3- تغطية العناصر الصفرية

	1	2	3	4
A	0	2	6	9
B	1	4	4	0
C	10	0	0	3
D	2	3	6	0

4- اختبار امكانية التخصيص

ان العناصر الصفرية في المصفوفة يمكن تغطيتها بثلاثة خطوط وهذا يعني ان عدد الخطوط اقل من عدد الصفوف اي اننا لم نصل الى الحل بعد لذلك نذهب الى الخطوة 5

5- تحديث المصفوفة :

ان اصغر قيمة غير مغطاة في هذه المصفوفة تساوي 2 ,سيتم طرحها من بقية القيم غير المغطاة واضافتها الى نقاط تقاطع الخطوط , ثم نعود الى الخطوة 3 مرة اخرى ,عليه فان المصفوفة الناتجة ستكون كما في أدناه

	1	2	3	4
A	0	0	4	9
B	1	2	2	0
C	12	0	0	5
D	2	1	4	0

عند تغطية القيم الصفرية نجد ان عدد الخطوط لا يساوي عدد الصفوف لذلك نعيد تطبيق الخطوة 5

ان اصغر قيمة من القيم غير المغطاة تساوي 1 , وبتطبيق الخطوة 5 لتحديث المصفوفة ثم الخطوة 3 لتغطية العناصر الصفرية مرة اخرى نحصل على مصفوفة التكاليف الاتية

	1	2	3	4
A	0	0	4	10
B	0	1	1	0
C	12	0	0	6
D	1	0	3	0

نلاحظ ان عدد الخطوط المستخدمة لتغطية العناصر الصفرية تساوي عدد الصفوف اي انه تم الوصول الى الحل واصبح بالامكان اجراء عملية التخصيص والتي تبدأ في الصف الذي يكون فيه صفر واحد ثم نتبع الاصفار الاخرى , نلاحظ هنا ان كل صف يحتوي على صفرين وهذا يدل على تعدد الحلول المثلى.

بملاحظة الاصفار في كل عمود من الاعمدة نجد ان العمود الثالث يحتوي على صفر واحد فقط مقابل للعامل C لك سوف يخصص العامل C للعمل على الالة 3 ثم نحذف الصف الثالث والعمود الثالث لانه لا يمكن ان يعمل اكثر من عامل على الة واحدة .

بعدها سنلاحظ ان كل صف يحتوي على صفرين ايضاً لذلك سوف نختار احد الصفوف و احد مواقع الاصفار لهذا الصف ونكمل التخصيص لايجاد التخصيص الامثل الاول ثم نختار موقع الصفر الاخر لنفس هذا الصف ونكمل التخصيص لايجاد التخصيص الامثل الثاني , كما في أدناه

الحل الامثل الاول

- يتم تخصيص العامل A للعمل على الالة 1, ثم نحذف الصف الاول و العمود الاول.
- يتم تخصيص العامل B للعمل على الالة 4 لانه الصفر الوحيد المتبقي في الصف الثاني , ثم نحذف الصف الثاني و العمود الرابع.
- يتم تخصيص العامل D للعمل على الالة 2 لانه الصفر الوحيد المتبقي في الصف الرابع.

يمكن كتابة التخصيص الامثل الاول بالصورة التالية

A:1 , B:4 , C:3 , D:2

مجموع ساعات العمل الكلية لهذا التخصيص يمكن الحصول عليها من المصفوفة الاصلية ويساوي:

مجموع ساعات العمل الكلية =15 + 18 + 16 + 21

= 70 ساعة

الحل الامثل الثاني

- يتم تخصيص العامل A للعمل على الالة 2, ثم نحذف الصف الاول و العمود الثاني.
- يتم تخصيص العامل D للعمل على الالة 4 لانه الصفر الوحيد المتبقي في الصف الرابع ثم نحذف الصف الرابع والعمود الرابع.
- يتم تخصيص العامل B للعمل على الالة 1 لانه الصفر الوحيد المتبقي في الصف الثاني.

يمكن كتابة التخصيص الامثل الثاني بالصورة التالية

A:2 , B:1 , C:3 , D:4

مجموع ساعات العمل الكلية لهذا التخصيص يمكن الحصول عليها من المصفوفة الاصلية ويساوي:

مجموع ساعات العمل الكلية =18 + 19 + 16 + 17

= 70 ساعة

3- طريقة البرمجة الخطية

لصياغة مسألة التخصيص على شكل مسألة برمجة خطية نعرف ما يلي:

x_{ij} يمثل تخصيص الفرد i للمهمة j وعليه فان

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اذا تم تخصيص الفرد } i \text{ الى المهمة } j \\ 0 & \text{في بقية الحالات} \end{cases}$$