مثال: مصلح يُديم (4) مكائن. معدل الوقت بين متطلبات الخدمة هو (5) ساعات لكل ماكنة ويتبع التوزيع الأُسي ومعدل وقت التصليح هو ساعة واحدة ويتبع التوزيع الأُسي. كُلفة وقت عطل الماكنة هو (25) ألف دينار لكل ساعة وكُلفة المصلح هي (55) ألف دينار لكل يوم علماً بأن الماكنة تعمل في اليوم الواحد (8) ساعات أوجد مايلي:

1- معدل عدد المكائن العاطلة في النظام وفي الصف.

2- معدل كُلفة الوقت الضائع بالنسبة للمكائن.

3- أيهما أفضل اقتصادياً استخدام مُصلح واحد أم مُصلحين بحيث أن كل مُصلح يُديم ماكنتين.

الحل:

$$\lambda = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ ماكنة/ساعة} \quad , M = 1 \text{ ماكنة/ساعة} \quad , N = 4$$

$$1)\quad Ls = N - \frac{M}{\lambda}(1 - P_\circ)$$

$$P_\circ = \left[\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{\lambda}{M}\right)^n \frac{N!}{(N-n)!}\right]^{-1} \Rightarrow \left[\sum_{n=0}^{4}(0.2)^n \frac{4!}{(4-n)!}\right]^{-1}$$

$$= \left[(0.2)^0\frac{4!}{(4-0)!} + (0.2)^1\frac{4!}{(4-1)!} + (0.2)^2\frac{4!}{(4-2)!} + (0.2)^3\frac{4!}{(4-3)!} + (0.2)^4\frac{4!}{(4-4)!}\right]^{-1}$$

$$= [1 + 0.8 + 0.48 + 0.192 + 0.0384]^{-1} \Rightarrow [2.5104]^{-1}$$

$$= 0.4$$

$$LS = 4 - (5)(1 - 0.4) = 1$$

$$Lq = N - \frac{\lambda + M}{\lambda}(1 - P_\circ) \Rightarrow 4 - \frac{0.2 + 1}{0.2}(0.6) = 0.4 \simeq 0 \text{ ماكنة}$$

2)

معدل كُلفة الوقت الضائع = عدد المصلحين × معدل عدد المكائن العاطلة × معدل عدد ساعات العمل اليدوية

معدل الوقت الضائع =

$$1 * 1 * 8 = 8 \text{ ساعة/يوم}$$

معدل كُلفة الوقت الضائع = معدل الوقت الضائع × كُلفة وقـــت العمـــل

معدل كُلفة الوقت الضائع =

$$25 * 8 = 200 \text{ ألف دينار/يوم}$$

الكُلفة الكلية = معدل كُلفة الوقـــت الضائع + كُلفة المصلح

المجموع الكُلي لكُلفة المُصلح الواحـــد =

$$55 + 200 = 255$$

عند استخدام مُصلحين اثنين فإن لكل مُصلح:

$$3)\quad (N = 2)$$

$$P_\circ = \left[\sum_{n=0}^{N}\left(\frac{\lambda}{M}\right)^n \frac{N!}{(N-n)!}\right]^{-1} \Rightarrow \left[\sum_{n=0}^{2}(0.2)^n \frac{2!}{(2-n)!}\right]^{-1}$$

$$= \left[(0.2)^0 \frac{2!}{(2-0)!} + (0.2)^1 \frac{2!}{(2-1)!} + (0.2)^2 \frac{2!}{(2-2)!}\right]^{-1}$$

$$= [1 + 0.4 + 0.08]^{-1} \Rightarrow [1.48]^{-1}$$

$$= 0.675$$

$$Ls = N - \frac{M}{\lambda}(1 - P_\circ) \Rightarrow 2 - (5)(1 - 0.675) = 0.375$$

$$Lq = N - \frac{\lambda + M}{\lambda}(1 - P_\circ) \Rightarrow 2 - (6)(1 - 0.675) = 0.05$$

معدل الوقت الضائع:

$2 * 0.38 * 8 = 6.08$ ساعة/يوم

معدل كُلفة الوقت الضائع:

$6.08 * 25 = 152$ ألف دينار/يوم

الكُلفة الكلية:

$2 * 55 + 25 * 6.08 = 270$ ألف دينار/يوم

المجموع الكُلي لكُلفة المُصلح الواحـد:

$2 * 55 + 152 = 262$

إذاً استخدام مُصلح واحد أفضــــــــل

مثال آخـر على هذا النموذج: لنموذج الانتظار $(M/M/1):(GD/\infty/N)$ جد معدل عدد المكائن العاطلة في النظام وفي الصــف إذا كان علمتَ أنّ:

$\lambda = 3$, $N = 0.75$, $\rho = 0.75$

$$\rho = \frac{\lambda}{M} \Rightarrow 0.75 = \frac{3}{M} \Rightarrow M = \frac{3}{0.75} = 4$$

$$P_\circ = \left[\sum_{n=0}^{N} \left(\frac{\lambda}{M}\right)^n \frac{N!}{(N-n)!}\right]^{-1} \Rightarrow \left[\sum_{n=0}^{3} (0.75)^n \frac{3!}{(3-n)!}\right]^{-1}$$

$$= \left[(0.75)^0 \frac{3!}{(3-0)!} + (0.75)^1 \frac{3!}{(3-1)!} + (0.75)^2 \frac{3!}{(3-2)!} + (0.75)^3 \frac{3!}{(3-3)!}\right]^{-1}$$

$$= [1 + 2.25 + 3.375 + 2.531]^{-1} \Rightarrow [9.156]^{-1}$$

$$= 0.11$$

$Ls = N - \frac{M}{\lambda}(1 - P_\circ) \Rightarrow 3 - (1.333)(1 - 0.11) = 1.8163 \simeq 2$ ماكنة

$Lq = N - \frac{\lambda + M}{\lambda}(1 - P_\circ) \Rightarrow 3 - (2.333)(1 - 0.11) = 0.924 \simeq 1$ ماكنة