مثال(3)

جد الحل الامثل لمسألة التخصيص الاتية لتخفيض التكاليف باستخدام طريقة العد الكامل

العمال	الوظائف 1	2	3	4
A	4	5	9	6
B	7	8	3	2
C	9	12	7	7
D	6	4	9	9

الحل:

ان عدد احتمالات التخصيص لهذه المسألة هو !4 اي 24 احتمال .

الجدول أدناه يوضح هذه الاحتمالات مع الكلف المقابلة لكل احتمال

احتمالات التخصيص	العمال A	B	C	D	التكاليف الاجمالية
1	1	2	3	4	4+8+7+9=28
2	1	3	2	4	4+3+12+9=28
3	1	2	4	3	4+8+7+9=28
4	1	4	2	3	4+2+12+9=27
5	1	4	3	2	4+2+7+4=17
6	1	3	4	2	4+3+7+4=18
7	2	1	3	4	5+7+7+9=28
8	2	1	4	3	5+7+7+9=28
9	2	3	1	4	5+3+9+9=26
10	2	3	4	1	5+3+7+6=21
11	2	4	1	3	5+2+9+9=25

12	2	4	3	1	5+2+7+6=20
13	3	1	2	4	9+7+12+9=37
14	3	1	4	2	9+7+7+4=27
15	3	2	1	4	9+8+9+9=35
16	3	2	4	1	9+8+7+6=30
17	3	4	1	2	9+2+9+4=24
18	3	4	2	1	9+2+12+6=29
19	4	1	2	3	6+7+12+9=34
20	4	1	3	2	6+7+7+4=24
21	4	2	1	3	6+8+9+9=32
22	4	2	3	1	6+8+7+6=27
23	4	3	1	2	6+3+9+4=22
24	4	3	2	1	6+3+12+6=27

بما ان أقل تكاليف اجمالية هي 17 عليه فان التخصيص الامثل هو الاحتمال الخامس حيث سيخصص العامل A لانجاز الوظيفة الاولى والعامل B للوظيفة الرابعة والعامل C للوظيفة الثالثة و العامل D للوظيفة الثانية , او تكتب بالشكل الاتي:

A:1 , B:4 , C:3, D:2 وبكلفة اجمالية قدرها 17

2- الطريقة الهنكارية The Hungarian Method

ان الصعوبات الحسابية لطريقة العد الكامل أدى الى تطوير اسلوب يعد أكثر كفاءة في ايجاد الحل الامثل لمشاكل التخصيص يعرف بالطريقة الهنكارية دون الحاجة الى مقارنة جميع الاحتمالات.

تعتمد الطريقة الهنكارية على اسلوب تنقيص المصفوفة Matrix reduction والذي يعني , اذا طرحنا (أو اضفنا) قيمة ثابتة من جميع عناصر صف او عمود لمصفوفة التخصيص فان الكلفة الاجمالية لكل تخصيص محتمل من التخصيصات المحتملة (التي عددها يساوي !n) ستنقص (او تزداد) بمقدار القيمة الثابتة المطروحة (او المضافة).

خطوات الطريقة الهنكارية :

1- **طرح الصفوف** : طرح اصغر قيمة (كلفة C_{ij}) في كل صف من باقي قيم ذلك الصف للحصول على صفر واحد على الاقل في كل صف.
2- **طرح الاعمدة** : طرح اصغر قيمة (كلفة C_{ij}) في كل عمود من باقي قيم ذلك العمود للحصول على صفر واحد على الاقل في كل عمود.
3- **تغطية العناصر الصفرية** : نغطي الاصفار في المصفوفة الناتجة من عملية طرح الصفوف وعملية طرح الاعمدة وذلك بأقل عدد ممكن من الخطوط الافقية او العمودية.
4- **اختبار امكانية التخصيص:**

- اذا كان عدد الخطوط يساوي عدد الصفوف او الاعمدة,في هذه الحالة تم الوصول الى الحل المطلوب وبالامكان القيام بعملية التخصيص , يتم التخصيص من خلال اختيار الفرد (المدير او العامل ,...الخ) الذي يقابل اقل عدد من الاصفار في الصف ونقوم بشطب الصف الذي يوجد فيه الصفر وهكذا حتى ننتهي من عملية التخصيص في جميع الصفوف,ويتم حساب التكاليف الكلية للتخصيص على اساس قيم التكاليف في المصفوفة الاصلية .
- اذا كان عدد الخطوط التي تغطي الاصفار أقل من عدد الصفوف او الاعمدة عندها لم يتم الوصول الى الحل المطلوب ولا يمكن القيام بعملية التخصيص ويتم الذهاب الى الخطوة 5 .

5- **تحديث المصفوفة:** اختيار أصغر قيمة من القيم غير المغطاة و طرحها من جميع القيم غير المغطاة , واضافتها الى قيم نقاط تقاطع المستقيمات.
6- الاستمرار بالخطوات 3-5 حتى انهاء عملية التخصيص.