اذا كانت $AB = AC$ فليس شرط ان يكون $B = C$ اي انه قد تكون B, C مصفوفتان غير متساوية ولكن $AB = AC$

مثال:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 18 & 9 \\ 30 & 15 \end{bmatrix} = A.C$$

حيث $B \neq C$

قوانين الجمع

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + 0 = 0 + A = A$
4. $A + (-A) = A - A = 0$
5. $A + C = B + C \longleftrightarrow A = B$

Idempotent matrix المصفوفة الجذر

تسمى المصفوفة المربعة A مصفوفة جذر اذا كان $A^2 = A$ ، $A^n = A.A \dots A = A$

مثال:

Are these matrices Idempotent

هل المصفوفات التالية جذر

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$$

Transpons of matrix

مبدل المصفوفة

ويرمز له بالرمز A^T ويكون مبدل المصفوفة هو A' كل عمود فيها الى صف ويرمز لها اميانا ^{2} فاذا كانت

$$A^T = [a_{ij}]_{mxm} \leftarrow A = [a_{ij}]_{mxn}$$

مثال

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}_{3x2} \longrightarrow A^T = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 8 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}_{2x3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}_{2x4} \longrightarrow B^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}_{4x2}$$

قوانين المبدل :

اذا كانت A, B مصفوفتان قابلتان للجمع او الضرب و α ثابت فان

① $(A^T)^T = A$

2) $(\alpha A)^T = \alpha A^T$

③ $(A+B)^T = A^T + B^T$

④ $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T \neq A^T B^T$

خواص مهمة لعملية الضرب :-

1. $A(B+C) = AB + AC$
2. $B(A \cdot C) = (BA) \cdot C$
3. $AB \neq BA$
4. $(A+B)C = AC + BC \neq CA + CB$

الضرب من اليسار من الجهتين او من اليمين من الجهتين

5- $A \cdot B = 0$

Ex1 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$A \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

6- $AC = A \cdot B \longrightarrow C \neq B$

7. $A \cdot I = A$

الرفع للمصفوفة يرمز له بالرمز A^n

$A^n = A \cdot A \cdot A \cdots A$.

$A^3 = A \cdot A \cdot A$

Ex2 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 7 & 18 \\ 6 & 19 \end{bmatrix}$

بعض القوانين الخاصة بالمدور والمرفع

١- اذا كانت $A = A^T$ عندئذٍ يقال ان المصفوفة A هي مصفوفة متناظرة.

٢- اذا كانت $A \cdot A^T = I$ عندئذٍ يقال بان A هي مصفوفة متعامدة

٣- اذا كان $A = A^2$, A هي مصفوفة مربعة عندئذٍ يقال بان المصفوفة A هي مصفوفة معتمدة

Ex2 Explain whether a and b are Idempotent!

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

أثر المصفوفة Trace of matrix

هي مجموع عناصر القطر الرئيسي في المصفوفة المربعة ويرمز

Tra(A)

$$Tra(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

خواص أثر المصفوفة

① $Tra(A+B) = Tra(A) + Tra(B)$

Ex: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\therefore Tra(A+B) = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix} = 13$$

$$Tra(A) + Tra(B) = 7 + 6 = 13$$

② $Tra(k \cdot A) = k \cdot Tra(A)$ حيث k ثابت

- المصفوفة المتبادلة Reciprocal matrix

تسمى المصفوفة متبادلة اذا حققت الشرطين :-

1- مصفوفة مربعة

2- $AB = B \cdot A$

- المصفوفة المتبادلة عكسياً The inverse reciprocal matrix

تسمى المصفوفتين A و B متبادلتان عكسياً اذا حققت الشرطين A و B مربعة وكذلك $A \cdot B = -(B \cdot A)$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

Are the two matrices reciprocals or invers reciprocals?

هل المصفوفتان متبادلتان ام متبادلتان وكل منهما معكوس الاخرى

1- المصفوفتان معكوس

2- $A \cdot B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$, $BA = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$

∴ The matrices are invers reciprocals

- المصفوفة عديمة الفعالة Nilopotent matrix

هي المصفوفة المربعة التي تحقق $A^2 = 0$ بانها Nilopotent

Ex) $\begin{bmatrix} -4 & 4 & -4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 5 & -5 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

- المصفوفة الالتفافية Convolutional matrix

هي المصفوفة ملتفة اذا حققت الشرط $A^2 = I$

$A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Complex number — الاعداد المركبة

$\sqrt{-1} = i$ — العدد التخيلي

$Z = a + bi$
حقيقي تخيلي

العمليات الجبرية على الاعداد المركبة

1- add — الجمع

$Z_1 + Z_2 = (a+bi) + (c+di)$
$= a+c+(b+d)i$
حقيقي تخيلي

$(2+3i) + (5+4i) = 7+7i$
$(3-2i) + (2+4i) = 5-2i$
$(3-2i) + 7 = 10-2i$
$(6-i) + (3+4i) = 9+3i$

2- subtracting complex number — طرح الاعداد المركبة

$Z_1 - Z_2$
$(a+bi) - (c+di) = (a+bi) + (-c-di)$
$= (a-c) + (b-d)i$
حقيقي تخيلي

(a) $(3+3i) - (5+3i) = (3+3i) + (-5-3i)$
$= -2$

(b) $7 - (-7i) = 7+7i$