$$P_2 = \frac{\rho^n}{n!\,C^{n-C}} = \frac{(1.5)^2}{2!\,(2)^{2-2}}0.143 = \mathbf{0.161}$$

$$P_3 = \frac{\rho^n}{n!\,C^{n-C}} = \frac{(1.5)^3}{2!\,(2)^{3-2}}0.143 = \mathbf{0.241}$$

$$\therefore \boldsymbol{P(X \le 3)} = 0.143 + 0.215 + 0.161 + 0.241 = \mathbf{0.76}$$

النموذج الرابـــع

نظام الانتظار من نوع $(M/M/C):(GD/N/\infty)$ أو $(M/M/C/N)$

إن هذا النظام لا يختلف عن النظام السابق $(M/M/C)$ سوى في عدد الوحدات التي تُقدم لها الخدمة (طاقة النظام). حيث يكون محدوداً ومُقدراً بعدد وليكن (N) أي بمعنى أن طاقة النظام تكون محدودة وعلى هذا الأساس ولكي نحصل على المؤشرات الخاصة لهذا النظام واحتمالات الحالة الثابتة له سوف نعتمد على المؤشرات الخاصة بالنظام السابق $(M/M/C)$ مع إجراء بعض التعديلات وحسب ما يلي:

$\lambda_n = \lambda$ معدل الوصول

$$M_n = \begin{cases} nM & , \ 0 \le n < C \\ CM & , \ C \le n < N \end{cases}$$ معدل الخدمة محدود

حيث يُلاحظ أن التوزيع المستقر لهذا النظام يتوزع كما يلي:

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{\rho^n}{n!} P_\circ & , \ 0 \le n < C \\ \dfrac{\rho^n}{C!\, C^{n-C}} P_\circ & , \ C \le n \le N \end{cases} \qquad \cdots\cdots (4.1)$$

وأن قيمة $P_\circ$ يتم استخراجها من خلال الشرط (مجموع الاحتمالات يساوي الواحد) كما يلي:

$$\sum_{n=0}^{N} P_n = 1$$

$$\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} P_\circ + \sum_{n=C}^{N} \frac{\rho^n}{C!\, C^{n-C}} P_\circ = 1$$

$$P_\circ = \left[\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} + \sum_{n=C}^{N} \frac{\rho^n}{C!\, C^{n-C}} \right]^{-1}$$

$Let: n = j + C$

$$\sum_{j=0}^{N-C} \frac{\rho^{j+C}}{C!\, C^j} \Longrightarrow \frac{\rho^C}{C!} \sum_{j=0}^{N-C} (\rho)^j$$

$$\sum_{j=0}^{N-C} \left(\frac{\rho}{C}\right)^j \xrightarrow{\text{توضيح}} \begin{cases} if \ \dfrac{\rho}{C} \ne 1 \Longrightarrow \displaystyle\sum_{j=0}^{N-C} \left(\frac{\rho}{C}\right)^j = \frac{1 - \left(\frac{\rho}{C}\right)^{N-C+1}}{1 - \frac{\rho}{C}} \\ if \ \dfrac{\rho}{C} = 1 \Longrightarrow \displaystyle\sum_{j=0}^{N-C} \left(\frac{\rho}{C}\right)^j = N - C + 1 \end{cases}$$

$$\frac{\rho^C}{C!} * \frac{1 - \left(\frac{\rho}{C}\right)^{N-C+1}}{1 - \frac{\rho}{C}}$$