6. يمكن الحصول على المعادلة المحور (Pivot Equation)، كالآتي:

$$\text{Pivot Equation} = \left[\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{0}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{1}\right]$$

$$= [0,1,0,0,0,1,1]$$

7. يمكن الحصول على قيم (Z) و (S_2, S_1) الجديدة، كالآتي:

New (Z)= [-6, -8,-2,0,0,0,0]- (-8)* [0,1,0,0,0,1,1]
= [-6, -8,-2,0,0,0,0] + [0,8,0,0,0,8,8]
= [-6,0,-2,0,0,8,8]
New (S_1) = [1,1,0,1,0,0,2] -(1)* [0,1,0,0,0,0,1,1]
= [1,0,0,1,0,-1,1]
New (S_2) = Old (S_2)
= [1,0,3,0,1,0,6]

نقوم بوضع النتائج أعلاه في جدول حل ثاني، وعلى النحو الآتي:Table 1

Basic Var.	Non-Basic Var.						الثوابت (b_i^t) R.H.S	النسبة Ratio
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3		
Z	-6	0	-2	0	0	8	8	-
S_1	①	0	0	1	0	1	1	①
S_2	1	0	3	0	1	0	6	6
X_2	0	1	0	0	0	1	1	∞

الصف المحوري العمود المحوري العنصر المحوري

8. بما إن بعض قيم المعاملات (C_j) في صف دالة الهدف الجديدة سالبة، أي إن (C_j<0)، عليه نقوم بإعادة نفس الخطوات السابقة من (3–7)، وكالآتي:

أ. المتغير الداخل هو (X_1).

ب. المتغير الخارج هو (S_1).

ج. العنصر المحوري هو القيمة (1).

د. المعادلة المحورية هي:

Pivot Equation = $[1,0,0,1,0,-1,1]$

هـ. يتم إيجاد القيم الجديدة لكل من (Z) و (X_2, S_2)، كالآتي:

New (Z)= [-6, 0,-2,0,0,8,8]- (-6)* [1,0,0,1,0,-1,1]
= [-6, 0,-2,0,0,8,8] + [6,0,0,6,0,-6,6]
= [0,0,-2,6,0,2,14]
New (S_2) = [1,0,3,0,1,0,6] -(1)* [1,0,0,1,0,-1,1,]
= [0,0,3,-1,1,1,5]
New (X_2) = Old (X_2)
= [0,1,0,0,0,1,1]

نقوم بوضع النتائج أعلاه، في جدول ثالث، وعلى النحو الآتي:Table 2

Basic Var.	Non-Basic Var.						الثوابت (b_i^s)	النسبة
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S	Ratio
Z	0	0	-2	6	0	2	14	-
X_1	1	0	0	1	0	-1	1	∞
S_2	0	0	③	1	1	1	5	$\frac{5}{3}$
X_2	0	1	0	0	0	1	1	∞

الصف المحوري — العمود المحوري — العنصر المحوري

و . من نتائج الجدول السابق، يتضح بأنه لم يتم الوصول إلى الحل الأمثل، نظراً لوجود قيمة سالبة (2-) في صف دالة الهدف (Z)، أي إن ($C_j < 0$)، عليه سيتم إعادة نفس الخطوات، وكالآتي:

1. المتغير الداخل المتغير الداخل هو (X_3).
2. المتغير الخارج هو (S_2).
3. العنصر المحوري هو (3).
4. المعادلة المحورية:

Pivot Equation = $\left[\frac{0}{3},\frac{0}{3},\frac{3}{3},\frac{-1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right]$

$$= \left[0,0,1,\frac{-1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right]$$

5. يتم إيجاد القيم الجديدة لكل من (Z)و (X_2 , X_1)، كالآتي:

$$\text{New (Z)= [-0, 0,-2,6,0,2,14]- (-2)* } \left[0,0,1,\frac{-1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right]$$

$$= [-0, 0,-2,6,0,2,14] + \left[0,0,2,\frac{-2}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{10}{3}\right]$$

$$= \left[0,0,0,\frac{16}{3},\frac{2}{3},\frac{8}{3},\frac{52}{3}\right]$$

$$=\text{New } (X_1) = \text{Old } (X_1)$$

$$= [,10,0,1,0,-1,1]$$

$$\text{New } (X_2) = \text{Old } (X_2)$$

$$= [0,1,0,0,0,1,1]$$

نقوم بوضع النتائج السابقة، في جدول رابع، وعلى النحو الآتي:

Table 3

Basic Var.	Non-Basic Var.						الثوابت (b_i')
	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
Z^*	0	0	0	$\frac{16}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{52}{3}$
X_1	1	0	0	1	0	-1	1
X_3	0	0	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
X_2	0	1	0	0	0	1	1

6. بما إن جميع المعاملات (C_j) في صف دالة الهدف (Z) موجبة وتساوي (صفر)، أي إن $(C_j \geq 0)$، عليه فإن الحل الأمثل للمشكلة، يكون:

$$X_1 = 1,\ X_2 = 1,\ X_3 = \frac{5}{3}\ \ Z^* = \frac{52}{3} = 17.33$$

الاستنتاج:

يتضح من النتائج النهائية للحل الأمثل، يتضح بأن إدارة المنشاة الإنتاجية، ستتخذ قراراً بإنتاج (1) وحدات واحدة من النوع (X_1)، وإنتاج (1) وحدة واحدة من النوع (X_2)، وإنتاج تقريباً ($\frac{5}{3}$ =1.7) من النوع (X_3)، وبما يحقق لها أقصى الأرباح بلغت (17.33) دينار أردني.

طرائق حل نماذج البرمجة الخطية:

هناك طريقتين اساسيتين يمكن استعمالهما لأيجاد الحل الامثل لنماذج البرمجة الخطية هما:

1- طريقة البيانية Graphical Method.

2- الطريقة المبسطة (السمبلكس) Simplex Method .

كما توجد طريقة اخرى هي الطريقة الجبرية . وسيتم التركيز على الطريقتين السابقتين في ايجاد الحل الامثل لنماذج البرمجة الخطية.

اولا: الطريقة البيانية:

تستعمل هذه الطريقة في ايجاد الحل الامثل لنماذج البرمجة الخطية التي تتضمن على ثلاثة متغيرات او أقل ، تعتبر هذه الطريقة من اسهل الطرائق ولكنها تعتبر غير كفوءة في معالجة مشكلات البرمجة الخطية في الحياة العملية، ولكنها تؤدي الى فهم خصائص مشكلات البرمجة الخطية بيانيا كما تساعد على فهم طريقة السمبلكس . بالنظر لكون الرسم البياني لقيود نموذج البرمجة الخطية يكون اكثر تعقيدا عندما يتضمن النموذج على ثلاث متغيرات وخصوصا عند تحديد منطقة الحلول الممكنة، لذا يفضل استعمال هذه الطريقة لنماذج البرمجة الخطية التي تتضمن متغيرن فقط. الخطوات الاساسية لهذه الطريقة يمكن تلخيصها بالخطوات الاتية:

1- تحول قيود النموذج من صيغة المتباينات الى صيغة المعادلات.

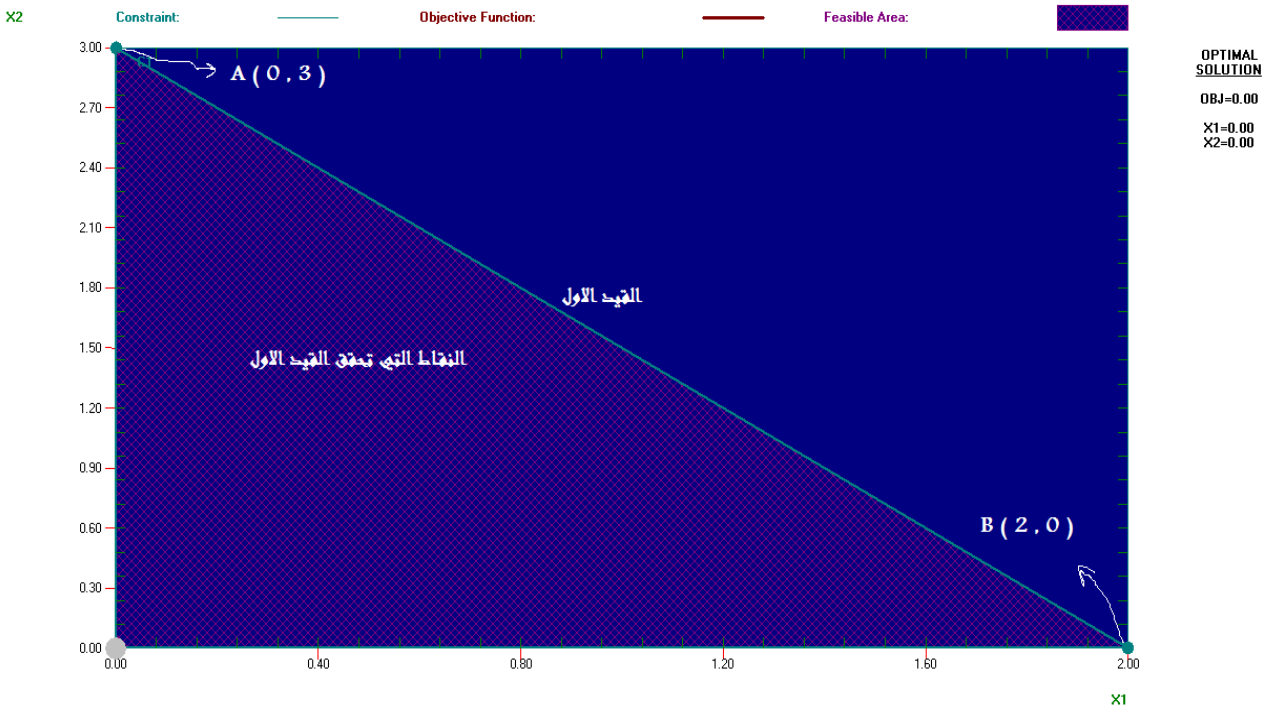
2- يتم رسم خط المستقيم الممثل لكل قيد على الاحداثيين، ويتم رسم خط المستقيم بعد تحديد نقطتين للمعادلة الممثلة للقيد وذلك بالتعويض عن قيمة أحد المتغيرين بالصفر وايجاد قيمة المتغير الثاني ثم تعكس العملية أي التعويض عن قيمة المتغير الثاني بالصفر وايجاد قيمة المتغير الأول ، وبهذا نحصل على نقطتين يتم تثبيتهما على المحورين الممثلين للمتغيرين ويتم ايصال خط مستقيم بينهما لنحصل على الخط المستقيم الممثل للمعادلة التي تمثل القيد المعني.

على سبيل المثال لدينا القيد $3X_1 + 2X_2 \leq 6$

يتم اولا تحويله لصيغة المعادلة $3X_1 + 2X_2 = 6$

بعدها نحدد نقطتين ، نفرض ان $X_1 = 0$ ثم نعوض بمعادلة القيد عن قيمة المتغير X_1 بالصفر نجد قيمة المتغير X_2 والتي تساوي 3 وبهذا نحصل على النقطة الاولى وهي $(0 , 3)$ وبنفس الطريقة نفرض $X_2 = 0$ ثم نجد قيمة X_1 والي تساوي 2 لنحصل على النقطة الثانية

(2 , 0) ، تثبت هاتين النقطتين على المحورين ونصل بينهما بخط مستقيم لنحصل على الخط المستقيم الذي يمثل معادلة القيد وكما مبين الرسم البياني التالي ، كل نقطة واقعة على ذلك المستقيم تحقق معادلة القيد.



شكل (1): يوضح رسم الخط المستقيم الذي يمثل القيد مع تحديد منطقة الامكانات المتاحة للقيد

3- تحديد منطقة الامكانات المتاحة للقيد(منطقة الحل الممكن):

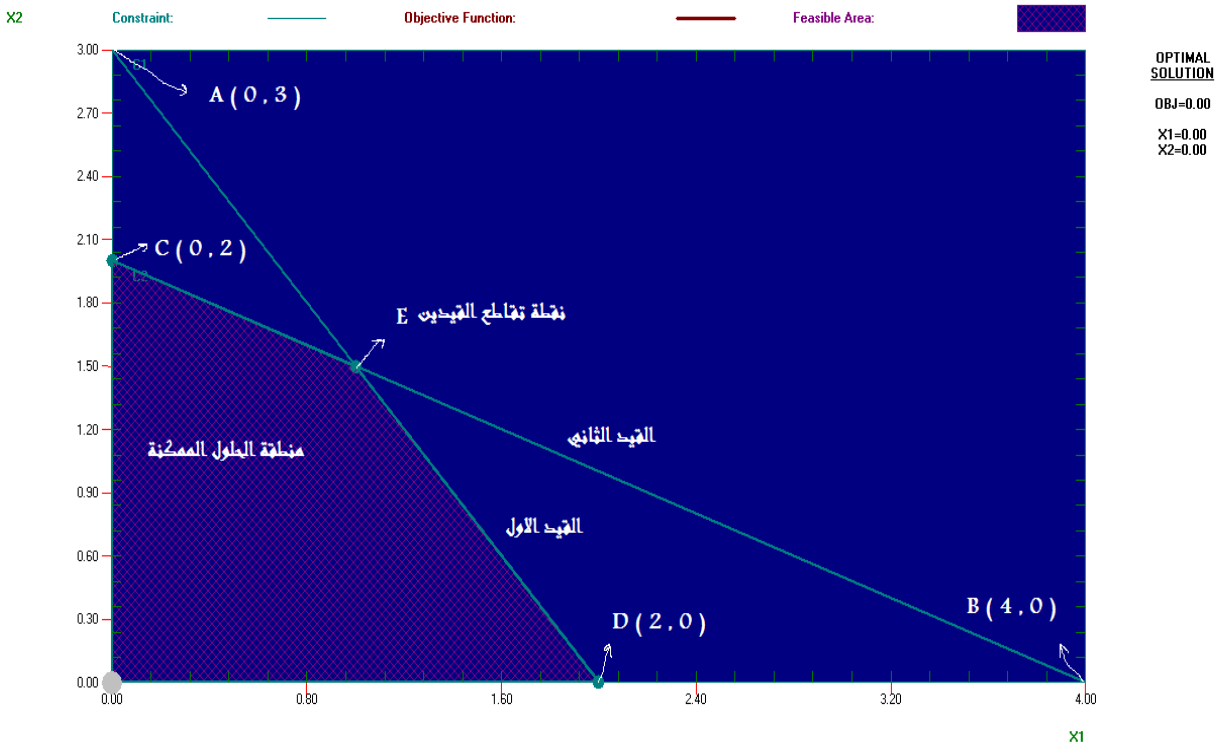
في الحقيقة ان القيد هو متباينة (اقل او تساوي) وليس معادلة لذا فان النقاط التي تحقق هذا القيد هي جميع النقاط الواقعة على ذلك المستقيم والتي تقع اسفله تحقق ذلك القيد والاصح النقاط المحصورة بين الخط المستقيم والمحورين والتي تقع في الربع الاول هي التي تحقق ذلك القيد بسبب ان المتغيرين ذات قيما غير سالبة (قيد اللاسلبية) تلك النقاط ممثلة بالمنطقة المظللة بالمربعات الصغيرة تحت الخط المستقيم والتي تسمى بمنطقة الامكانات المتاحة لذلك القيد كما مبين بالرسم البياني في الشكل (1).

4- تحديد منطقة الحلول الممكنة المقبولة :

تعاد الخطوتين (2 و 3) لجميع قيود النموذج ومن ثم تحدد المنطقة المشركة بين مناطق الحلول الممكنة لجميع القيود والتي تسمى بمنطقة الحل الاساسي الابتدائي المقبول The

Starting Basic Feasible Solution وتكتب بالمختصر (S. B. F. S.) هذه المنطقة تمثل جميع الحلول التي تحقق جميع قيود النموذج في وقت واحد وكما مبين في الرسم البياني التالي (المنطقة المظللة بالمربعات الصغيرة)،في حالة وجود قيدين في النموذج على سبيل المثال القيدين الاتيين :

$$3X_1 + 2X_2 \leq 6$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 4$$



شكل (2): يوضح تحديد منطقة الحلول الممكنة المقبولة التي تحقق جميع القيود

5- تحديد نقطة الحل الامثل :

من نقاط منطقة الحلول الممكنة المقبولة (S. B. F. S.) يتم تحديد النقطة التي تمثل الحل الامثل أي التي تحقق اكبر قيمة لدلة الهدف في حالة تعظيم دالة الهدف او هي القيمة التقق اقل قيمة لدالة الهدف في حالة التصغير. نقطة الحل الامثل تحدد كالاتي :

أ- يتم حساب احداثيات النقاط المتطرفة لمنطقة الحلول الممكنة المقبولة وهي تمثل نقاط التقاطع بين الخطوط المستقيمة الممثلة للقيود بالاضافة الى نقاط تقاطع تلك الخطوط مع المحورين.

ب- يتم تعويض احداثيات تلك النقاط المتطرفة في دالة الهدف لايجاد قيم دالة الهدف عند احداثيات تلك النقاط والنقطة التي تحقق احداثياتها القيمة المثلى لدالة الهدف تمثل النقطة المثلى واحداثياتها تمثل الحل الامثل.

أمثلة تطبيقية حول طريقة الرسم البياني:

مثال (1):

تقوم الشركة العراقية لأنتاج السجاد في أحد مراحل الانتاج بتقطيع اطوال السجاد بعد انتاجها في قسم آخر من الشركة وبعد تقطيع الاطوال بواسة مكائن خاصة الى اطوال معينة تطوى الاطوال على شكل لفات ثم تغلف بواسطة مواد تغليف معينة لغرض بيعها في الاسواق . تقوم الشركة بانتاج حجمين من احجام السجاد (المنتوج A) و (المنتوج B) . المنتوج A يحتاج الى قضاء (8 , 4 , 1) دقيقة لأجراء عمليات التقطيع و الطي و التغليف على التتابع ، وأن ربح وحدة الطول من هذا المنتوج يساوي (12) دينار. المنتوج B يحتاج الى قضاء (6 ، 9 ، 2) دقيقة لأجراء عمليات التقطيع و الطي و التغليف على التتابع ، وأن ربح وحدة الطول من هذا المنتوج يساوي (8) دينار . الوقت المتاح لعمليات التقطيع والطي والتغليف هي على التتابع (2200 ، 1800 ، 400) دقيقة لكل يوم، علما ان هذا الوقت المتاح يشمل الايدي العاملة مقاسة بالوقت المستثمر في العمل .

المطلوب :

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يمثل مشكلة الانتاج هذه .

2- ايجاد عدد الوحدات المنتجة من كلا المنتوجين بما يحقق اكبر ربح ممكن أي ايجاد البرنامج الانتاجي الامثل (ايجاد الحل الامثل للمشكلة)، باستخدام طريقة الرسم البياني.

الحل//

1- صياغة نموذج البرمجة الخطية:

نلخص المعلومات في الجدول التالي:

أقسام الانتاج	نوع المنتوج		الوقت المتاح
	A	B	
التقطيع	8	6	2200