المسألة متوازنة لان $\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{3} b_j = 160$

يتم توزيع الكميات بالبحث عن اقل كلفة في مصفوفة الكلف وهي5( صف 1 عمود3) Min(60,55)= 55 الكمية المنقولة $X_{13}$هي 55 , اقل كلفة اخرى موجودة هي 9 ( صف1عمود1) الكمية المنقولة $X_{31}$ هي Min(70,50)= 50 , وهكذا نستمر حتى يتم تلبية جميع احتياجات الاسواق وتحقيق الموازنة الذي تضمن عدم بقاء اي كمية اضافية في العرض او في الطلب الذي يقابل المربع الاخير

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | العرض $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0 | 5 | 55 | 60 |
| $A_2$ | 0 | 30 | 0 | 30 |
| $A_3$ | 50 | 20 | 0 | 70 |
| الطلب $b_j$ | 50 | 55 | 55 | 160=160 |

**Min.** $Z=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} C_{ij}X_{ij}$

مجموع الكلفة الكلية هي Min Z= 5(55)+9(50)+ 11(20)+12(30)+5(20)=1405

ممكن ملاحظة الفارق بين الحل الاساسي المقبول لطريقة اقل كلفة وطريقة الركن الشمال الغربي

بالاضافة يجب التحقق من عدد المربعات المشغولة (المتغيرات الاساسية) وهي m+n−1=3+3−1=5 مثل هذه النوع من المسائل ممكن ايجاد الحل الامثل لها .

Ex.2/ Compare the basic feasible solutions obtained by the north − west corner and least cost methods

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | العرض $a_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 |
| $A_2$ | 10 | 8 | 5 | 4 | 7 |
| $A_3$ | 7 | 6 | 6 | 8 | 5 |
| الطلب $b_j$ | 4 | 3 | 4 | 4 | |

Ex.3/ find the basic feasible solution by least cost method

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | العرض $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 8 | 7 | 2 | 100 |
| $A_2$ | 4 | 9 | 10 | 75 |
| $A_3$ | 1 | 2 | 8 | 25 |
| $A_4$ | 5 | 6 | 11 | 125 |
| الطلب $b_j$ | 150 | 125 | 130 | |

3- طريقة فوجل التقريبية ( Vogel's Approximation V.A.M )

1- نحسب الفرق بين اقل كلفتين لكل صف ثم لكل عمود لمصفوفة الكلف

2- نحدد اكبر فرق لصف او عمود ثم نحدد اقل كلفة موجودة في ذاك الصف او العمود وبعدها نوزع الكمية المنقولة $X_{ij}$ وفق $Min(a_i , b_j)$

3- نحذف الصف او العمود الذي تم استيعابه او تحقيقه

4- نكرر الخطوات السابقة حتى تتم الموازنة

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $a_i$العرض | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | (10) 5 | (20) 0 | (5) 55 | 0 | 5 | 60 | [5],[10],[10] |
| $A_2$ | (25) 0 | (12) 30 | (14) 0 | | 0 | 30 | [2],[13] |
| $A_3$ | (9) 45 | (11) 25 | (20) 0 | 0 | 25 | 70 | [2],[2],[2] |
| $b_j$الطلب | 0 45 50 | 25 55 | 0 55 | | | | |
| | [1] [1] [1] | [1] [1] [9] | [9] | | | | |

**Min.** $Z=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} C_{ij}X_{ij}$

min. Z= 5(10)+5(55)+12(30)+9(45)+11(25)= 1365 مجموع الكلف الكلية هي

ممكن ملاحظة الفارق بين الحل الاساسي المقبول لطريقة فوجل التقريبية والطريقتين اقل كلفة وطريقة الركن الشمال الغربي

من خلال الحل نستنتج بان طريقة فوجل افضل الطرق وغالبا ما توصلنا الى الحل الامثل

ايضا يجب التحقق من عدد المربعات المشغولة (المتغيرات الاساسية) وهي $m+n-1=3+3-1=5$ مثل هذه النوع من المسائل ممكن ايجاد الحل الامثل لها .

Ex.2/ Compare the basic feasible solutions obtained by the north – west corner, least cost and Vogel's A. methods.

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $a_i$العرض |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 21 | 11 | 31 | 200 |
| $A_2$ | 10 | 10 | 20 | 500 |
| $A_3$ | 13 | 9 | 6 | 300 |
| $b_j$الطلب | 100 | 400 | 500 | |

Ex.3/ find the basic feasible sol. by Vogel's A. method

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | العرض $a_i$ |
|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 5 | 4 | 5 | 19 |
| $A_2$ | 3 | 7 | 2 | 14 |
| الطلب $b_j$ | 5 | 9 | 7 | |

## اختبار امثلية الحل Test optimality solution

ايجاد الحل الاساسي المقبول لايعني نهاية المشكلة انما استخدام اساليب لاختبار هل ان الحل الذي تم الحصول عليه هو حل امثل اي حل وحيد لايمكن ايجاد حل افضل منه

### طريقة المسار المتعرج stepping stone

تستخدم لاختبار امثلية الحل وايضا لتحسين الحل ان لم يكن امثل , يتم اختبار الحل بعد ما اوجدنا الحل الاساسي المقبول بأحدى الطرق السابقة وحساب مجموع التكاليف الكلية لمشكلة النقل وتحديد عدد المتغيرات الاساسية تساوي$m+n-1$

**ملاحظة :** 1- عندما تكون عدد المتغيرات الاساسية اقل من $m+n-1$ يعرف الحل الاولي انه مفكك( منحل) لمعالجة هذه المشكلة يتم تخصيص كمية صفرية ومعاملتها كمتغير اساسي ( مربع مشغول ) ويتم اختيار المربع الذي يحتوي على اقل كلفة

2- عندما تكون كلفة المسار المغلق لمتغير الغير اساسية تساوي صفر يدل هذا على وجود اكثر من حل امثل ويتم تحسين الحل واعتبار المتغير متغير داخل لحل

### يتم اختبار الحل

1- المربعات المشغولة بكميات نقل $X_{ij}$ تعرف بالمتغيرات الاساسية اما المربعات الفارغة تسمى بالمتغيرات الغيرالاساسية نفوم بادخال احد المتغيرات الغير اساسي الى الحل ليصبح متغير اساسي وذلك بنقل كمية بحيث لايؤثر على توازن بين العرض والطلب

2- ايجاد مسار مغلق لكل متغير غير اساسي ( مربع فارغ ) ويتكون من مجموعة من قطع المستقيمات المتعاقبة افقيا عموديا اوعموديا افقيا يبدأ المسار المغلق من مربع المتغير غير الاساسي وزواياه تكون متغيرات اساسية وينتهي المسار عند نفس المربع بالحفاظ على تعاقب الاشارات + , - , + , - +,..... لاستخراج النقصان الصافي في كلفة لكل المسار فنختار االمتغير الداخل الذي يعطي اكبر نقصان في الكلفة ( اكبر عدد يحمل اشارة سالبة )

3- اذا كانت كلف المسارات موجبة يدل على ان الحل امثل ( وان المتغيرات غير اساسي ) اما في حالة وجود كلف سالبة يدل على ان الحل غير امثل ويتطلب تحسينه

### تحسين الحل

اذا كانت كلفة المسارات سالبة نختار المسار الذي كلفته اكبرعدد يحمل اشارة سالبة