If a new variable $x_4$ is added to this problem with a column $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ and $C_4 = 3$, find the change in optimal solution.

إذا تمت إضافة متغير جديد $x_4$ إلى هذه المشكلة بعمود $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ و $C_4 = 3$، فأوجد التغيير في الحل الأمثل.

Solution:

لمعرفة تأثير اضافة متغير جديد $x_4$ الى المسألة نجد صف الارباح النسبية لهذا المتغير .

| | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B.V | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $b_j$ |
| $x_1$ | 1 | 0 | $-1$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{-1}{3}$ | 1 |
| $x_2$ | 0 | 1 | 2 | $\frac{-1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 2 |
| $Z\text{-}C_j$ | 0 | 0 | 6 | $\frac{10}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | 16 |

1. $\overline{C_4} = C_4 - C_B B^{-1} P_4$

$$\overline{C_4} = -3 - \left[ [-4 \quad -6] \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} \right]$$

$$\overline{C_4} = -3 - \left[ \begin{bmatrix} \frac{-10}{3} & \frac{-2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} \right]$$

$$\overline{C_4} = -3 + 4 = 1$$

Since $\overline{C_4}$ non-negative and the objective function is max , so the current solution remains optimal.

بما ان قيمة $\overline{C_4}$ غير سالبة، ودالة الهدف max، لذا فان الحل الحالي يبقى هو الحل الامثل.

## 5. Addition of a new constraints

Addition of a new constraint may or may not affect the feasibility of the current optimal solution. For this, must be check whether new constraint is satisfied by the current optimal solution or not. If it is satisfied, the inclusion of the constraint has no effect on the current optimal solution i.e., it remains feasible as well as optimal. And if the constraint is not satisfied, the current optimal solution becomes infeasible. Dual simplex method is then used to find the new optimal solution.

ان إضافة قيد جديد قد يؤثر أو لا يؤثر على امكانية الحل الأمثل الحالي. لهذا يجب التحقق مما إذا كان القيد الجديد يحقق الحل الأمثل الحالي أم لا. فإذا تحقق القيد ، فلن يكون لإدراج القيد أي تأثير على الحل الأمثل الحالي ، أي أنه يبقى ممكنًا وكذلك الأمثل. وإذا لم يتحقق القيد ، يصبح الحل الأمثل الحالي غير ممكن. ثم يتم استخدام طريقة السمبلكس الثنائية لإيجاد الحل الأمثل الجديد.

**Example:**

Consider the following linear programming problem

اعتبر لدينا مسألة البرمجة الخطية التالية

$$\max z = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$S.T.$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 45$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

The optimal table for this problem is:

ان جدول الحل الأمثل لهذه المسألة هو:

| B.V | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $b_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 4 | 0 | 3 | $-1$ | 15 |
| $x_3$ | 0 | -2 | 1 | $-2$ | 1 | 5 |
| $Z-C_j$ | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 85 |

Find the effect of the following changes in the original optimal table:

جد تأثير التغييرات التالية في جدول الحل الأمثل الأصلي:

1. If a new constraint $3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$ is added to the problem, will there be any change in optimal solution.

إذا تم إضافة قيد جديد $3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$ إلى المسألة ، فهل سيكون هناك أي تغيير في الحل الأمثل.

2. If a new constraint $4x_1 + 7x_2 + x_3 \leq 75$ is added to the problem, will there be any change in optimal solution.

إذا تم إضافة قيد جديد $3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$ إلى المسألة ، فهل سيكون هناك أي تغيير في الحل الأمثل.

Solution:

1.

لمعرفة تأثير اضافة قيد جديد الى المسألة نختبر القيد فيما اذا كان يحقق الحل الامثل ام لا.

$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$

$3(15) + 0 + 2(5) \leq 50$

$45 + 10 \leq 50$

$55 \leq 50$

The new additional constraint $3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$ is not satisfied the current optimal solution. In order to find the new optimal solution, we add the new constraint to simplex table.

ان القيد الإضافي الجديد $3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$ لا يحقق الحل الأمثل الحالي. من أجل إيجاد الحل الأمثل الجديد ، نضيف القيد الجديد إلى جدول السمبلكس.

$3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 50$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + S_3 = 50$

| B.V | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $b_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 4 | 0 | 3 | $-1$ | 0 | 15 |
| $x_3$ | 0 | -2 | 1 | $-2$ | 1 | 0 | 5 |
| $S_3$ | 3 | 1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 50 |
| $Z-C_j$ | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 1 | 85 |

Since $x_1$ and $x_3$ are in the basic solution, their corresponding coefficients in the basic constraint must be zero. To eliminate the coefficients of $x_1$ and $x_3$, we multiply the first row by -2, the second row by -3 and add them to the third row.

بما ان $x_1$ و $x_3$ موجودان في الحل الأساسي ، لذا يجب أن تكون معاملاتهما المقابلة في القيد الأساسي الثالث صفرًا. وللتخلص من معاملات $x_1$ و $x_3$ في الصف الثالث (القيد الاضافي الجديد)، نضرب الصف الأول في -2، والصف الثاني في -3 ونضيفهم إلى الصف الثالث.

| B.V | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $b_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 4 | 0 | 3 | $-1$ | 0 | 15 |
| $x_3$ | 0 | -2 | 1 | $-2$ | 1 | 0 | 5 |
| $S_3$ | 0 | -7 | 0 | $-5$ | 1 | 1 | $-5$ |
| $Z-C_j$ | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 1 | 85 |

$S_3$ is the leaving variable

$S_1$ is the entering variable

| B.V | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $b_j$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | $\frac{-1}{5}$ | 0 | 0 | $\frac{-2}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | 12 |
| $x_3$ | 0 | $\frac{4}{5}$ | 1 | 0 | $\frac{3}{5}$ | $\frac{-2}{5}$ | 7 |
| $S_1$ | 0 | $\frac{7}{5}$ | 0 | 1 | $\frac{-1}{5}$ | $\frac{-1}{5}$ | 1 |
| $Z-C_j$ | 0 | $\frac{1}{5}$ | 0 | 0 | $\frac{7}{5}$ | $\frac{2}{5}$ | 83 |

The optimal solution is :

$$x_1 = 12, x_2 = 0\,, x_3 = 7,\ \ Z = 83$$

2.

لمعرفة تأثير اضافة قيد جديد الى المسألة نختبر القيد فيما اذا كان يحقق الحل الامثل ام لا.

$4x_1 + 7x_2 + x_3 \leq 75$