

$$A^{-1} = B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |B| = \frac{1}{2}$$

~~$$\text{adj}(B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$~~

$$\text{adj}(B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\therefore B^{-1} = (A^{-1})^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}{\frac{1}{2}} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \equiv \text{المصفوفة } A \text{ نفسها}$$

$$3- (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

Ex 2 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$|A| = 2, \text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

الترانسبوز

$$(A^{-1})^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \neq$$

الترانسبوز

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{adj}(A^T) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, |A| = 2$$

$$\therefore (A^T)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow \text{ملاحظة}$$

$$4 - |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

• الطرف الآخر $|A^{-1}|$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}}{-3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow |A^{-1}| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

الطرف الآخر $\frac{1}{|A|}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 0 - 3 = \underline{\underline{-3}}$$

$$= \frac{1}{|A|} = \frac{1}{-3} \leftarrow$$

$$5- (AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1} \neq A^{-1} \cdot B^{-1}$$

على شرط ان تكون كل من A و B مربعة غير
معدية اي ان $|A| \neq 0$ و $|B| \neq 0$

Ex $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

الطرف الايسر $(A \cdot B)^{-1}$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow |A \cdot B| = 16 - 18 = -2 \neq 0$$

$$\text{adj}(A \cdot B) = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow (A \cdot B)^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3/2 & -1 \end{bmatrix} \neq \leftarrow$$

الطرف الايمن $B^{-1} \cdot A^{-1}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow B^{-1} = \frac{\text{adj}(B)}{|B|} = \frac{\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}{-1}$$

$$\therefore B^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore B^{-1} \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/2 - 3/2 & 3 \\ 1 - 1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3/2 & -1 \end{bmatrix} \neq \leftarrow$$

(42)

6- إذا كانت A مصفوفة قطرية فإن المقلوب لها هو مصفوفة قطرية أيضاً عناصر القطر فيها هي عكس عناصر القطر الرئيس

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1/c \end{bmatrix}$$

$$7- (k \cdot A)^{-1} = \frac{1}{k} \cdot A^{-1}$$

حيث أن k هو عدد حقيقي و A هو مصفوفة مربعة

Ex2 Let $k=3$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

prove the following relationship

النتيجة = $k \cdot A = 3 \cdot A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow (k \cdot A)^{-1} = \frac{\text{adj}(k \cdot A)}{|k \cdot A|} = \frac{\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}}{18}$

$$\therefore (k \cdot A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} *$$

النتيجة $\frac{1}{k} \cdot A^{-1}$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3}, A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \frac{1}{k} \cdot A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} *$$

مساوية

$$\text{8-} \quad (A+B)^{-1} \neq A^{-1} + B^{-1}$$

Ex 2 prove the ~~relation~~ following relationship

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{|A|} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}}{-10} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{\text{adj}(B)}{|B|} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}}{+3}$$

الطريق
عكس $A^{-1} + B^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad *$ ←

الطريق
عكس $(A+B)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore (A+B)^{-1} = \frac{\text{adj}(A+B)}{|A+B|} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 4 \end{bmatrix}}{-10}$$

$$\therefore (A+B)^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} \quad *$$

CS
مستحق

9)) $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$ (44)

prove the following relationship when

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

الطرف الأول $(A^2)^{-1}$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (A^2)^{-1} = \frac{\text{adj}(A^2)}{|A^2|} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}}{4} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix} *$$

الطرف الثاني $(A^{-1})^2$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix} *$$

$$\therefore (A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$$