC+AB\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}BC$$

111 110 100 011

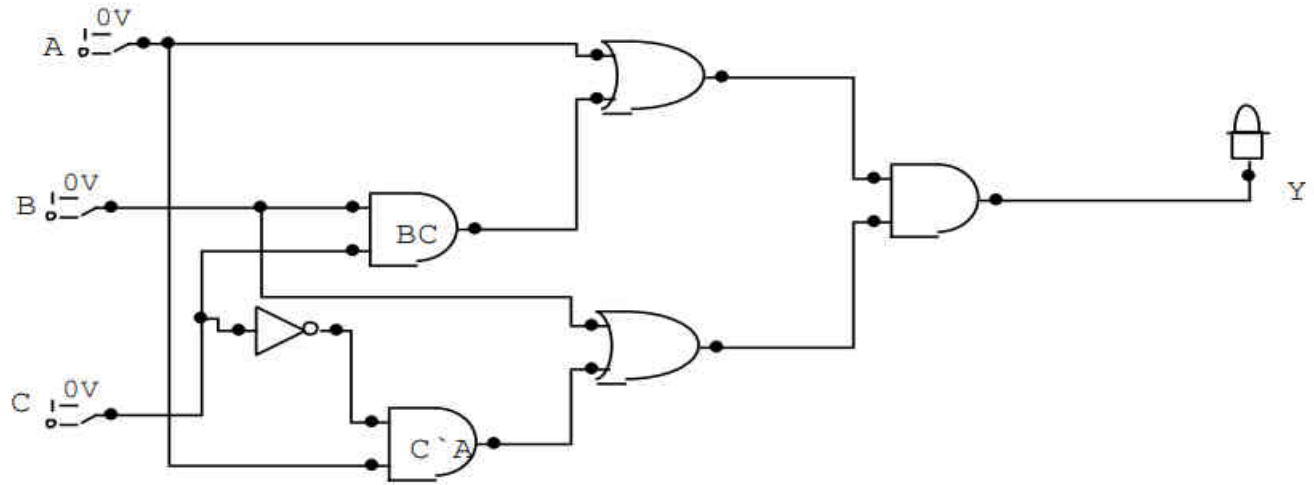
7 6 4 3

هذه صيغة SOP مجموع المضروبات ... نركز فيها على 1

	A	B	C	Y	minterm	maxterm
0	0	0	0	0		$A+B+C$
1	0	0	1	0		$A+B+\overline{C}$
2	0	1	0	0		$A+\overline{B}+C$
3	0	1	1	1	$\overline{A}BC$	
4	1	0	0	1	$A\overline{B}\overline{C}$	
5	1	0	1	0		$\overline{A}+B+\overline{C}$
6	1	1	0	1	$AB\overline{C}$	
7	1	1	1	1	ABC	

$SOP = \sum m\ (7, 6, 4, 3)$

$POS = \pi\ M\ (0, 1, 2, 5)$



Y= (A+BC) (B+C`A)

التمثيلات القياسية لدوال المنطق

Standard Representation for Logical

يعبر عن دوال المنطق بدلالة متغيرات المنطق إن القيم المفترضة من قبل دوال المنطق وكذلك متغيرات المنطق تكون في صيغتها الثنائية.ويمكن التعبير عن أي دالة منطق باستخدام الصيغ التالية

1- صيغة مجموع النتاجات (sop) وهي مختصر sum of product أي مجموع المضروبات

$$\left.\begin{matrix} ab \\ cd \end{matrix}\right\} ab + cd$$

2- صيغة نتائج المجاميع (pos) مضروب المجاميع Product of sum

ويدعى كل مصطلح منفرد بصيغة sop القياسية بالحد الأصغر (minterm) وفي صيغة pos القياسية بالحد الأكبر(maxterm)

مثال:

لتكن لدينا دائرة تتكون من ثلاث متغيرات وهي x,y,z وان f نفترض أنها تكون موجودة أي معطاة في السؤال مع قيم المتغيرات f هي النتيجة التي نعتمد عليها لإيجاد (mint) و (maxt)

ملاحظة مهمة:

عندما f=1 فنضع القيم في جدول mint أما عندما f=0 فنضع القيم في جدول maxt

لإيجاد minterm نقول

أن العنصر الذي نتيجته 1 هو العنصر نفسه مثل العنصر A=1 فهو A فقط أما العنصر الذي نتيجته 0 هو متمم العنصر مثل العنصر A=0 فهو $\overline{A}$ نضع له متمم.

لإيجاد maxterm نقول

إن العنصر الذي نتيجته 0 هو العنصر نفسه مثل العنصر A=0 فهو A فقط أما العنصر الذي نتيجته 1 هو متمم العنصر مثل العنصر A=1 فهو $\overline{A}$ فنضع له متمم.

input output

x	y	z	f	mint	maxt	
0	0	0	0		x+y+z	$Pos=(x+y+z)(x+\bar{y}+\bar{z})(\bar{x}+y+z)(\bar{x}+y+\bar{z})$ $(\bar{x}+\bar{y}+\bar{z})$ $M_0\ M_3\ M_4\ M_5\ M_7$ maxterm $\Pi(0,3,4,5,7)$
0	0	1	1	$\bar{x}\,\bar{y}z$		
0	1	0	1	$\bar{x}\,y\,\bar{z}$		
0	1	1	0		$x+\bar{y}+\bar{z}$	
1	0	0	0		$\bar{x}+y+z$	$Sop=\bar{x}\,\bar{y}z+\bar{x}\,y\,\bar{z}+x\,y\,\bar{z}$ $=m_1+m_2+m_6$ minterm $=\sum m(1,2,6)$
1	0	1	0		$\bar{x}+y+\bar{z}$	
1	1	0	1	$x\,y\,\bar{z}$		
1	1	1	0		$\bar{x}+\bar{y}+\bar{z}$	

التركيز على 1 التركيز على 0

ملاحظة مهمة:

عندما f=1 فنضع القيم في جدول mint أما عندما f=0 فنضع القيم في جدول maxt

تحويل صيغة (SOP) الى صيغة (SOP) القياسية

يمكن تحويل صيغة (Sop) إلى صيغة (Sop) القياسية بإجراء عملية (و)(and) على الحدود الموجودة في التعبير مع الحدود المتكونة من إجراء عملية (او)(or) للمتغيرات ومتمماتها التي لم تكن في الحد الأصلي .

مثال حول المعادلة الآتية إلى صيغة (sop) القياسية

$$Y = AB + A\overline{C} + BC$$

الحل :-

$$Y = AB(C + \overline{C}) + A\overline{C}(B + \overline{B}) + BC(A + \overline{A})$$

$$= ABC + AB\overline{C} + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + ABC + \overline{A}BC$$

$$= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BC$$

تحويل صيغة (POS) الى صيغة (POS) القياسية

وبنفس الطريقة يمكن تحويل صيغة (pos) إلى صيغتها القياسية بإجراء عملية (او)(OR) على الحدود الموجودة في التعبير مع الحدود المتكونة من إجراء عملية (و) (and) للمتغير ومتممه الذي لا يكون موجودا في التعبير الأصلي مثال على ذلك ،

مثال: حول المعادلة الى صيغة (POS) القياسية

$$Y = (A + B)(A + C)(B + \overline{C})$$

الحل :-

$$Y = (A + B + C\overline{C})(A + B\overline{B} + C)(A\overline{A} + B + \overline{C})$$
$$= (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})$$
$$= (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

مثال : من المعادلة التالية $X = \overline{A.(\bar{B}+C)}$ جد: 1- جدول الحقيقة 2- minterm & maxterm

3-معادلة SOP و POS 4- ارسم المعادلة اعلاه بشكل دائرة منطقية

الحل: يتم اولا تحويل المعادلة الى شكل قياسي

$$X = \overline{A.(\bar{B}+C)}$$

$$X = \bar{A} + \overline{(\bar{B}+C)}$$

$$X = \bar{A} + \bar{\bar{B}}.\bar{C}$$

$$X = \bar{A} + B\bar{C}$$

$$X = \bar{A}.1.1 + B\bar{C}.1$$

$$X = \bar{A}(B+\bar{B})(C+\bar{C}) + B\bar{C}(A+\bar{A})$$

$$X = (\bar{A}B + \bar{A}\bar{B})(C+\bar{C}) + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$$

$$X = \bar{A}BC + \underline{\bar{A}B\bar{C}} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + \underline{\bar{A}B\bar{C}}$$ ← مكرر

$$X = \underbrace{\bar{A}BC}_{011} + \underbrace{\bar{A}B\bar{C}}_{010} + \underbrace{\bar{A}\bar{B}C}_{001} + \underbrace{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}_{000} + \underbrace{AB\bar{C}}_{110}$$

3 2 1 0 6

معادلة SOP
التركيز على 1

قيمة الاخراج X
عند هذه المواقع = 1

input

	A	B	C	X	minterm	maxterm
0	0	0	0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	
1	0	0	1	1	$\bar{A}\bar{B}C$	
2	0	1	0	1	$\bar{A}B\bar{C}$	
3	0	1	1	1	$\bar{A}BC$	
4	1	0	0	0		$(\bar{A}+B+C)$
5	1	0	1	0		$(\bar{A}+B+\bar{C})$
6	1	1	0	1	$AB\bar{C}$	
7	1	1	1	0		$(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$

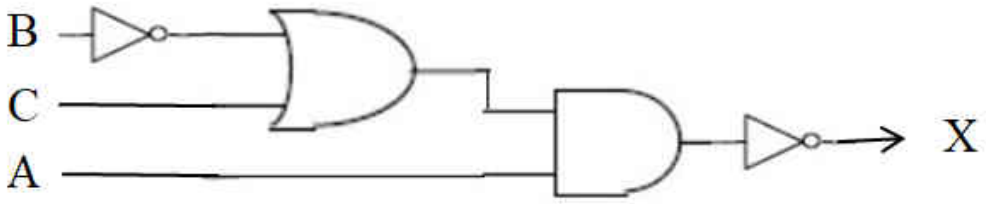
$$POS = (\bar{A}+B+C)(\bar{A}+B+\bar{C})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

POS = π M (4, 5, 7)

$$SOP = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

SOP = ∑m (0,1,2,3,6)

رسم المعادلة التالية : $X = \overline{A.(\bar{B}+C)}$



مثال : من المعادلة التالية $F = (A + \bar{B})(B + C)(A + \bar{C})$ جد: 1- جدول الحقيقة 2- minterm & maxterm

3-معادلة SOP و POS 4- ارسم المعادلة اعلاه بشكل دائرة منطقية

الحل: يتم اولا تحويل المعادلة الى شكل قياسي

$$F = (A + \bar{B})(B + C)(A + \bar{C})$$

$$F = (A + \bar{B} + 0)(B + C + 0)(A + \bar{C} + 0)$$

$$F = (A + \bar{B} + C\bar{C})(B + C + A\bar{A})(A + \bar{C} + B\bar{B})$$

$$F = (A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(B + C + A)(B + C + \bar{A})(A + \bar{C} + B)(A + \bar{C} + \bar{B})$$

ترتيب الادخالات

$$F = (A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(A + B + C)(\bar{A} + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

مكرر

$$F = (A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(A + B + C)(\bar{A} + B + C)(A + B + \bar{C})$$

0 1 0 — 2

0 1 1 — 3

0 0 0 — 0

1 0 0 — 4

0 0 1 — 1

معادلة POS
التركيز على 0

قيمة الاخراج F
عند هذه المواقع = 0

input

	A	B	C	F	minterm	maxterm
0	0	0	0	0		$(A+B+C)$
1	0	0	1	0		$(A+B+\bar{C})$
2	0	1	0	0		$(A+\bar{B}+C)$
3	0	1	1	0		$(A+\bar{B}+\bar{C})$
4	1	0	0	0		$(\bar{A}+B+C)$
5	1	0	1	1	$A\bar{B}C$	
6	1	1	0	1	$AB\bar{C}$	
7	1	1	1	1	ABC	

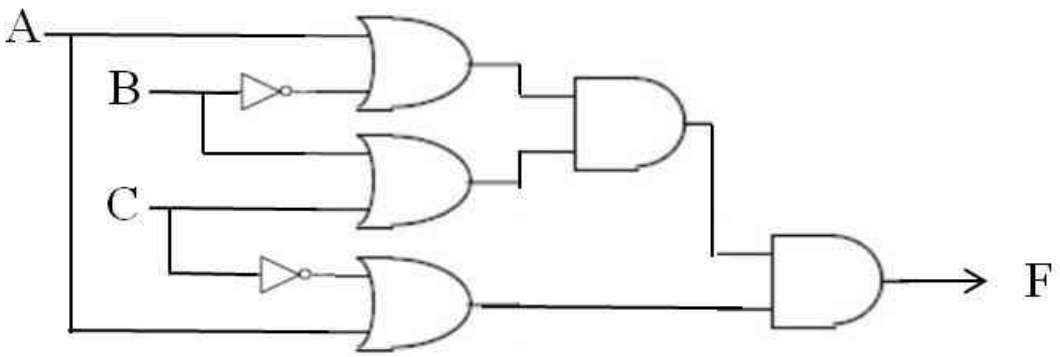
$$POS = (A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(A+B+C)$$
$$(\bar{A}+B+C)(A+B+\bar{C})$$

POS = π M (0,1,2,3,4)

$$SOP = A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

SOP = ∑m (5,6,7)

رسم المعادلة التالية : $F = (A+\bar{B})(B+C)(A+\bar{C})$



مثال : من المعادلة التالية $F = (AB + CD)(\bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{D})$ جد: 1- جدول الحقيقة 2- minterm & maxterm

3-معادلة SOP و POS 4- ارسم المعادلة اعلاه بشكل دائرة منطقية

الحل: يتم اولا تحويل المعادلة الى شكل قياسي

$$F = (AB + CD)(\bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{D})$$

$$F = \underbrace{A\bar{A}}_{=0}\ \underbrace{B\bar{B}} + AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \underbrace{C\bar{C}}_{=0}D\bar{D}$$

$$F = \underbrace{AB\bar{C}\bar{D}} + \underbrace{\bar{A}\bar{B}CD}$$

1100 0011

12 3

معادلة SOP قياسية
التركيز على 1

قيمة الاخراج F
عند هذه المواقع = 1

input

	A	B	C	D	F	minterm	maxterm
0	0	0	0	0	0		$(A+B+C+D)$
1	0	0	0	1	0		$(A+B+C+\bar{D})$
2	0	0	1	0	0		$\left(A+B+\bar{C}+D\right)$
3	0	0	1	1	1	$\bar{A}\bar{B}CD$	
4	0	1	0	0	0		$(A+\bar{B}+C+D)$
5	0	1	0	1	0		$(A+\bar{B}+C+\bar{D})$
6	0	1	1	0	0		$(A+\bar{B}+\bar{C}+D)$
7	0	1	1	1	0		$(A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$
8	1	0	0	0	0		$(\bar{A}+B+C+D)$
9	1	0	0	1	0		$(\bar{A}+B+C+\bar{D})$
10	1	0	1	0	0		$(\bar{A}+B+\bar{C}+D)$
11	1	0	1	1	0		$(\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})$
12	1	1	0	0	1	$AB\bar{C}\bar{D}$	
13	1	1	0	1	0		$(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D})$
14	1	1	1	0	0		$(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$
15	1	1	1	1	0		$(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$

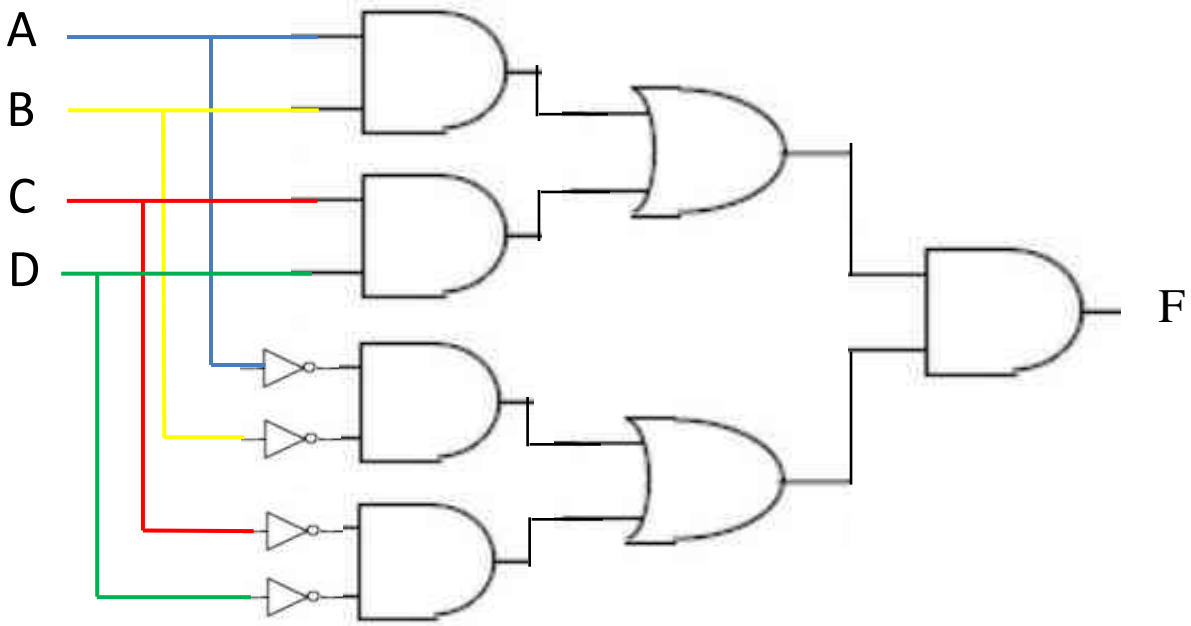
POS= $(A+B+C+D)(A+B+C+\bar{D})$ $(A+B+\bar{C}+D)(A+\bar{B}+C+D)$ $(A+\bar{B}+C+\bar{D})$ $(A+\bar{B}+\bar{C}+D)$ $(A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$ $(\bar{A}+B+C+D)$ $(\bar{A}+B+C+\bar{D})$ $(\bar{A}+B+\bar{C}+D)$ $(\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})$ $(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D})$ $(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$ $(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$

POS = π M (0,1,2,4,5,6,7,8,9,10, 11,13,14,15)

$SOP = AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD$

SOP = ∑m (3,12)

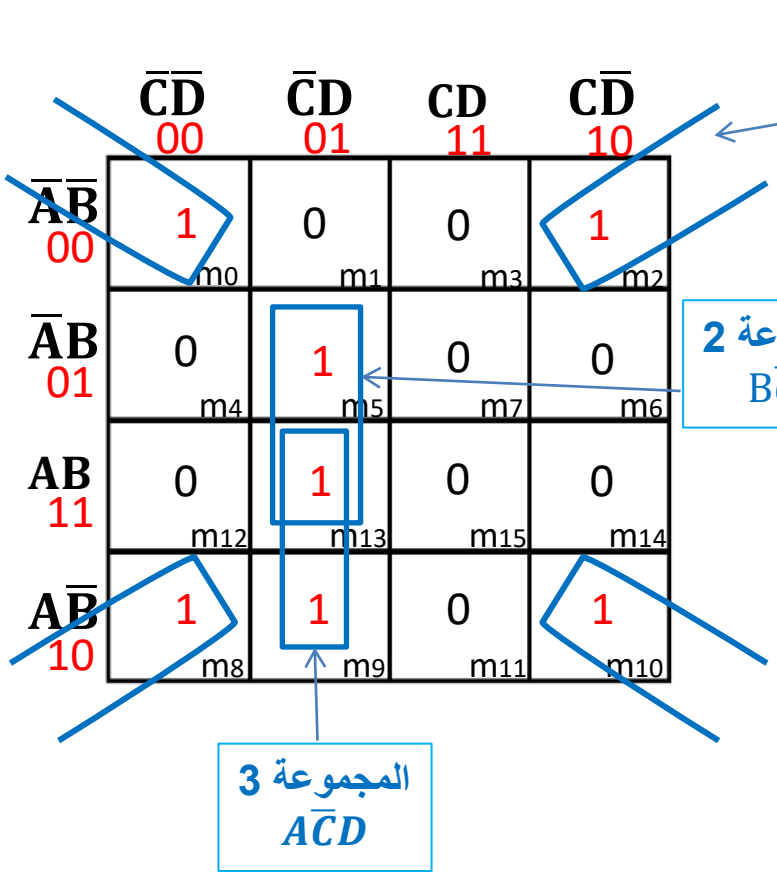
رسم المعادلة التالية : $F = (AB + CD)(\bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{D})$



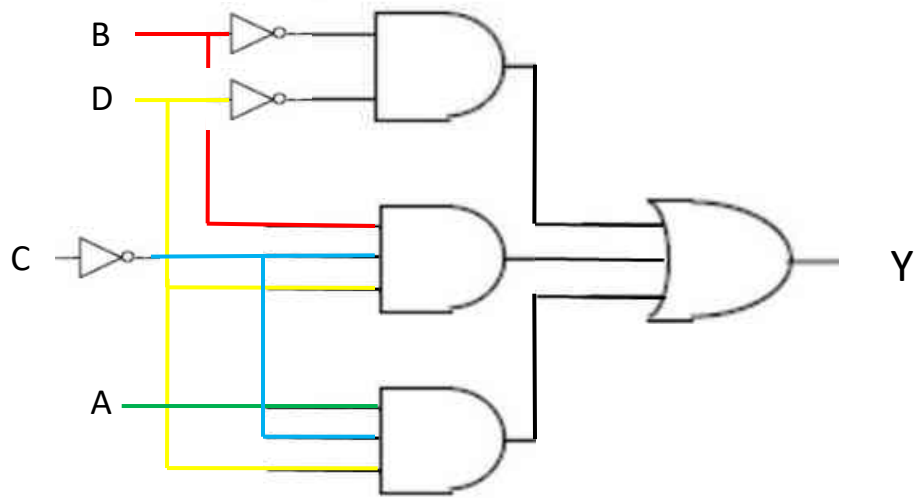
مثال: صمم ابسط دائرة باستخدام خارطة كارنوف للمعادلة التالية:

$$Y(A,B,C,D) = \sum(0,2,5,8,9,10,13)$$

الحل:



$$Y = \bar{B}\bar{D} + B\bar{C}D + A\bar{C}D$$



مثال: صمم ابسط دائرة باستخدام خارطة كارنوف للمعادلة التالية:

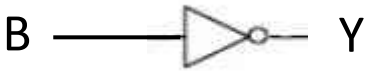
$$Y(A,B,C) = \sum(0,1,4,5)$$

الحل:

المجموعة 1
$\bar{B}$

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1 m0	1 m1
$\bar{A}B$	0 m2	0 m3
AB	0 m6	0 m7
$A\bar{B}$	1 m4	1 m5

$$Y = \bar{B}$$



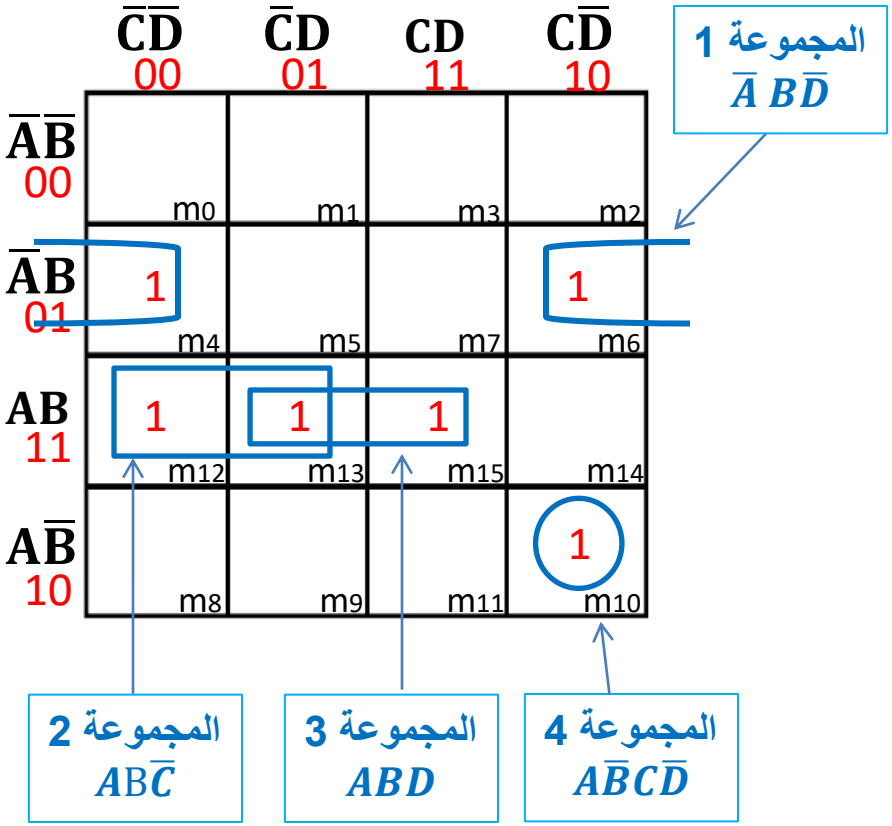
مثال: صمم ابسط دائرة باستخدام خارطة كارنوف للمعادلة التالية:

$$Y(A,B,C,D) = \pi\,(0,1,2,3,5,7,8,9,11,14)$$

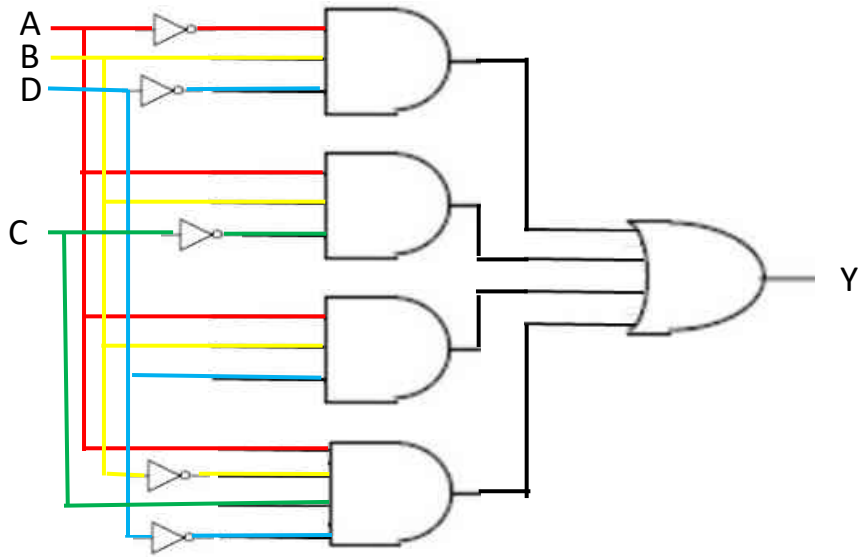
الحل:

- نلاحظ وجود علامة π بمعنى ان قيم الاخراج Y في المواقع المعطاة في المعادلة هي 0
- في خارطة كارنوف يكون التركيز على الـ 1 ، لذلك سوف نحول المعادلة لكي تحتوي على مواقع الـ 1 في الخارطة :

$$Y(A,B,C,D) = \sum(4,6,10,12,13,15)$$



$$Y = \bar{A}B\bar{D} + AB\bar{C} + ABD + A\bar{B}C\bar{D}$$



خارطة كارنوف

حالات الإهمال don’t care condition:

تدخل الآحاد والاصفار في المخطط والمناظرة لمتغيرات الإدخال التي تجعل الدالة مساوية لـ 1 او مساوية لـ 0 على التعاقب ولتبسيط المخططات باستخدام الآحاد و الاصفار، إن الخلايا التي لا تحتوي على العدد 1 يفترض احتوائها على العدد 0 والعكس بالعكس .ولا يكون هذا دائما صحيحا لان بعض الائتلاف لايمكن حدوثها في متغيرات الإدخال كذلك لبعض الدوال فأن الاخراجات المناظرة لبعض الائتلافات لمتغيرات الإدخال قد لاتهتم ويمتلك المصمم في مثل هذه الحالات بعض المرونة ويترك له الافتراض بان الإخراج قد يكون 1 او 0 لمثل هذه الائتلافات.

وتعرف مثل هذه الحالات بحالة الإهمال وتمثل على مخطط كارنوف بالعلامة x ويمكن افتراض العلامة x في الخلية بكون 0 او 1 اعتمادا على أيهما يقود إلى تغير ابسط.

في الشكل التالي نجد أرقام BCD تسوق حلالا (de coder)ينتج 1 عندما يكون الإدخال (1001) فقط (المكافئ العشري لـ 9) وكما علمنا فان أرقام (BCD) تنحصر بين (0000) و(1001) ولا وجود للاعداد (1010) إلى (1111) في الحالات الطبيعية. وهذا هو سبب خلو الجدول التالي من الأعداد الأخيرة

	A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	X
11	1	0	1	1	X
12	1	1	0	0	X
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	X
15	1	1	1	1	X

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 0	0 1	0 3	0 2
$\bar{A}B$	0 4	0 5	0 7	0 6
AB	12	13	15	14
$A\bar{B}$	0 8	1 9	11	10

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 0	0 1	0 3	0 2
$\bar{A}B$	0 4	0 5	0 7	0 6
AB	X 12	X 13	X 15	X 14
$A\bar{B}$	0 8	1 9	X 11	X 10

Y= AD

وباختصار فان التبسيط مع وجود حالات الإهمال تكون كما يالي:

1- نثبت جدول الواقع على خارطة كارنوف وإملاء الفراغات التي لم يتطرق إليها الجدول الواقع بـ X.

2-نحدد المجاميع بأكبر حجومها الممكنة مستعينا بحالات الإهمال عند الحاجة

3- إهمال حالات الإهمال غير المستعملة مفترضا إياها صفر.

سؤال :ما هي ابسط دائرة منطقية لحلال ينتج 1 عندما يكون رمز BCD الداخل يساوي 0000؟

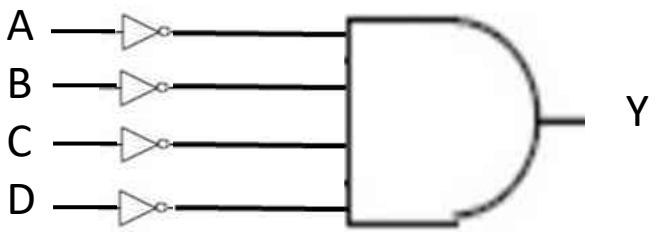
الحل :-

	A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	X
11	1	0	1	1	X
12	1	1	0	0	X
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	X
15	1	1	1	1	X

	$\bar{C}\,\bar{D}$	$\bar{C}\,D$	CD	$C\,\bar{D}$
$\bar{A}\,\bar{B}$	1	0	0	0
$\bar{A}\,B$	0	0	0	0
$A\,B$	X	X	X	X
$A\,\bar{B}$	0	0	X	X

هنا لا فائدة ترجى من حالات الإهمال لذا تتم معاملتها كالصفر لنحصل على

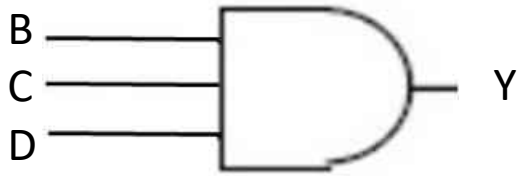
$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$



سؤال :ما هي ابسط دائرة منطقية لحلال ينتج 1 عندما يكون رمز BCD الداخل يساوي 0111؟

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}\,D$	CD	$C\,\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0 0	0 1	0 3	0 2
$\overline{A}\,B$	0 4	0 5	1 7	0 6
$A\,B$	X 12	X 13	X 15	X 14
$A\,\overline{B}$	0 8	0 9	X 11	X 10

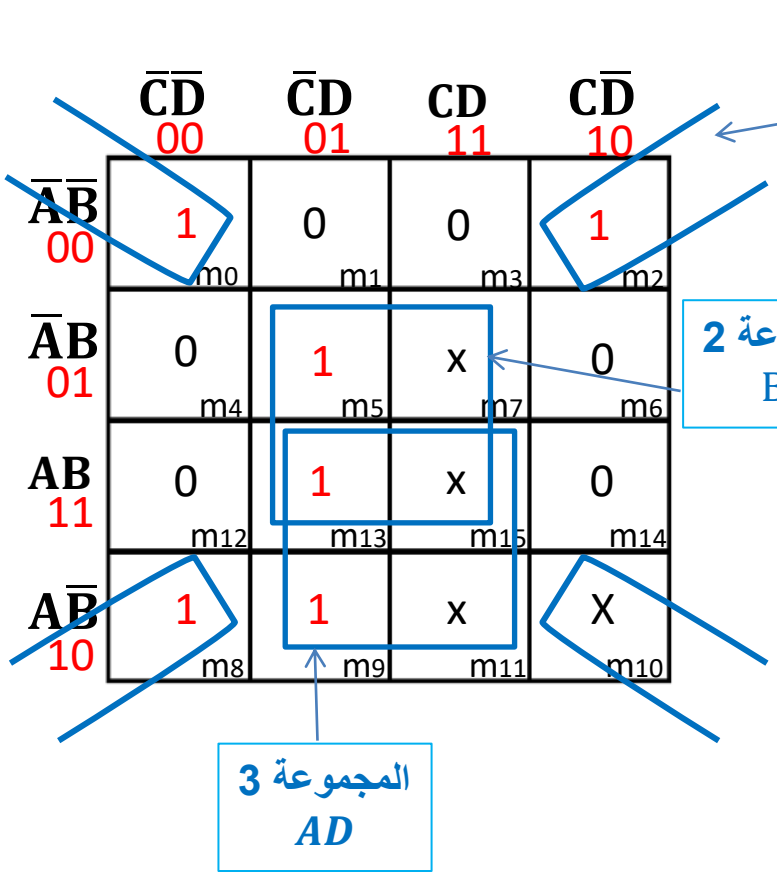
Y= BCD



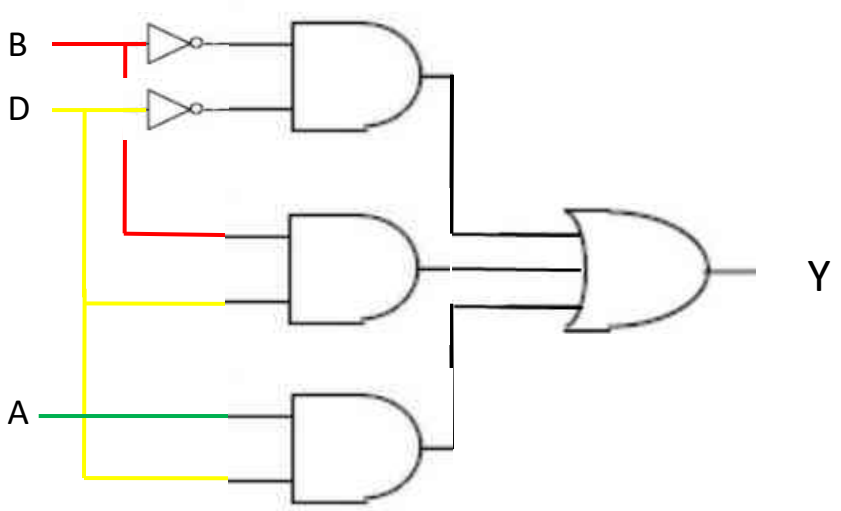
مثال: صمم ابسط دائرة باستخدام خارطة كارنوف للمعادلة التالية:

$$Y(A,B,C,D) = \sum(0,2,5,8,9,13) + d(7,10,11,15)$$

الحل:



$$Y = \bar{B}\bar{D} + BD + AD$$



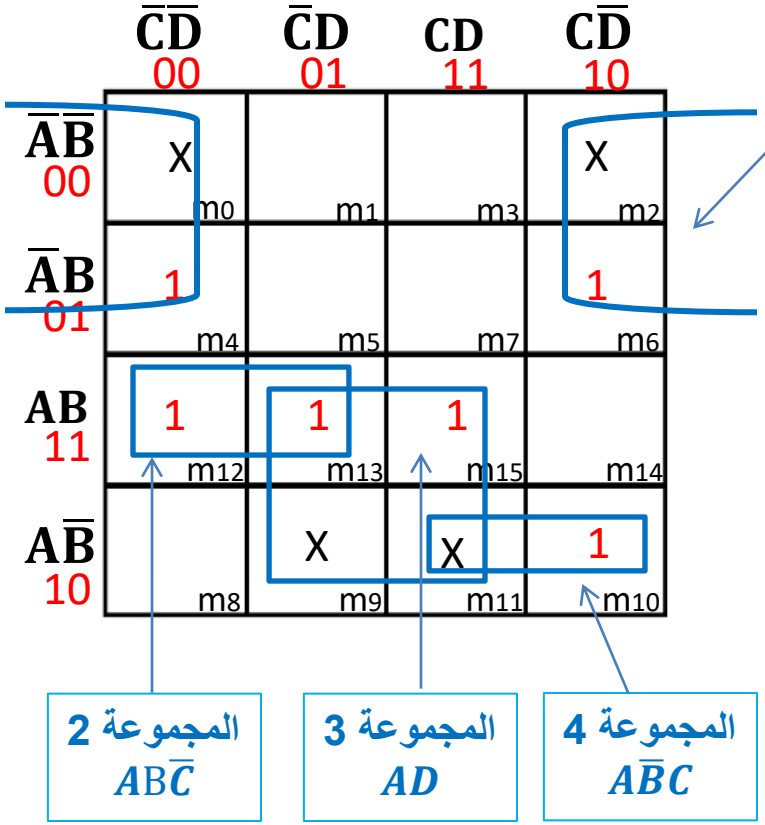
مثال: صمم ابسط دائرة باستخدام خارطة كارنوف للمعادلة التالية:

$$Y(A,B,C,D) = \pi\,(1,3,5,7,8,14) + d(0,2,9,11)$$

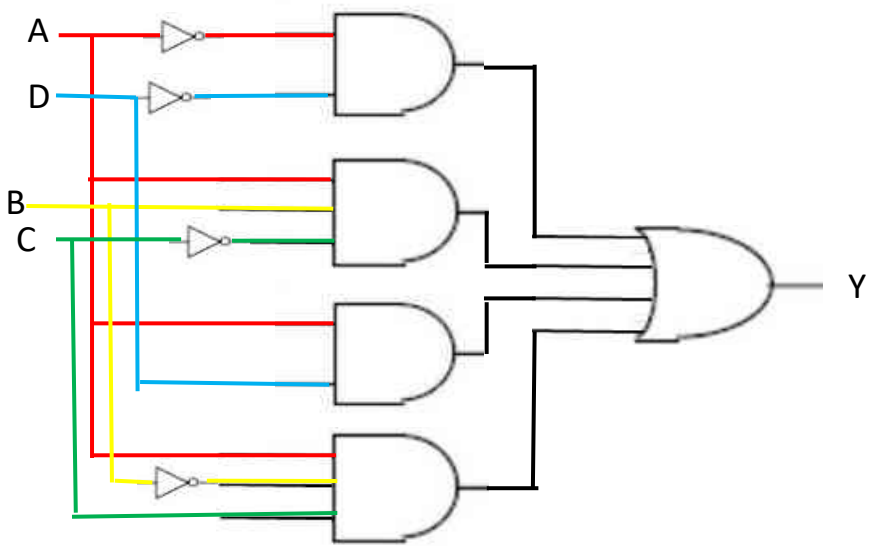
الحل:

- نلاحظ وجود علامة π بمعنى ان قيم الاخراج Y في المواقع المعطاة في المعادلة هي 0
- في خارطة كارنوف يكون التركيز على الـ 1 ، لذلك سوف نحول المعادلة لكي تحتوي على مواقع الـ 1 في الخارطة :

$$Y(A,B,C,D) = \sum(4,6,10,12,13,15) + d\,(0,2,9,11)$$



$$Y = \bar{A}\bar{D} + AB\bar{C} + AD + A\bar{B}C$$



3-دائرة نصف الطارح Half subtractor:

يشار الى دائرة المنطق المستخدمة لطرح B المطروح من A المطروح منه حيث A,B عددين لكل منهما بت واحد بدائرة نصف الطارح.

INPUT		OUTPUT	
A	B	C	D
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

ناتج الطرح ↑ ↑ هل هناك استعارة؟

A	0	10 ~~0~~	1	1
B	0	1	0	1
	0	1	1	0

INPUT		OUTPUT	
A	B	C	D
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

ناتج الطرح

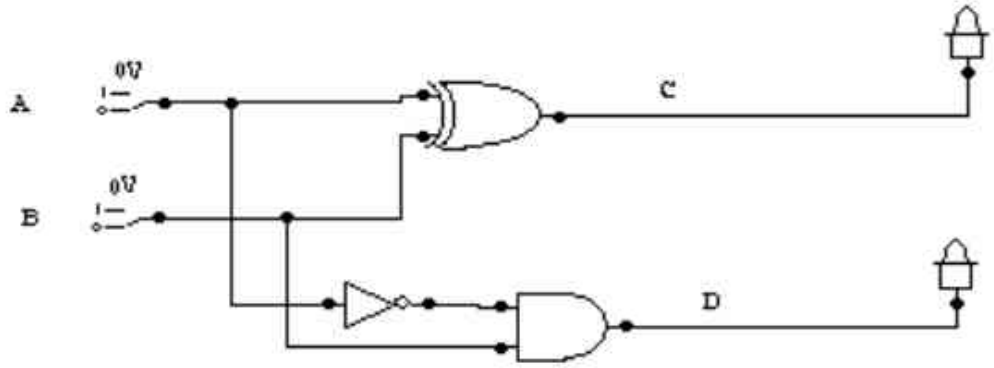
هل هناك استعارة؟

C	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	0	1
A	1	0

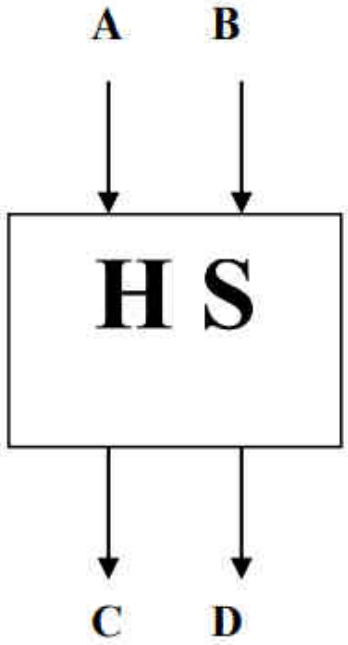
$$C = \overline{A}B + A\overline{B}$$
$$= A \oplus B$$

D	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	0	1
A	0	0

$$D = \overline{A}B$$



HALF SUBTRACTOR



4-الطارح التام Full Subtractor:

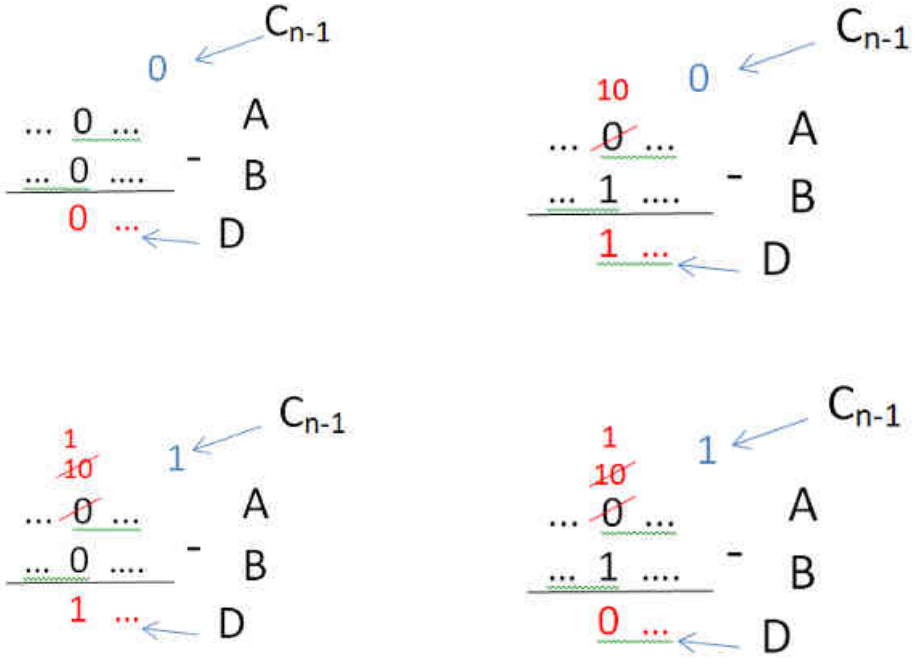
تحتاج دائرة الطارح التام مثل ما هو في دائرة الجامع التام، لغرض إجراء عملية الطرح للأرقام الثنائية المتعددة اذ يمكن استعارة من الرقم الثنائي في الموقع السابق. تمتلك دائرة الطارح التام ثلاثة أطراف للإدخال A_n المطروح منه و B_n المطروح و C_{n-1} المستعار من المرحلة السابقة ويمثل D_n الفرق C_n (الاستعارة) للاخراجين

A_n	B_n	C_{n-1}	D_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

هل هناك استعارة قديمة من A؟

ناتج الطرح

هل هناك استعارة جديدة ؟



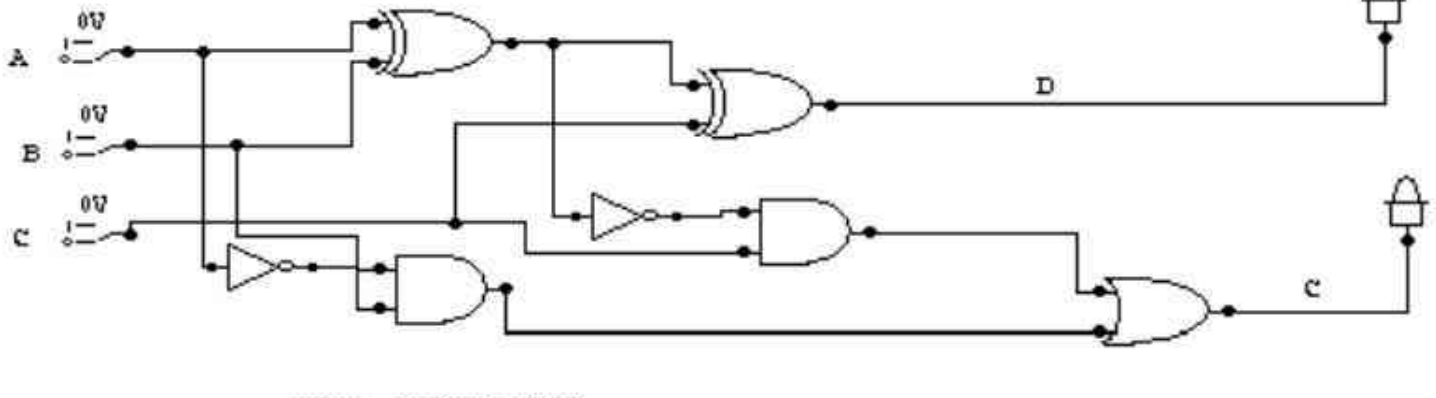
A_n	B_n	C_{n-1}	D_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

D	$\overline{C}_{n-1}$	C_{n-1}
$\overline{A}_n\ \overline{B}_n$	0	1
$\overline{A}_n\ B_n$	1	0
$A_n\ B_n$	0	1
$A_n\ \overline{B}_n$	1	0

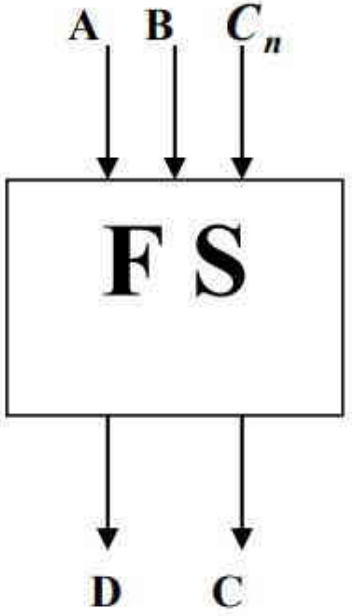
C_n	$\overline{C}_{n-1}$	C_{n-1}
$\overline{A}_n\ \overline{B}_n$	0	1
$\overline{A}_n\ B_n$	1	1
$A_n\ B_n$	0	1
$A_n\ \overline{B}_n$	0	0

$$D = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + ABC + A\overline{B}\overline{C}$$
$$= \overline{A}(\overline{B}C + B\overline{C}) + A(BC + \overline{B}\overline{C})$$
$$= \overline{A}(B \oplus C) + A(B \Theta C)$$
$$\text{let } D = B \oplus C \Rightarrow \overline{D} = B \Theta C$$
$$= \overline{A}D + A\overline{D} = A \oplus D$$
$$= A \oplus B \oplus C$$

$$C_n = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + ABC$$
$$= (\overline{A}\overline{B} + AB)C + \overline{A}B(\overline{C} + C)$$
$$= (A \Theta B)C + \overline{A}B$$

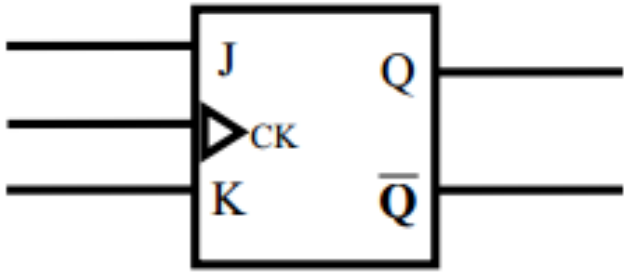


FULL SUBTRACTOR

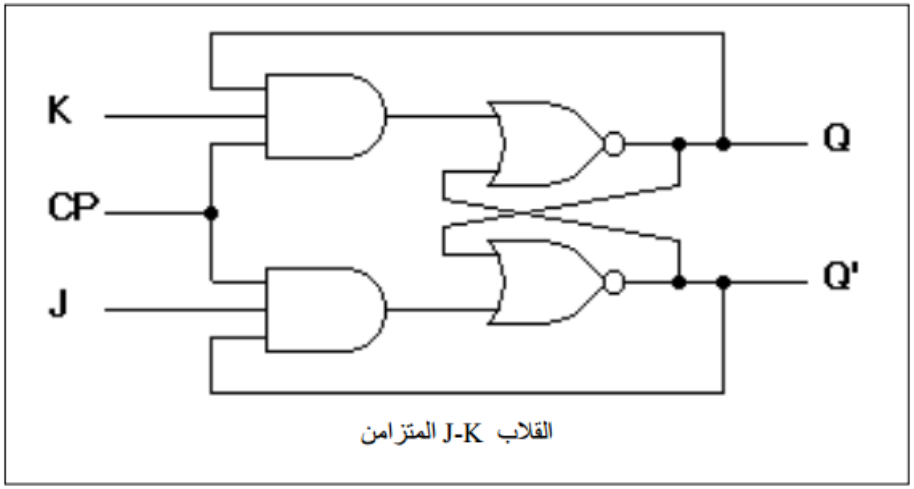


4-القلاب J-K (J-k – Flip Flop):

قلاب J-K هو صيغة محسنة من قلاب R-S بحيث إن الحالات غير المعرفة في الـR-S تكون معرفة في الـJ-K.الإدخالات J و K تسلك سلوك مماثل لإدخالات S و R في جميع الحالات ألا عندما يكون كلا الادخالان واحد (1) حيث تقلب قيمة القلاب الى متممتها ،أي اذا كانت قيمة الإخراج Q تساوي 1 تقلب إلى 0 والعكس بالعكس.



الرمز المنطقي للقلاب JK

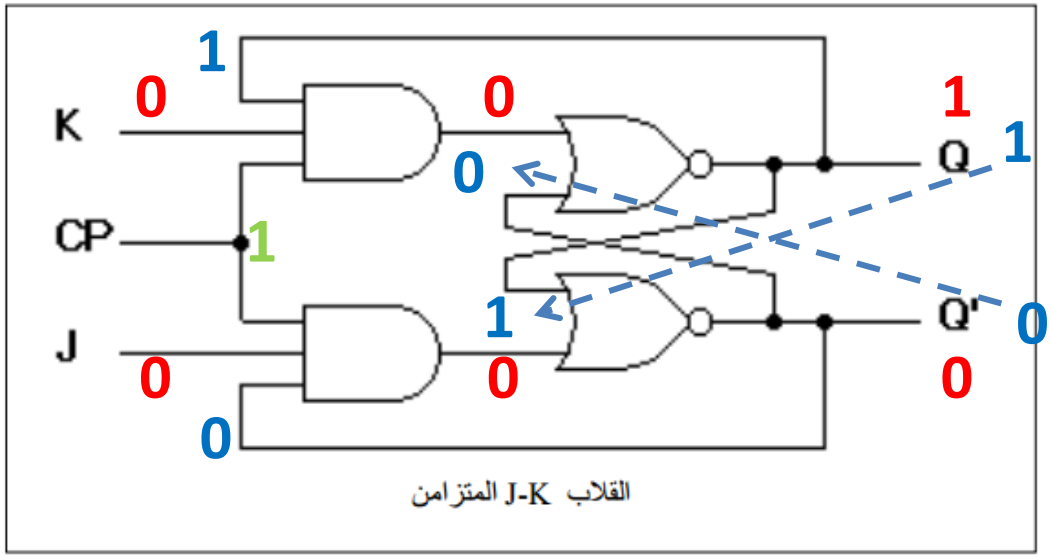


القلاب J-K المتزامن

القلاب JK يتكون من بوابتي (NOR) وبوابتي (AND) كما موضح في الشكل.الإخراج Q يرتبط مع الإدخال K ونبضات الساعةCK ببوابة (AND)، وكذلك الإخراج $\overline{Q}$' يرتبط مع الإدخالJ ونبضات الساعةCK ببوابة (AND) .

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOR

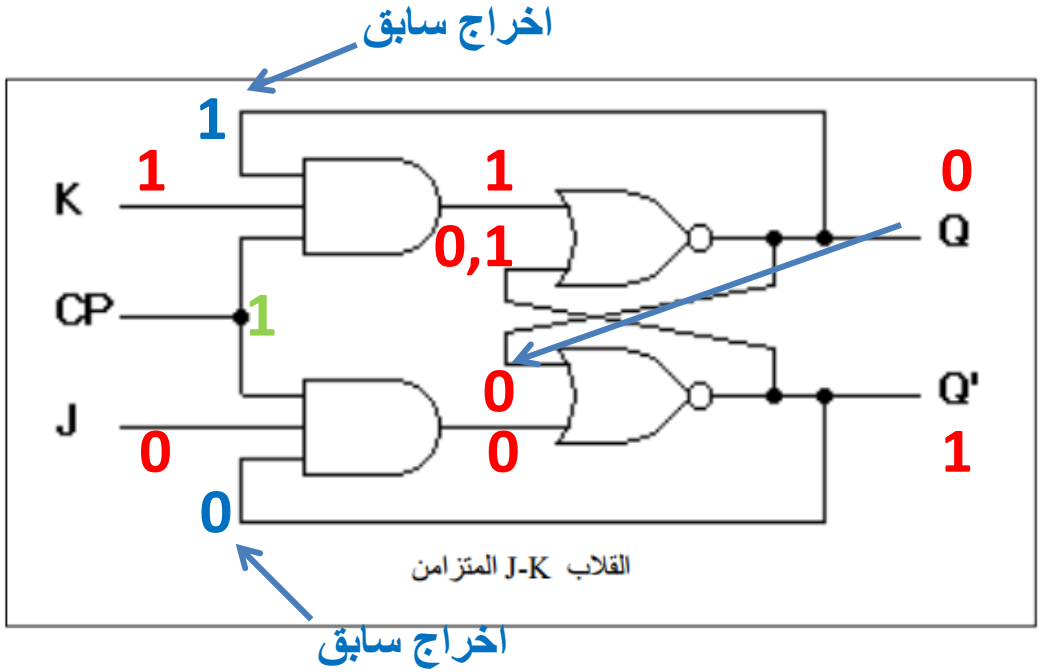


وضع التشغيل	المخرج		المداخل		
	$\bar{Q}$	Q	K	J	CK
وضع الإمساك (عدم التغير)	$\bar{Q}o$	Qo	0	0	⊓
الوضع غير الفعال	1	0	1	0	⊓
الوضع الفعال	0	1	0	1	⊓
وضع التبديل	Qo	$\bar{Q}o$	1	1	⊓
نبضة الساعة من (0) إلى (1)		الحالة السابقة Qo			

جدول الحقيقة للقلاب J-K المتزامن

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOR



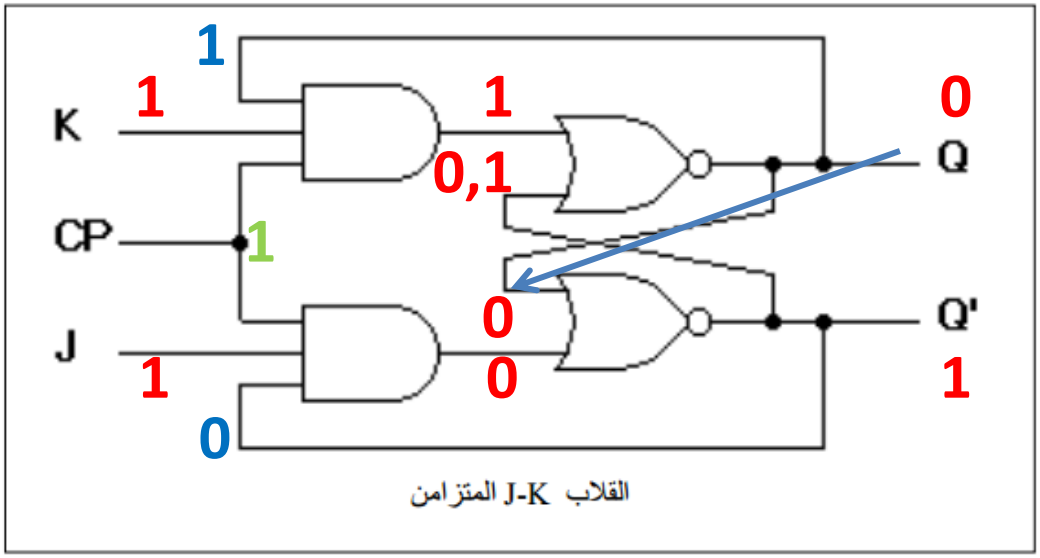
وضع التشغيل	المخرج		المداخل		
	$\bar{Q}$	Q	K	J	CK
وضع الإمساك (عدم التغير)	$\bar{Q}o$	Qo	0	0	
الوضع غير الفعال	1	0	1	0	
الوضع الفعال	0	1	0	1	
وضع التبديل	Qo	$\bar{Q}o$	1	1	

نبضة الساعة من (0) إلى (1) الحالة السابقة Qo

جدول الحقيقة للقلاب J-K المتزامن

A	B	x
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOR



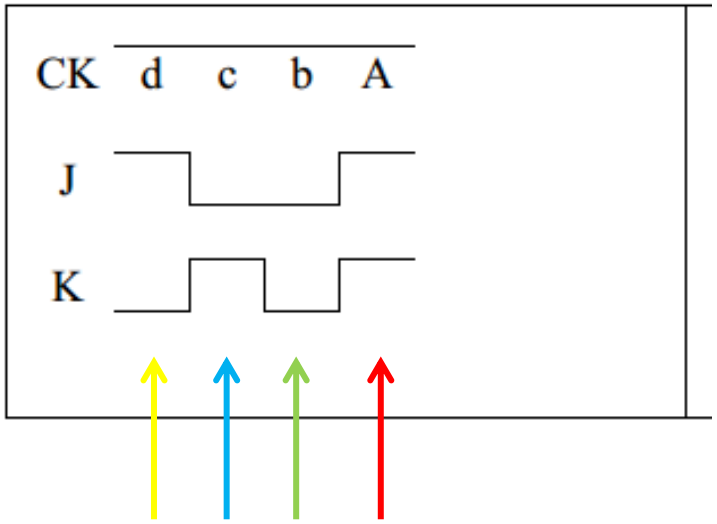
القلاب J-K المتزامن

وضع التشغيل	المخرج		المداخل		
	$\bar{Q}$	Q	K	J	CK
وضع الإمساك (عدم التغير)	$\bar{Q}o$	Qo	0	0	
الوضع غير الفعال	1	0	1	0	
الوضع الفعال	0	1	0	1	
وضع التبديل	Qo	$\bar{Q}o$	1	1	

نبضة الساعة من (0) إلى (1) الحالة السابقة Qo

جدول الحقيقة للقلاب J-K المتزامن

مثال: ارسم شكل نبضات الخرج (Q) لدائرة القلاب J-K وكذلك $\overline{CK}$ في شكل وافترض ان القلاب يعطي خرج Q=0 قبل وصول اول نبضة تزامن.



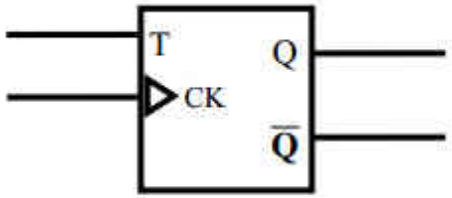
ملاحظة مهمة

الحل :-

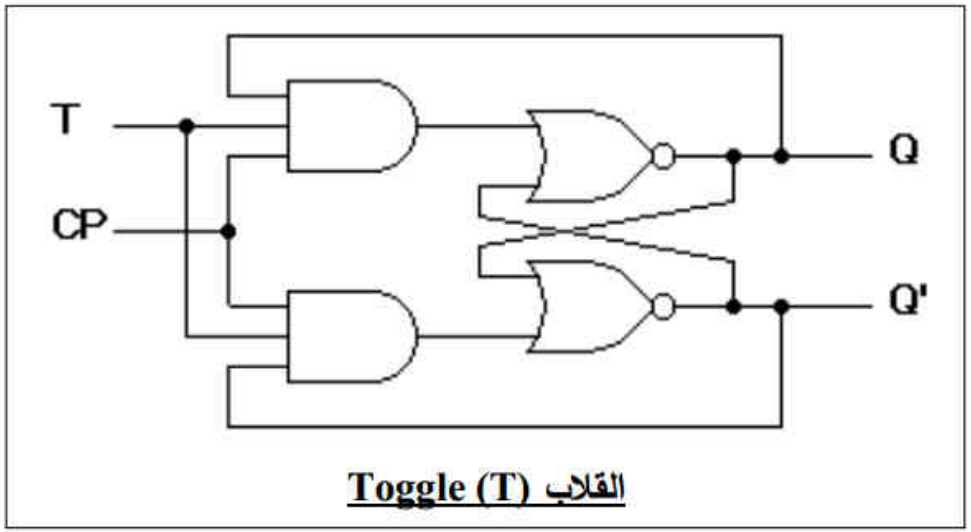
	CK	J	K	Q	$\overline{Q}$	وضع التشغيل
→	a	1	1	1	0	وضع التبديل
→	b	0	0	1	0	وضع الإمساك
→	c	0	1	0	1	وضع الحالة (0)
→	d	1	0	1	0	وضع الحالة (1)

5-القلاب (T) (TOGGLE FF(T-FF)) :

القلاب T هو في الحقيقة نسخة من قلاب JK لكنه بأدخال واحد كما موضح في الشكل، عند ربط كلا الإدخالين في قلاب JK نحصل على قلاب T ، والحرف T جاء من قابلية القلاب على التبديل (TOGGLE) حالته بغض النضر عن حالته الاصلية ، القلاب يتمم الاخراجات عندما تظهر نبضات الساعة و تكون T=1،



الرمز المنطقي للقلاب T

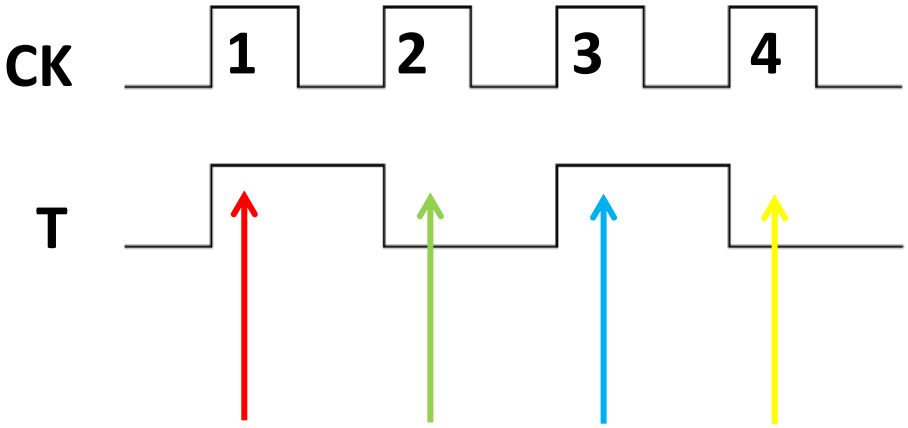


Toggle (T) القلاب

جدول الصواب			
CK	T	Q	$\overline{Q}$
⎍	0	لا تتغير	
⎍	1	تبديل	

مثال :- جد قيم الاخراج الطبيعي Q و الاخراج المتمم $\overline{Q}$ للموجة التالية في القلاب T ، و افترض ان القلاب يعطي خرج Q=0 قبل وصول اول نبضة تزامن

ملاحظة مهمة



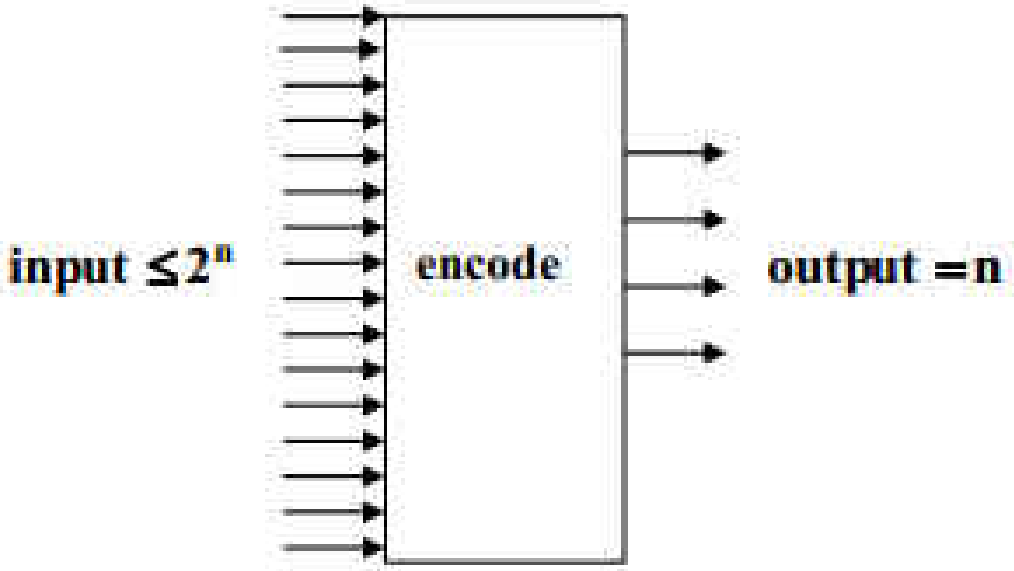
الحل : -

	CK	T	Q	$\overline{Q}$	الحالة
→	1	1	1	0	تبديل
→	2	0	1	0	لا تغيير
→	3	1	0	1	تبديل
→	4	0	0	1	لا تغيير

المشفر Encoder

عبارة عن دائرة منطقية متكاملة يستقبل مجموعة من الايعازات وله مجموعة من الاخراجات.

ويتقبل البيانات العشرية والثمانية (decimal or octal) و الاخراجات إما binary (ثنائي) أو BCD .



If Input =16 ⟶ $16 = 2^4$ ⟶ out put = 4

If Input =10 ⟶ $10 \approx 2^4$ ⟶ out put = 4

If Input = 8 ⟶ $8 = 2^3$ ⟶ out put = 3

مثال :- صمم دائرة تشفير تحول من النظام العشري(decimal) إلى الثنائي(Binary).

Input										Output				
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	b_3	b_2	b_1	b_0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	5
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	6
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	7
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	9

الاعداد العشرية
(10 رموز)

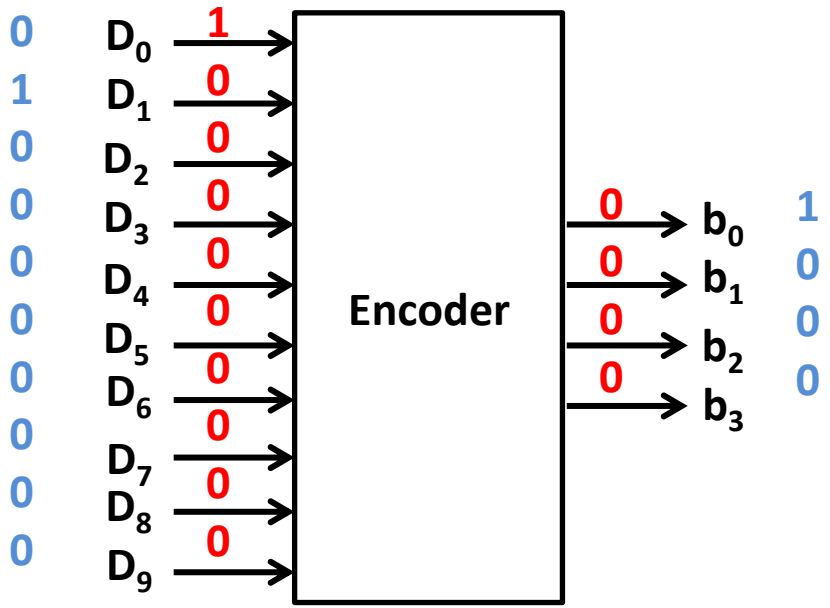
Input =10

$10 \approx 2^4$

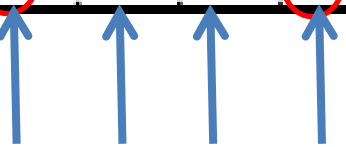
out put = 4

$b_3\ b_2\ b_1\ b_0$
8 4 2 1

One input Active (1) at a time
فقط ادخال واحد قيمته تكون (1) في الوقت الواحد



Input										Output				
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	b_3	b_2	b_1	b_0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	5
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	6
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	7
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	9



$$b_0 = D_1 + D_3 + D_5 + D_7 + D_9$$

$$b_1 = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

$$b_2 = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

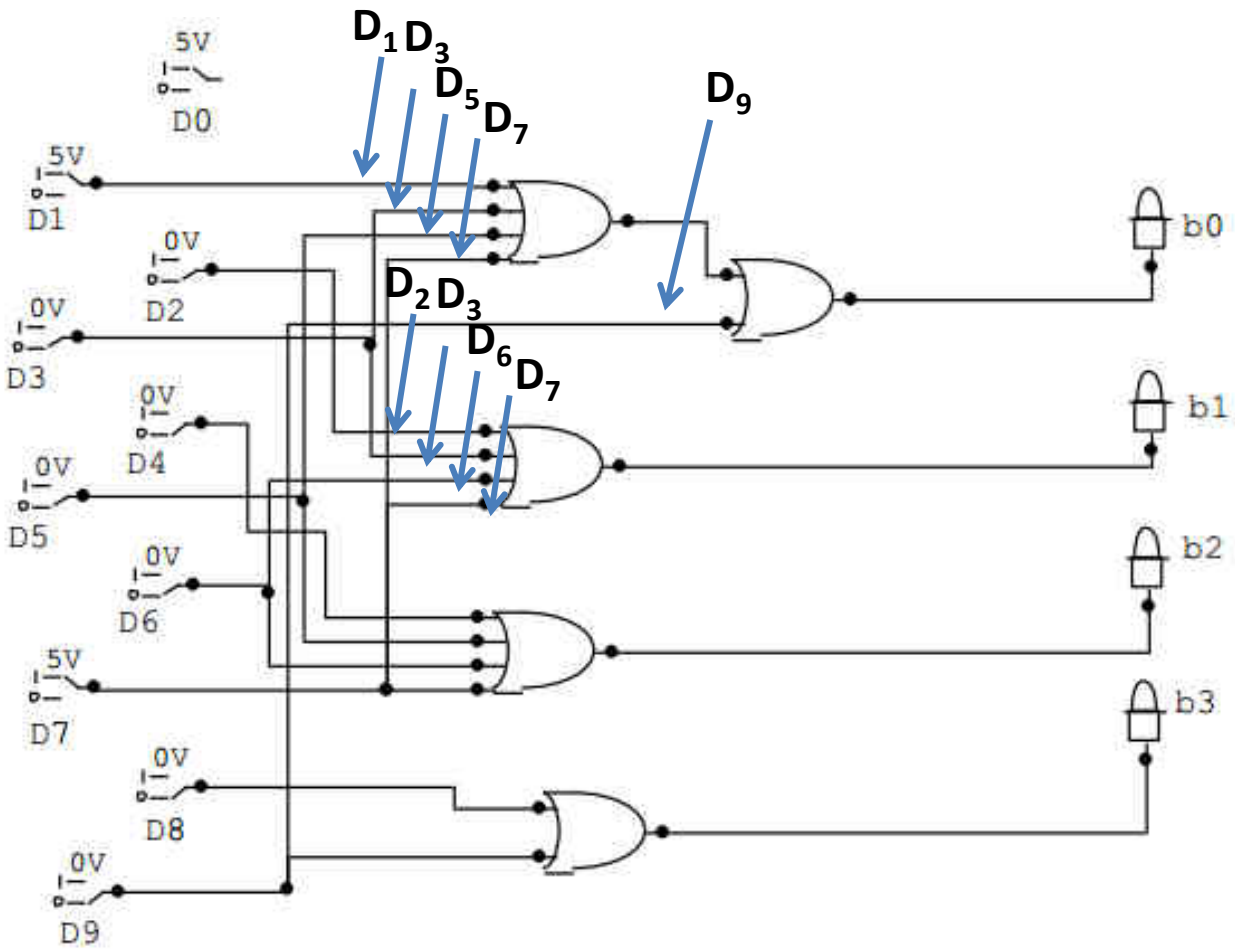
$$b_3 = D_8 + D_9$$

$$b_0 = D_1 + D_3 + D_5 + D_7 + D_9$$

$$b_1 = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

$$b_2 = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

$$b_3 = D_8 + D_9$$

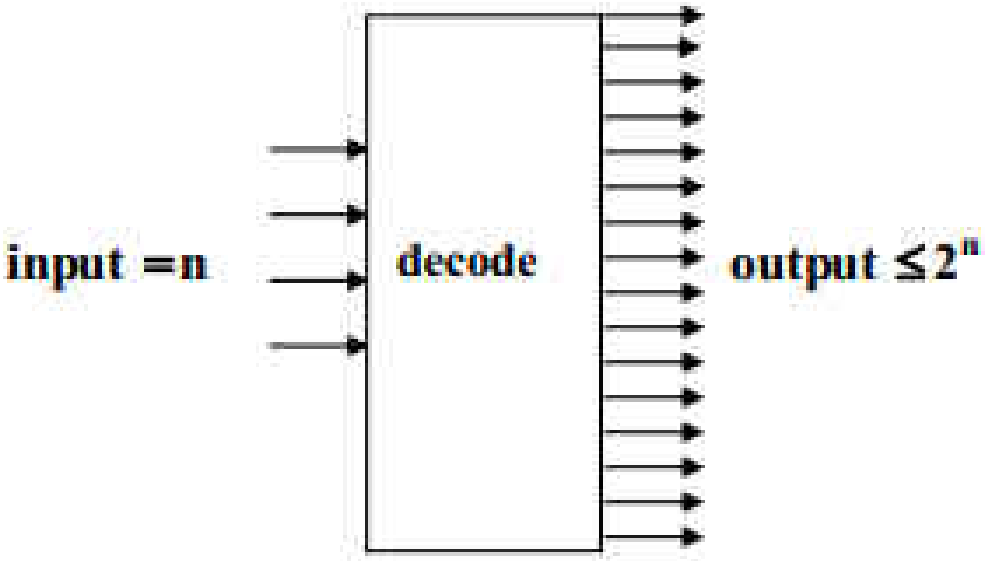


مشفر الاعداد العشرية

(تحويل decimal الى binary باستخدام المشفر)

المحلل Decoder

هي عبارة عن دائرة منطقية متكاملة يستقبل مجموعة من الايعازات وله مجموعة من الاخراجات.



If Input = 4 ⟶ $2^4 = 16$ ⟶ out put = 16

If Input = 3 ⟶ $2^3 = 8$ ⟶ out put = 8

مثال :- صمم دائرة المحلل للتحويل من الثنائي(Binary) الى النظام العشري(decimal) .

الحل.:

Input				mintrem	Output										
A	B	C	D												
b_3	b_2	b_1	b_0		D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	
0	0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	$\overline{A}\,\overline{B}C\,\overline{D}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	1	1	$\overline{A}\,\overline{B}CD$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3
0	1	0	0	$\overline{A}B\,\overline{C}\,\overline{D}$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4
0	1	0	1	$\overline{A}B\,\overline{C}D$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5
0	1	1	0	$\overline{A}BC\,\overline{D}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	6
0	1	1	1	$\overline{A}BCD$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	7
1	0	0	0	$A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	8
1	0	0	1	$A\,\overline{B}\,\overline{C}D$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9

الاعداد العشرية
(10 رموز)

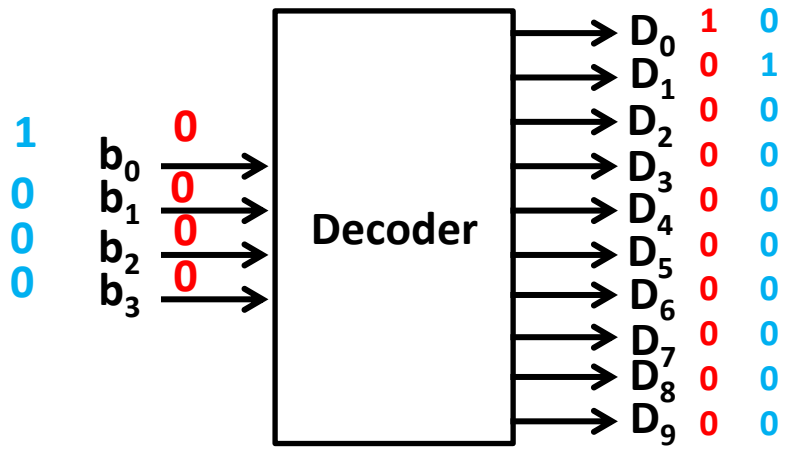
$10 \approx 2^4$

Input = 4

out put <= 16

$b_3\ b_2\ b_1\ b_0$
8 4 2 1

One output Active (1) at a time
فقط اخراج واحد قيمته تكون (1) في الوقت الواحد

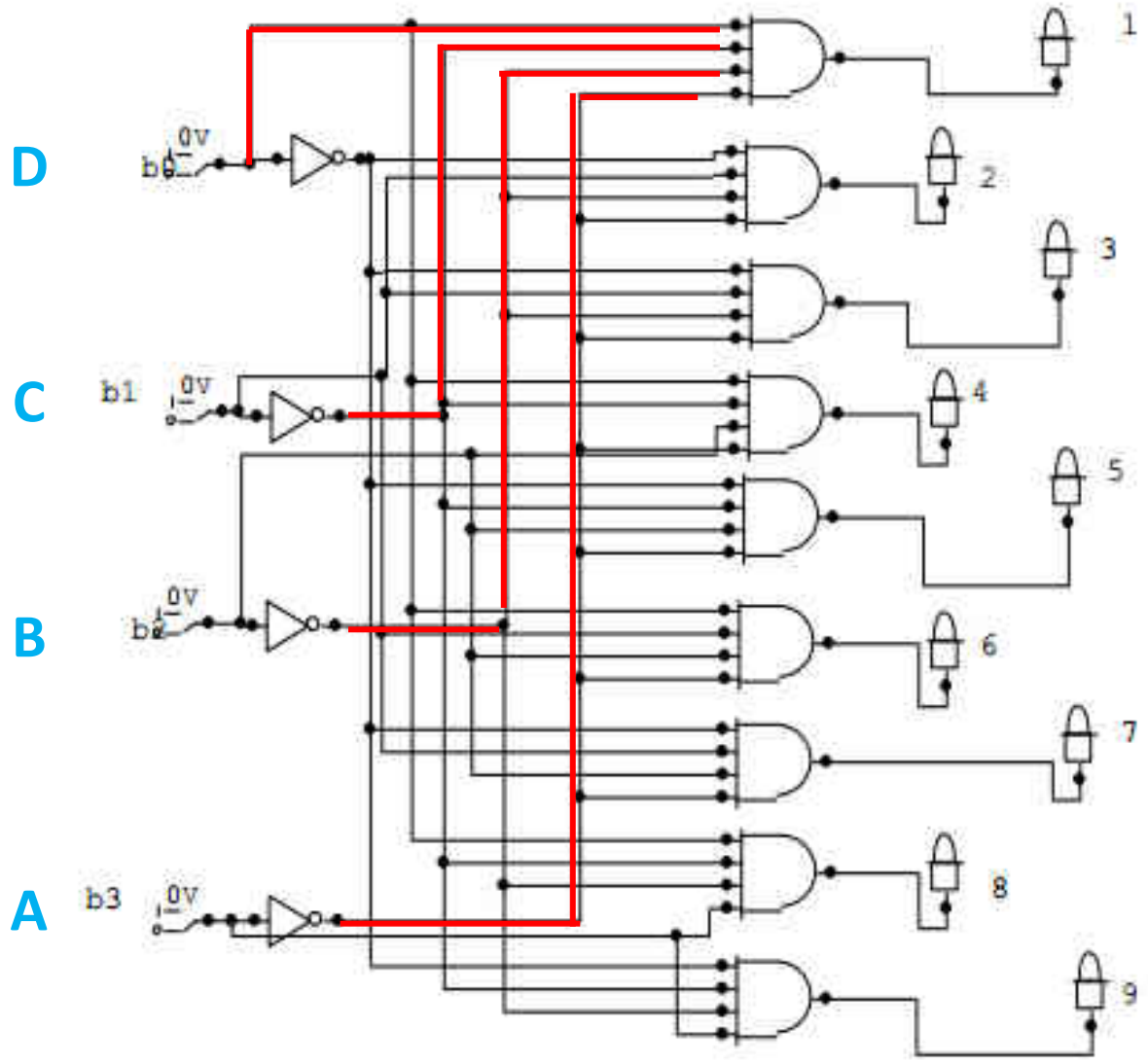


الحل.:

Input				mintrem	Output										
A	B	C	D												
b_3	b_2	b_1	b_0		D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	
0	0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}\overline{C}D$	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	$\overline{A}\,\overline{B}C\,\overline{D}$	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	1	1	$\overline{A}\,\overline{B}CD$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3
0	1	0	0	$\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4
0	1	0	1	$\overline{A}B\overline{C}D$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5
0	1	1	0	$\overline{A}BC\,\overline{D}$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	6
0	1	1	1	$\overline{A}BCD$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	7
1	0	0	0	$A\,\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	8
1	0	0	1	$A\,\overline{B}\overline{C}D$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9

$\overline{A}\,\overline{B}\overline{C}D, \overline{A}\,\overline{B}C\,\overline{D}, \overline{A}\,\overline{B}CD, \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}, \overline{A}B\overline{C}D, \overline{A}BC\,\overline{D}, \overline{A}BCD, A\,\overline{B}\overline{C}\,\overline{D}, A\,\overline{B}\overline{C}D$

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D, \bar{A}\bar{B}C\bar{D}, \bar{A}\bar{B}CD, \bar{A}B\bar{C}\bar{D}, \bar{A}B\bar{C}D, \bar{A}BC\bar{D}, \bar{A}BCD, A\bar{B}\bar{C}\bar{D},$
$A\bar{B}\bar{C}D$



(تحويل من Binary الى decimal باستخدام المحلل)

مثال :- صمم دائرة المحلل للتحويل من الثنائي(Binary) الى النظام الثماني (octal) .

موجود في الملزمة «الفصل الرابع»

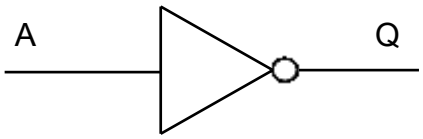
Logic Gates

The term logic gate actually gives a clue as to the function of these devices in an electronic circuit. 'Logic' implies some sort of rational thought process taking place and a 'gate' in everyday language allows something through when it is opened.

A Logic Gate in an electronic sense makes a 'logical' decision based upon a set of rules, and if the appropriate conditions are met then the gate is opened and an output signal is produced.

1. The NOT gate (or inverter)

This is the simplest form of logic gate and has only 1 input and 1 output. So how can it make a decision if it only has 1 input ? Simply the purpose of this gate is to invert the input signal so if a Logic 0 is at the input, the output will be at Logic 1 and vice versa. The symbol for a NOT gate is as follows.

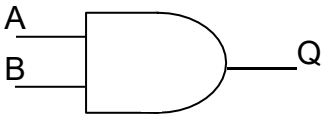


The output of a logic gate can also be summarised in the form of a table, called a 'Truth Table'. The truth table for a NOT gate is the simplest of all Truth Tables and is shown below.

Input	Output
A	Q
0	1
1	0

2. The AND gate.

We will start with a 2 input AND gate. The symbol for a 2 input AND gate is as follows.

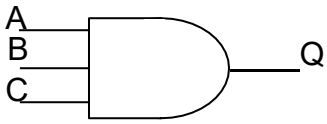


The truth table for the 2 input AND gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

We can see that the output is only at a Logic 1 when Input A AND Input B are at a Logic 1.

Now we will consider a 3 input AND gate.
The symbol is:

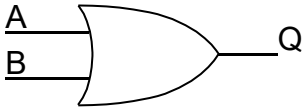


Inputs			Output
C	B	A	Q
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

We can see that the output is only at a Logic 1 when Input A AND Input B AND Input C are at a Logic 1.

3. The OR gate.

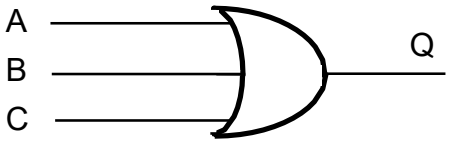
We will start with a 2 input OR gate. The symbol for a 2 input OR gate is as follows.



The truth table for the 2 input OR gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

We can see that the output is at a Logic 1 when Input A OR Input B OR both are at a Logic 1.
Now we will consider a 3 input OR gate.
The symbol is:

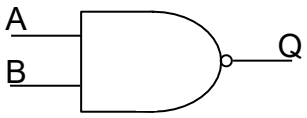


Inputs			Output
C	B	A	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

We can see that the output is at a Logic 1 when either Input A OR Input B OR Input C OR any combination are at a Logic 1.

4. The NAND gate.

We will start with a 2 input NAND gate. The symbol for a 2 input NAND gate is as follows.



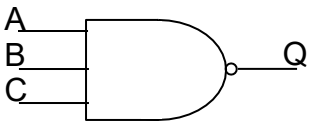
The truth table for the 2 input NAND gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

If you compare this truth table with that for the AND gate, you will find that the output Q is the exact opposite to the AND.
The Boolean expression for a 2 input NAND gate is

$$Q = \overline{A.B}$$

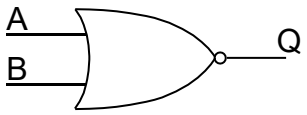
As before the '.' between the A and B means AND, and the 'bar' means invert the output in Boolean Algebra.
Now we will consider a 3 input NAND gate.
The symbol is:



Inputs			Output
C	B	A	Q
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

5. The NOR gate.

We will start with a 2 input NOR gate. The symbol for a 2 input NOR gate is as follows.



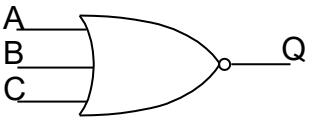
The truth table for the 2 input NOR gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

If you compare this truth table with that for the OR gate, you will find that the output Q is the exact opposite of the OR.
The Boolean expression for a 2 input NOR gate is

$$Q = \overline{A + B}$$

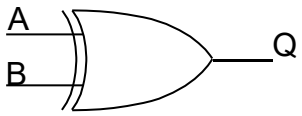
As before the '+' between the A and B means OR and the 'bar' means invert the result in Boolean Algebra.
Now we will consider a 3 input NOR gate.
The symbol is:



Inputs			Output
C	B	A	Q
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

6. The XOR gate.

The EXOR gate has 2 inputs and is a specialised version of the OR gate. The symbol for a 2 input XOR gate is as follows.



The truth table for the 2 input XOR gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Comparison with the 2 input OR gate will reveal that Q is a Logic 1 when either A or B is a Logic 1, but not when A and B are Logic 1.

The Boolean expression for a 2 input EXOR gate is

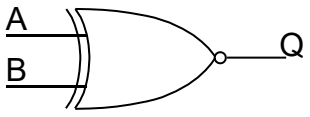
$$Q = A \oplus B$$

$$alternatively \quad Q = \overline{A}.B + A.\overline{B}$$

The '$\oplus$' between the A and B means Exclusive OR, however the alternative form will prove to be more useful later on in the course when simplifying Boolean expressions.

7. The XNOR gate.

The XNOR gate has 2 inputs and is the inverted form of the EXOR gate. The symbol for a 2 input XNOR gate is as follows.



The truth table for the 2 input XNOR gate is shown below.

Inputs		Output
B	A	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

If you compare this truth table with that for the EXOR gate, you will find that the output Q is the exact opposite to the EXOR.

The Boolean expression for a 2 input XNOR gate is

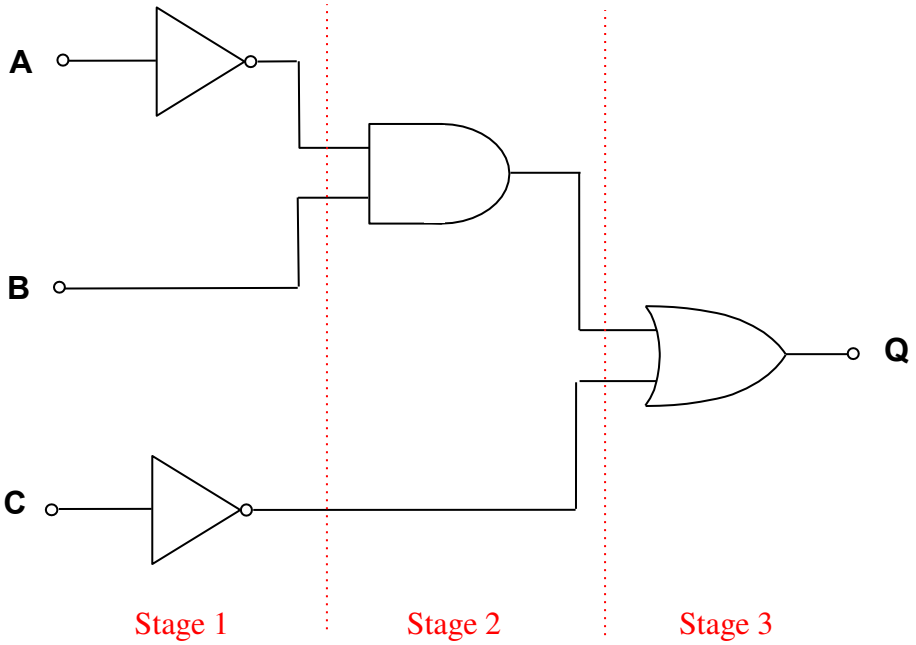
$$Q = \overline{A \oplus B}$$

$$alternatively \quad Q = \overline{A}.\overline{B} + A.B$$

The '$\oplus$' between the A and B means Exclusive OR, and the 'bar' means that the result is inverted. Once again however the alternative form will prove to be more useful later on in the course when simplifying Boolean expressions.

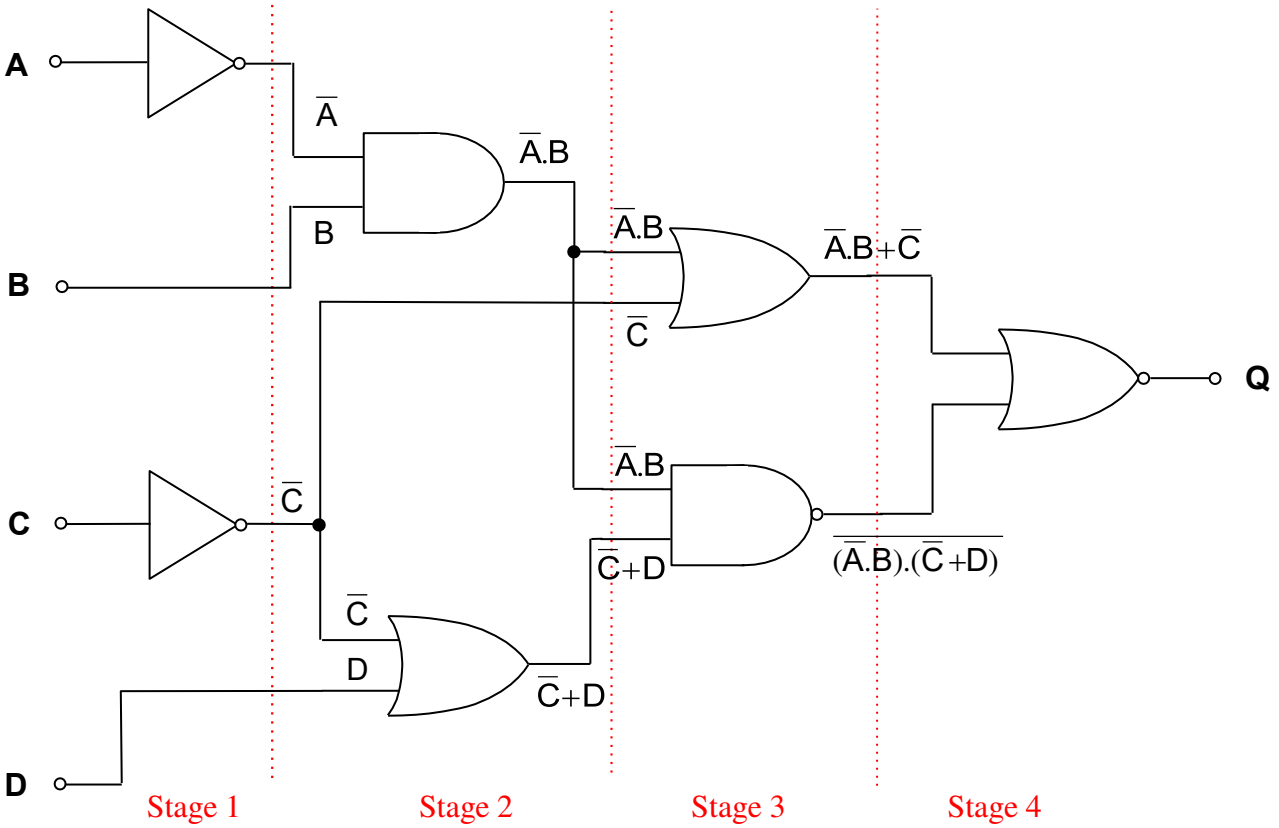
Example 1 :Draw the Boolean expression

$$Q=\overline{A}.B+\overline{C}$$

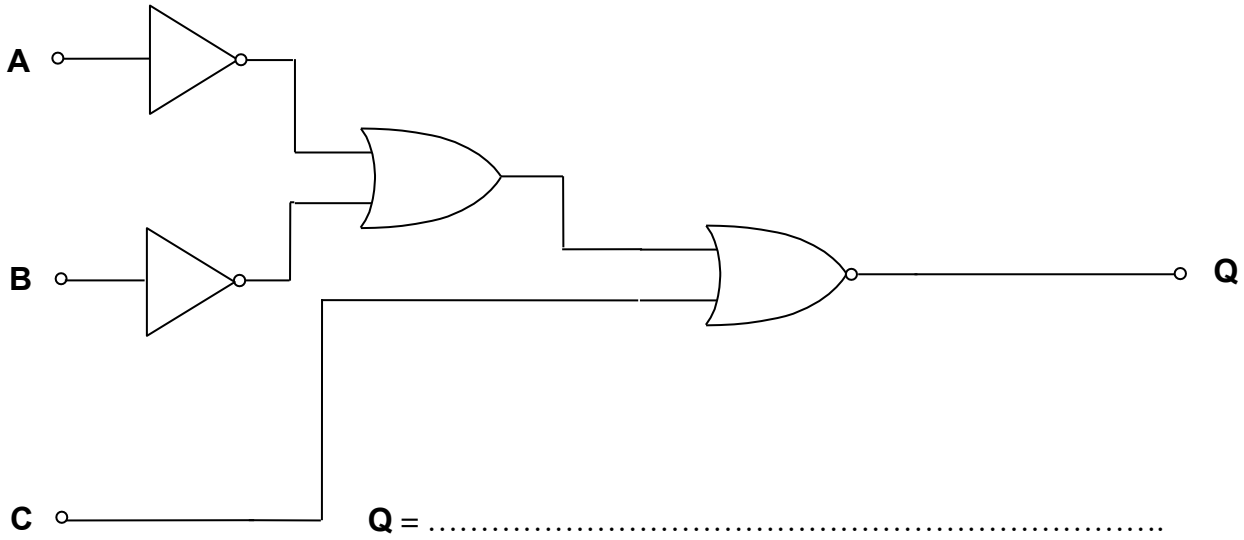


Example 2 :Draw the Boolean expression

$$Q=\overline{(\overline{A}.B+C)+(\overline{A}.B).(\overline{C}+D)}$$

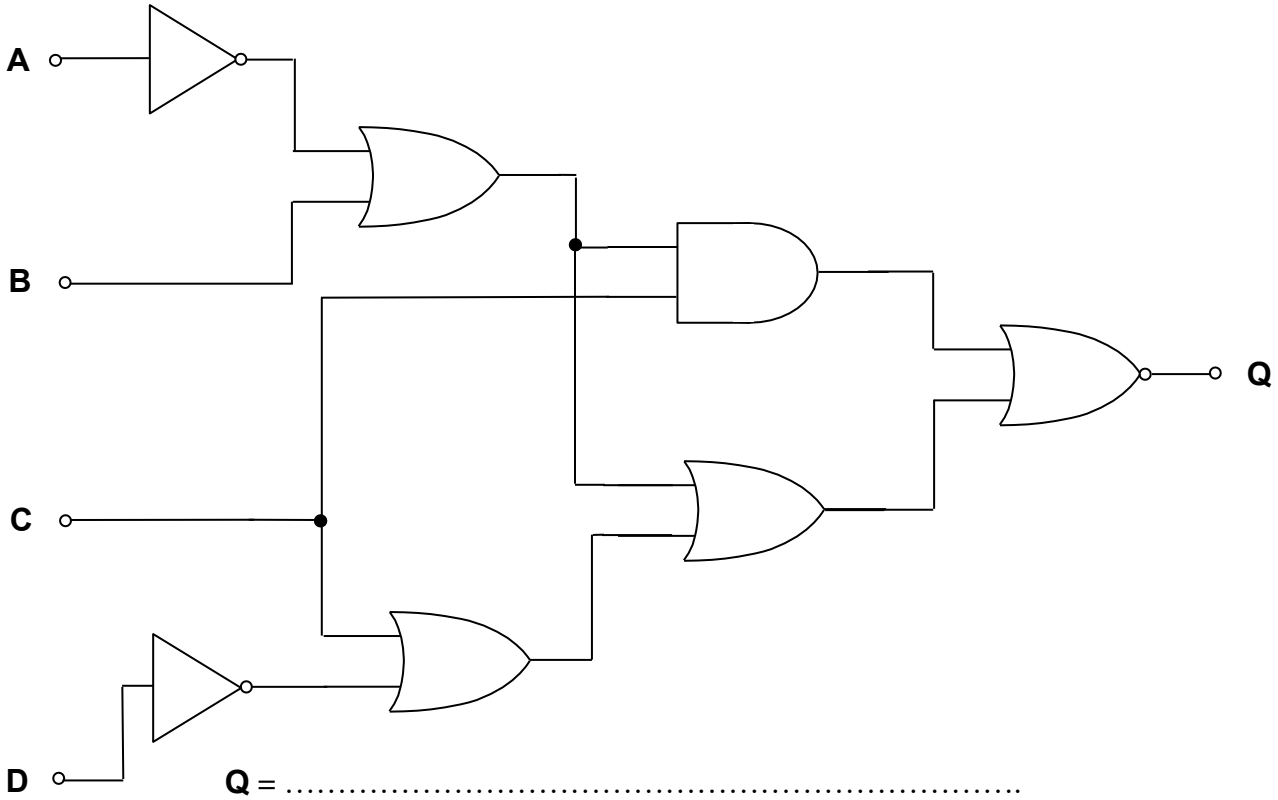


Example 3: write the Boolean Expression for the output of the following logic systems.



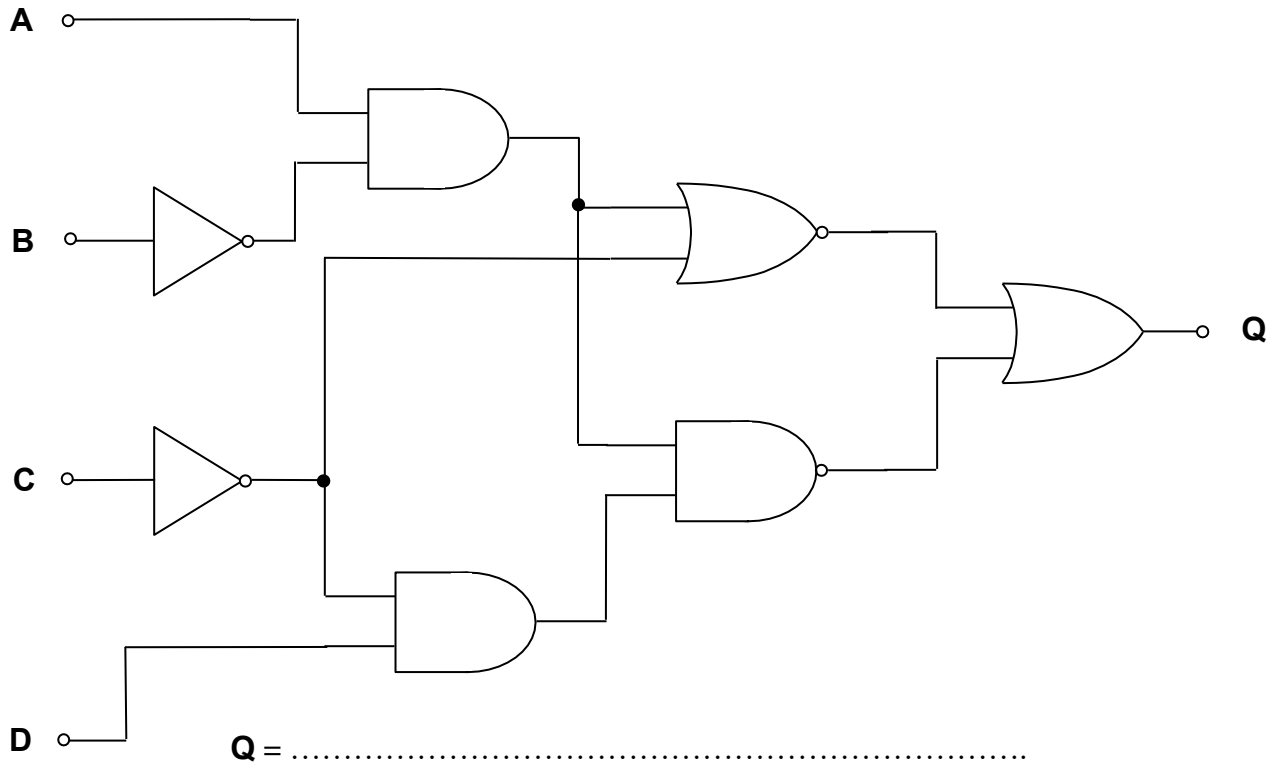
Q = …….

Example 4: write the Boolean Expression for the output of the following logic systems.

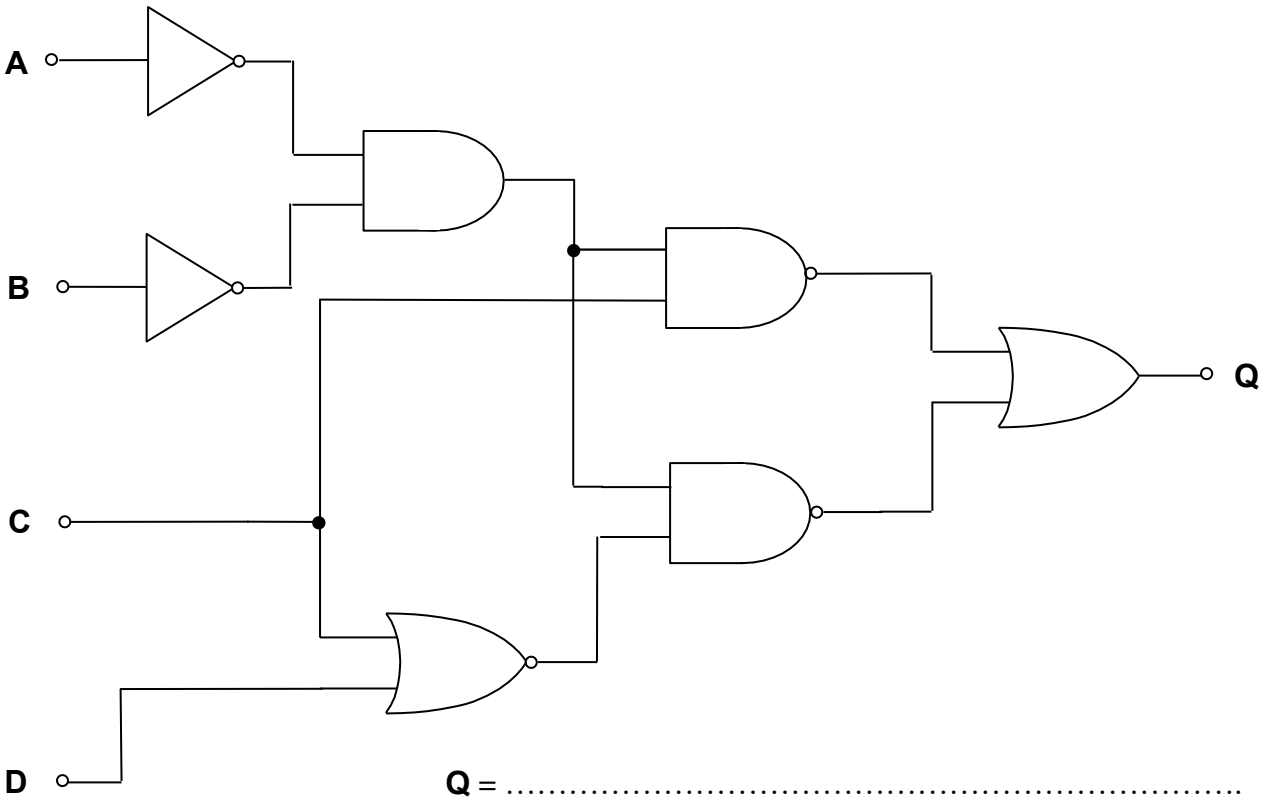


Q = …….

Example 5: write the Boolean Expression for the output of the following logic systems.



Q = …….



Q = …….