جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الفيزياء

ميكانيك الكم Quantum Mechanics

المرحلة الرابعة

مدرس المادة :
أ.م.د. مروان حفيظ يونس فصولة
م. لبنى حقي اسماعيل

لمحاضرة (1)

الخواص الأساسية المؤثرات في ميكانيكا الكم

Basic Properties of Operators

الخواص الأساسية للمؤثرات Basic Properties of Operators:

- الجمع والطرح لمؤثرين

$$(\hat{A}+\hat{B})f = \hat{A}f+\hat{B}f$$

$$(\hat{A}-\hat{B})f = \hat{A}f-\hat{B}f \qquad (2\text{-}1)$$

- ضرب مؤثرين

$$\hat{A}\hat{B}f \equiv \hat{A}[\hat{B}f] \qquad (2\text{-}2)$$

- في حال كون المؤثرين متساويين

$$\hat{A}f = \hat{B}f \qquad (2\text{-}3)$$

- مؤثر الوحدة حيادي بالنسبة للضرب

$$\hat{1}f = f \qquad (2\text{-}4)$$

- قانون الخلط(الربط)

$$\hat{A}(\hat{B}\hat{C}) = (\hat{A}\hat{B})\hat{C} \qquad (2\text{-}5)$$

$$\hat{A}(\hat{B}+\hat{C})=\hat{A}\hat{B}+\hat{A}\hat{C} \qquad (2\text{-}6)$$

$$\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$$

-المؤثرات الخطية Linear Operators :

يدرس في ميكانيكا الكم فقط ما يسمى المؤثرات الخطية والتي تتمتع بالخواص التالية:

$$\hat{A}(f+g) = \hat{A}f+\hat{A}g$$

$$\hat{A}(cf) = c\hat{A}f$$

(3-1)

يث c ثابت و f و g دوال ، ولنحاول أن نطبق ما سبق على المؤثر d/d x والمؤثر $()^2$ والمؤثر فنجد:

$$(d/dx)[f(x)+g(x)] = (d/dx)f(x)+(d/dx)g(x)$$

$$(d/dx)[cf(x)] = c\,(d/dx)f(x)$$ المؤثر خطي (3-2)

$$(f(x)+g(x))^2 \neq (f(x))^2+(g(x))^2$$

$$\sqrt{\psi_1+\psi_2} \neq \sqrt{\psi_1}+\sqrt{\psi_2} \qquad (3\text{-}3)$$

operators and Quantum mechanics المؤثرات وميكانيكا الكم

ت	اسم المؤثر	رمز المؤثر	قيمته
1	position الموقع	r او x	الضرب في r او x
2	momentum الزخم	p	$i\hbar\frac{d}{dx}$ او $i\hbar(\frac{d}{dx}+\frac{d}{dy}+\frac{d}{dz})$
3	kinetic energy الطاقة الحركية	T	$-\frac{\hbar^2}{2m}(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2})$
4	potential energy الطاقة الكامنة	V(r)	الضرب في v(r)
5	Hamiltonian الهاملتوني	H	T+V
6	Total energy الطاقة الكلية	E	$i\hbar\frac{d}{dt}$

المحاضرة الثانية

Eigen function and Eigenvalues

الخواص الأساسية للمؤثرات Basic Properties of Operators:

- الجمع والطرح لمؤثرين

$$(\hat{A}+\hat{B})f = \hat{A}f+\hat{B}f$$

$$(\hat{A}-\hat{B})f = \hat{A}f-\hat{B}f \qquad (2\text{-}1)$$

- ضرب مؤثرين

$$\hat{A}\hat{B}f \equiv \hat{A}[\hat{B}f] \qquad (2\text{-}2)$$

- في حال كون المؤثرين متساويين

$$\hat{A}f = \hat{B}f \qquad (2\text{-}3)$$

- مؤثر الوحدة حيادي بالنسبة للضرب

$$\hat{1}f = f \qquad (2\text{-}4)$$

- قانون الخلط(الربط)

$$\hat{A}(\hat{B}\hat{C}) = (\hat{A}\hat{B})\hat{C} \qquad (2\text{-}5)$$

هل الدالة التالية دالة خاصة للهاملتوني؟

$$\psi = A\cos(kx - \omega t)$$

الحل:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U(x)\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$$

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(x,t) = -K^2\psi(x,t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = -\omega A\sin(kx - \omega t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}.-K^2\psi(x,t) + U(x)\psi(x,t) = -i\hbar\omega A\sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\hbar^2 K^2}{2m}\psi(x,t) + U(x)\psi(x,t) = -i\hbar\omega A\sin(kx - \omega t)$$

$$\left(\frac{\hbar^2 K^2}{2m} + U(x)\right)\psi(x,t) = -EiA\sin(kx - \omega t)$$

$$E\psi(x,t) = -EiA\sin(kx - \omega t) \Rightarrow$$

$$\psi(x,t) = -iA\sin(kx - \omega t) \neq A\cos(ks - \omega t)$$

الدالة لا تحقق الشرط

المحاضرات (3)

Commutators

$$\hat{A}\psi = a\psi$$
$$\hat{B}\psi = b\psi$$

$$[\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{B}, \hat{A}] = 0$$

$$[\hat{A}, \hat{A}] = 0$$

$$[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{C}]$$

$$[\hat{A} + \hat{B}, \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{C}] + [\hat{B}, \hat{C}]$$

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}]$$

$$[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B} + \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}]$$

$$\left[A_1A_2, B_1B_2\right] = B_1\left[A_1A_2, B_2\right] + \left[A_1A_2, B_2\right]B_2$$

$$[\hat{A}, [\hat{B}, \hat{C}]] + [\hat{C}, [\hat{A}, \hat{B}]] + [\hat{B}, [\hat{C}, \hat{A}]] = 0$$

$$[\hat{A}, \hat{B}^n] = n\hat{B}^{n-1}[\hat{A}, \hat{B}]$$

أمثلة:

$$[x,p^2] = [x,p]p + p[x,p]$$
$$= i\hbar p + i\hbar p = 2i\hbar p$$

If you prefer to do it the long way around, you'll get the same answer:

$$\begin{aligned}
[x,p^2]f(x) &= -\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{d^2}{dx^2}(xf) \\
&= -\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{d}{dx}\left(x\frac{df}{dx} + f\right) \\
&= -\hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2 x\frac{d^2 f}{dx^2} + \hbar^2\frac{df}{dx} + \hbar^2\frac{df}{dx} \\
&= 2\hbar^2\frac{df}{dx} = 2i\hbar\left(-i\hbar\frac{df}{dx}\right) = 2i\hbar p f(x)
\end{aligned}$$

and therefore

$$[x,p^2] = 2i\hbar p$$

المحاضرات(4)

Orthonormalization condition

$$dp = \left|\psi(r,t)\right|^2 dv = \psi^*(r,t)\psi(r,t)dv$$

$$\int \psi_n \psi_m dv = \delta_{nm}$$

$$when \quad n = m \Rightarrow \int \psi_n \psi_m dv = \delta_{nm} = 1$$

$$when \quad n \neq m \Rightarrow \int \psi_n \psi_m dv = \delta_{nm} = 0$$

أوجد ثابت المعايرة A. علما أن:

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$
$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$

الحل باستخدام شرط التنظيم(المعايرة) تابع الحل:

$$\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a \left| A \sin\frac{\pi n}{a}x \right|^2 dx = 1 \Rightarrow$$

$$A^2 \int_0^a \sin^2\frac{\pi n}{a}x\, dx = A^2 \int_0^a \left(\frac{1-\cos\frac{2\pi n}{a}x}{2} \right) dx = 1$$

$$A^2 \left(\int_0^a \frac{1}{2} dx \right) - \int_0^a \frac{\cos\frac{2\pi n}{a}x}{2} dx = 1$$

$$A^2 . \frac{a}{2} - 0 = 1 \Rightarrow A^2 = \frac{2}{a} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

$$then \qquad \psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\frac{\pi n}{a}x$$

وهذه الدالة الأخيرة معايرة جرب بنفسك بتطبيق علاقة المعايرة من جديد

المحاظرة الخامسة

نظرية الاستطارة[1]

١٠-١ مقدمة

الوسيلة الوحيدة لفحص طاقات الوضع النووية هى تقريب النيوكلونات من بعضها البعض ثم دراسة ماينشأ بينها من تفاعلات، كما هو الحال عند دراسة القوى المغناطيسية بتقريب المغناطيسات بعضها من بعض ودراسة كيفية تأثير كل منها على الآخر.

لإجراء ذلك يلزمنا حزمة ساقطة من الجسيمات النووية وأنوية أو نيوكلونات كهدف وجهاز كاشف[2] يمكننا من معرفة كيفية الانحراف (الاستطارة)، الناتج عن التفاعل النووى، بين جسيمات الحزمة الساقطة وجسيمات الهدف. من الدراسة التفصيلية لكل من التوزيع الزاوى وشدة الجسيمات المستطارة يمكن استنتاج شكل طاقة وضع التفاعل.

نظرا لأن الهدف يتسبب فى إحداث استطارة للحزمة الساقطة فإن التجارب التى تقع فى هذا الإطار يطلق عليها اسم تجارب الاستطارة ويستخدم فى تحليل نتائجها مايسمى بنظرية الاستطارة. وحيث أننا سنتعامل هنا مع أنظمة كمية فالحاجة تحتم علينا الاتجاه إلى نظرية الاستطارة الكمية[3]. ولكن لتوضيح الرؤية يفضل البدء أولا بالتجارب التى تتم تحت ظروف كلاسيكية بحتة.

١٠–٢ نظرية الاستطارة الكلاسيكية[1]

نعتبر حزمة من الجسيمات المنتظمة الكثافة، كل جسيم يسير بسرعة ثابتة υ. نعرف الفيض[2] F لهذه الحزمة بأنه عدد الجسيمات التى تسقط على وحدة المساحات (المساحة عمودية على اتجاه الحزمة) فى وحدة الزمن. هذا العدد يساوى عدد الجسيمات الواقعة فى حجم محدد بمقطع مستعرض[3] مساحته الوحدة وارتفاع مقداره υ. إذا كانت كثافة الجسيمات هى ρ فإن الفيض يساوى

$$F = \rho\upsilon \qquad (١٠–١)$$

وأبعاده هى

$$[F] = L^{-2}T^{-1} \qquad (١٠–٢)$$

نفرض أن صفر الإحداثيات يقع عند موضع الهدف، وأن الحزمة موجهة على امتداد المحور-z، شكل ١٠–١. نتعرف على شدة واتجاه الاستطارة من حساب المقطع المستعرض التفاضلى[4] $\sigma(\vartheta,\varphi)$ ، حيث

$\sigma(\vartheta,\varphi)d\Omega$ = عدد الجسيمات التى تستطار داخل الزاوية المجسمة $d\Omega(\vartheta,\varphi)$ فى وحدة الزمن لوحدة الفيض (١٠–٣)

أما أبعاد $\sigma(\vartheta,\varphi)$ فتساوى

$$[\sigma(\vartheta,\varphi)] = T^{-1}\left(L^{-2}T^{-1}\right)^{-1} = L^{2} \qquad (١٠–٤)$$

أى أن المقطع المستعرض التفاضلى يعبر عن مساحة.

نحصل على المقطع المستعرض الكلى[5] للاستطارة σ بتكامل المقطع المستعرض التفاضلى على كل الزوايا المجسمة