- اذا كانت $f(a_0).f(x_0) > 0$ فان $b_1 = b_0, x_0 = a_1$ اي ان الفترة التي تحتوي الجذر هي $[x_0, b_1]$ نحسب $x_1 = \frac{x_0+b_1}{2}$

اذا كانت $|x_{i+1} - x_i| < \epsilon$ او $|f(x_{i+1})| < \epsilon$ فان x_{i+1} هو جذر المعادلة ونتوقف وبخلاف ذلك نعيد تكرار الخطوات السابقة الى ان نصل للقيمة المطلوبة $|x_{i+1} - x_i| < \epsilon$.

__مثال:-__ باستخدام طريقة تنصيف الفترة جد قيمة تقريبية لجذر المعادلة التالية

$$f(x) = xlnx - 1, [1,2], \epsilon = 0.001$$

__الحل__:- تختبر فيما اذا كانت الفترة تحتوي على جذر للمعادلة

$f(1) = -1$
$f(2) = 0.33629436$

$f(1) * f(2) < 0$ يوجد جذر ضمن الفترة المعطاة

$$x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

$$f(1.5) = -0.391802337$$

$$f(a_0).f(x_0) = (-1) * (-0.391802337) = 0.391802337 > 0$$

$$a_1 = x_0, b_1 = b_0 \Rightarrow [1.5,2]$$
$$|a_1 - b_1| = |1.5 - 2| = 0.5 > 0$$

$$x_1 = \frac{1.5+2}{2} = 1.75$$

$$f(1.75) = -0.020672371$$

$$f(a_1).f(x_1) = (-0.391802337) * (-0.020672371) = 0.008099483 > 0$$

$$a_2 = x_1, b_2 = b_1 \Rightarrow [1.75,2]$$
$$|a_2 - b_2| = |1.75 - 2| = 0.25 > \epsilon$$

$$x_2 = \frac{1.75+2}{2} = 1.875$$

$$f(1.875) = 0.178641836$$

$$f(a_2).f(x_2) = (-0.020672371)(0.178641836) = 0.00369295 < 0$$

$$a_3 = a_2, b_3 = x_2 \Rightarrow [1.75,1.875]$$
$$|a_3 - b_3| = |1.75 - 1.875| = 0.125 > \epsilon$$

$x_3 = 1.8125$, $[1.75, 1.8125]$
$x_4 = 1.78123, [1.75, 1.78125$
$x_5 = 1.765625, [1.75, 1.765625]$
$x_6 = 1.7578125, [1.7578125, 1.765625]$
$x_7 = 1.76171875, [1.76171875, 1.765625]$
$x_8 = 1.763671875, [1.7671875, 1.763671875]$
$x_9 = 1.762625313$

$|x_9 - x_8| = 0.000976562$

$x_9 = 1.762625313$ هو الجذر للمعادلة اعلاه بنسبة خطأ اقل من (0.001)

<u>واجب</u>:- باستخدام طريقة تنصيف الفترة جد قيمة تقريبية لجذر المعادلة التالية
$f(x) = x - cosx, [0,1], \epsilon = 0.02$

<u>الحل</u>:-

0	0.5	0.75	0.875	0.9375	0.96875	0.989375	1
-1	-0.5	-0.25	-0.125	-0.0623	-0.0311	-0.0154	0.0015

$$x_0 = \frac{0+1}{2} = 0.5, \quad [0.5, 1]$$

$$x_1 = \frac{0.5+1}{2} = 0.75, \quad [0.75, 1]$$

$$x_2 = \frac{0.75+1}{2} = 0.875, \quad [0.875, 1]$$

$$x_3 = \frac{0.875+1}{2} = 0.9375, \quad [0.9375, 1]$$

$$x_4 = \frac{0.9375+1}{2} = 0.96875, \quad [0.96875, 1]$$

$$x_5 = \frac{0.96875+1}{2} = 0.984375, \quad [0.984375, 1]$$

$|x_5 - 1| < \epsilon \rightarrow$ x_5 is the root

2-طريقة الموضع الكاذب:- The False Position method

تعتبر هذه الطريقة من الطرق القديمة لحساب جذور المعادلة الغير الخطية وهي تعتمد ايضا على نظرية القيمة المتوسطة.

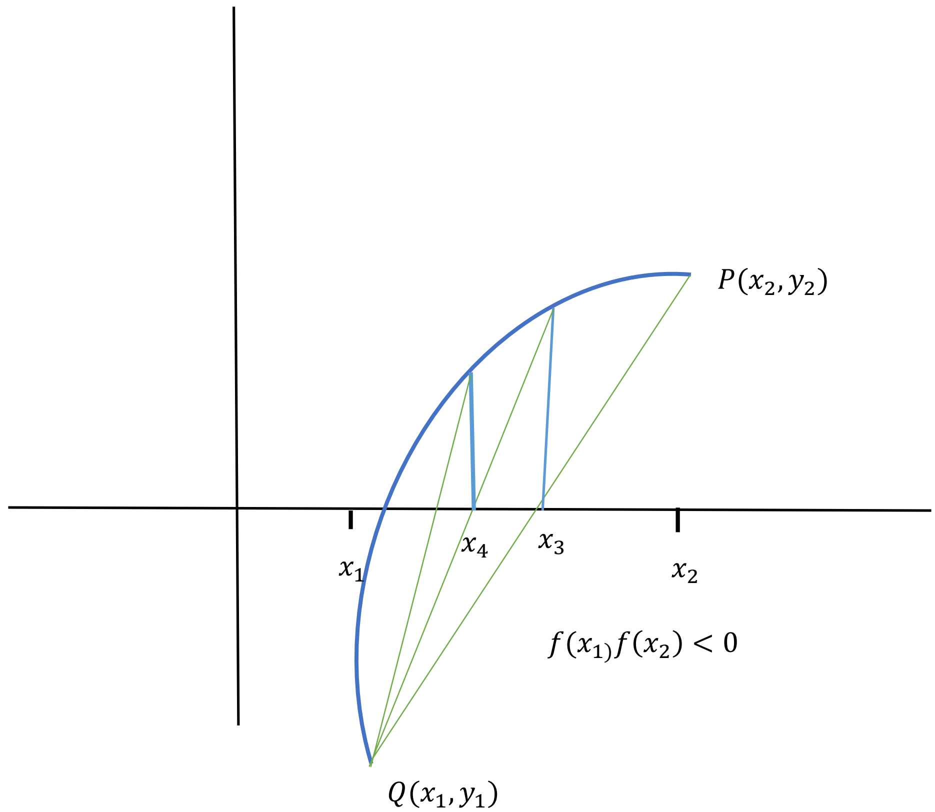
لتكن الدالة $f(x)$ لها جذر يقع في الفترة المغلقة $[x_1 , x_2]$, اي ان x_2, x_1 نقطتان على جانبي جذر المعادلة, نرسم مماس للمنحنيين يصل بين النقطتين $Q(x_1, y_1)$ و $P(x_2, y_2)$ فيقطع محور السيني في النقطة x_3. باستحدام معادلة المماس والتي هي:

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Rightarrow (x_3 - x_2) = -\frac{y_2(x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1)}$$

$$\Rightarrow x_3 = x_2 - \frac{y_2(x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1)}$$



فاذا كانت $f(x_1)f(x_2) = 0$ او $f(x_3) = 0$ فان x_3 هي جذر المعادلة.

اما اذا كانت $f(x_1)f(x_3) < 0$ فان جذر المعادلة يقع في $[x_1, x_3]$ اي نضع $x_2 = x_3$ ثم نحسب قيمة x_3 من جديد.

واذا كانت $f(x_1)f(x_3) > 0$ فان جذر المعادلة يقع في $[x_3, x_2]$ اي نضع $x_1 = x_3$ ثم نحسب قيمة x_3 من جديد.

وباعادة الخوارزمية اعلاه وبعد عدة تكرارات فاننا نتوقف عند الدقة المطلوبة (ϵ).

ويممكن وضع صيغة عامة لطريقة الموضع الكاذب وكمايلي:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{y_i(x_i - x_{i-1})}{(y_i - y_{i-1})}, i = 2,3, \ldots.$$

ان شرط التوقف لطريقة الموضع الكاذب يمكن كتابته على النحو التالي

$$|x_{i+1} - x_i| < \epsilon$$

مثال:- باستخدام طريقة الموضع الكاذب جد الجذر التقريبي للدالة

a) $f(x) = xe^x - 1$ ضمن الفترة $[0,1]$ وبدقة $\epsilon = 0.05$

الحل:-

$x_1 = 0, \quad y_1 = -1$
$x_2 = 1, y_2 = 1.718$

يوجد جذر ضمن الفترة المعطاة $y_1 * y_2 < 0$

$$x_3 = x_2 - \frac{y_2(x_2 - x_1)}{y_2 - y_1} = 1 - \frac{1.718(1-0)}{1.718+1} = 0.368$$

$$|x_3 - x_2| = 0.632 > \epsilon$$

$$y_3 = f(x_3) = -0.468, \ \ y_1 * y_3 > 0 \ \Rightarrow \ [0.368,1]$$

$$x_4 = x_3 - \frac{y_3(x_3 - x_2)}{y_3 - y_2} = 0.368 + \frac{0.468(0.368-1)}{-0.468-1.718} = 0.503$$

$$|x_4 - x_3| = 0.135 > \epsilon$$

$$y_4 = f(x_4) = -0.168, \ \ y_3 * y_4 > 0 \ \Rightarrow \ [0.503,1]$$

$$x_5 = x_4 - \frac{y_4(x_4 - x_3)}{y_4 - y_3} = 0.503 + \frac{0.168(0.503-1)}{-0.168-1.718} = 0.547$$

$$|x_5 - x_4| = 0.044 < \epsilon$$

x_5 هو الجذر المطلوب