

$$\bar{C}_1 = -45 - \left[\left(\frac{-22}{3} \quad \frac{-2}{3} \right) \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \right]$$

$$\bar{C}_1 = -45 + \frac{126}{3} = -3$$

Since $\bar{C}_1$ negative and the objective function is max , so the current solution not optimal solution.

بما أن $\bar{C}_2$ سالب ودالة الهدف هي max ، فإن الحل الحالي ليس هو الحل الأمثل لذا نستخدم طريقة السمبلكس الاعتيادية لإيجاد الحل الأمثل

$$\bar{P}_1 = B^{-1}P_1$$

$$\bar{P}_1 = \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & \frac{-1}{15} \\ -1 & 2 \\ \frac{27}{150} & \frac{75}{150} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{5}{27} \\ \frac{27}{150} \end{bmatrix}$$

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	
B.V	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	S ₁	S ₂	b _j
x ₃	$\frac{4}{5}$	0	1	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{-1}{15}$	$\frac{800}{3}$
x ₂	$\frac{27}{150}$	1	0	$\frac{-1}{30}$	$\frac{-1}{150}$	$\frac{2}{75}$	$\frac{40}{3}$
Z-C _j	-3	0	0	$\frac{50}{3}$	$\frac{22}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{28000}{3}$

x_1 is the entering variable

x_2 is the leaving variable

B.V	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	S ₁	S ₂	b _j
x ₃	0	$\frac{40}{9}$	1	$\frac{67}{27}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{-5}{27}$	$\frac{5600}{27}$
x ₁	1	$\frac{50}{9}$	0	$\frac{-5}{27}$	$\frac{-1}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{2000}{27}$
Z-C _j	0	$\frac{50}{3}$	0	$\frac{145}{9}$	$\frac{65}{9}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{86000}{9}$

The optimal solution is :

$$x_1 = \frac{2000}{27}, x_2 = x_4 = 0 \text{ and } x_3 = \frac{5600}{27}, \quad Z = \frac{86000}{9}$$

Linear programming methods

Lecture 5

4. Addition of new variables

Example (1) :

Consider the following linear programming problem

اعتبر لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\max z = 45x_1 + 100x_2 + 30x_3 + 50x_4$$

S.T.

$$7x_1 + 10x_2 + 4x_3 + 9x_4 \leq 1200$$

$$3x_1 + 40x_2 + x_3 + x_4 \leq 800$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

The optimal table for this problem is:

ان جدول الحل الأمثل لهذه المسألة هو:

B.V	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	b_j
x_3	$\frac{5}{3}$	0	1	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{-1}{15}$	$\frac{800}{3}$
x_2	$\frac{1}{30}$	1	0	$\frac{-1}{30}$	$\frac{-1}{150}$	$\frac{2}{75}$	$\frac{40}{3}$
Z- C_j	$\frac{25}{3}$	0	0	$\frac{50}{3}$	$\frac{22}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{28000}{3}$

If a new variable x_5 is added to this problem with a column $\begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$ and $C_5 = 120$, find the change in optimal solution.

إذا تمت إضافة متغير جديد x_5 إلى هذه المشكلة بعمود $\begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$ و $C_5 = 120$ ، فأوجد التغيير في الحل الأمثل.

Solution:

لمعرفة تأثير اضافة متغير جديد x_5 الى المسألة نجد صف الارباح النسبية لهذا المتغير .

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	
B.V	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	b_j
x_3	$\frac{5}{3}$	0	1	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{800}{3}$
x_2	$\frac{1}{30}$	1	0	$-\frac{1}{30}$	$-\frac{1}{150}$	$\frac{2}{75}$	$\frac{40}{3}$
Z- C_j	$\frac{25}{3}$	0	0	$\frac{50}{3}$	$\frac{22}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{28000}{3}$

$$1. \bar{C}_5 = C_5 - C_B B^{-1} P_5$$

$$\bar{C}_5 = -120 - \begin{bmatrix} -30 & -100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & -\frac{1}{15} \\ -\frac{1}{150} & \frac{2}{75} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_5 = -120 - \begin{bmatrix} -\frac{22}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix} = -40$$

Since $\bar{C}_5$ negative and the objective function is max , so the current solution not optimal .

بما ان قيمة $\bar{C}_5$ سالبة، ودالة الهدف max، لذا فان الحل الحالي ليس هو الحل الامثل ونستخدم طريقة السمبلكس الاعتيادية لايجاد الحل الامثل.

$$\bar{P}_5 = B^{-1} P_5$$

$$\bar{P}_5 = \begin{bmatrix} \frac{4}{15} & -\frac{1}{15} \\ -\frac{1}{150} & \frac{2}{75} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

B.V	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	b_j
x_3	$\frac{5}{3}$	0	1	$\frac{7}{3}$	2	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{15}$	$\frac{800}{3}$
x_2	$\frac{1}{30}$	1	0	$-\frac{1}{30}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{150}$	$\frac{2}{75}$	$\frac{40}{3}$
Z- C_j	$\frac{25}{3}$	0	0	$\frac{50}{3}$	-40	$\frac{22}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{28000}{3}$

x_5 is the entering variable

x_2 is the leaving variable

B.V	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	S_1	S_2	b_j
x_3	$\frac{4}{3}$	-10	1	$\frac{8}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{400}{3}$
x_5	$\frac{1}{6}$	5	0	$-\frac{1}{6}$	1	$-\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{200}{3}$
Z-C _j	15	200	0	10	0	6	6	12000

The optimal solution is :

$$x_1 = x_2 = x_4 = 0, x_3 = \frac{400}{3}, x_5 = \frac{200}{3}, \quad Z = 12000$$

Example (2) :

Consider the following linear programming problem

اعتبر لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\max z = 4x_1 + 6x_2 + 2x_3$$

S.T.

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 9$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

The optimal table for this problem is:

ان جدول الحل الأمثل لهذه المسألة هو:

B.V	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	b_j
x_1	1	0	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
x_2	0	1	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
Z-C _j	0	0	6	$\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3}$	16