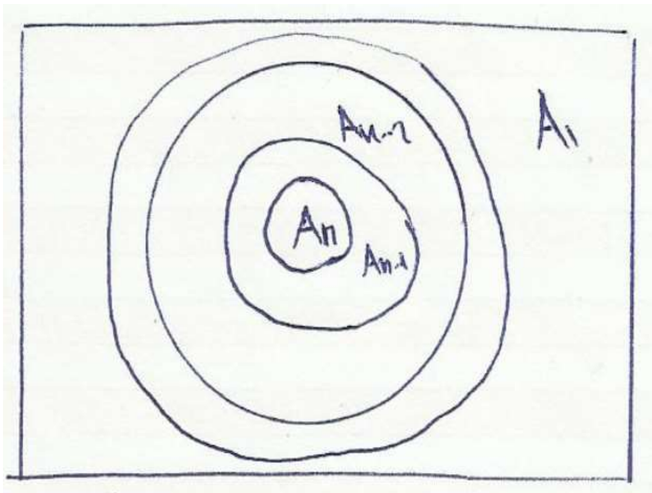
4- Decreasing sequences المتتابعات المتناقصة

$A_n < A_{n-1} < A_{n-2} < A_{n-4} < \cdots A_i$; $\cup_{r\in I} A_r = A_1$; $\cap_{r\in I} A_r = A_n$



** De Morgan's Theorem: -

Let I be an index set and $\{A_r: r \in I\}$ a sequence of subset of S indexed by I.
Then: -

1- $(\cup_i A_i)^c = \cap_i {A_i}^c$

2- $(\cap_i A_i)^c = \cup_i {A_i}^c$

Proof (1)/

Let $x \in (\cup_i A_i)^c \rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin \cup_i A_i$

$\rightarrow (\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}\ and\ x \notin A_i)\ for\ all\ i \in I$

$\rightarrow \boldsymbol{x} \in {A_i}^c\ for\ all\ i \in I$

$\rightarrow x \in \cap_i {A_i}^c$

$\rightarrow (\cup_i A_i)^c \subset \cap_i {A_i}^c$

برهان الطرف الاخر

Let $x \in \bigcap_i {A_i}^c \rightarrow \boldsymbol{x} \in {A_i}^c$ $for\ all\ i \in I$

$\rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin A_i$ $for\ all\ i \in I$

$\rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin \bigcup_i A_i$

$\rightarrow x \in (\bigcup_i A_i)^{\boldsymbol{c}}$

$\rightarrow \bigcap_i {A_i}^c \subset (\bigcup_i A_i)^{\boldsymbol{c}}$

$\therefore\ (\bigcup_i A_i)^{\boldsymbol{c}} = \bigcap_i {A_i}^c$

Proof (2)/

Let $x \in (\bigcap_{\boldsymbol{i}} A_i)^{\boldsymbol{c}} \rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin \bigcap_{\boldsymbol{i}} A_i$

$\rightarrow (\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin A_i)$ $for\ some\ i \in I$

$\rightarrow \boldsymbol{x} \in {A_i}^c$ $for\ some\ i \in I$

$\rightarrow x \in \bigcup_i {A_i}^c$

$\rightarrow (\bigcap_i A_i)^{\boldsymbol{c}} \subset \bigcup_i {A_i}^c$

برهان الطرف الاخر

Let $x \in \bigcup_i {A_i}^c \rightarrow \boldsymbol{x} \in {A_i}^c$ $for\ some\ i \in I$

$\rightarrow (\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin A_i)$ $for\ some\ i \in I$

$\rightarrow \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{S}$ $and\ x \notin \bigcap_i A_i$

$\rightarrow x \in (\bigcap_i A_i)^{\boldsymbol{c}}$

$\rightarrow \bigcap_i {A_i}^c \subset (\bigcup_i A_i)^{\boldsymbol{c}}$

$\therefore\ (\bigcap_{\boldsymbol{i}} A_i)^{\boldsymbol{c}} = \bigcup_{\boldsymbol{i}} {A_i}^c$

** Homework :-

1- $\boldsymbol{B} \cup (\bigcap_{\boldsymbol{i}} A_i) = \bigcap_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{B} \cup A_i)$
2- $\boldsymbol{B} \cap (\bigcup_{\boldsymbol{i}} A_i) = \bigcup_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{B} \cap A_i)$

** Power of The Set   ***قوة المجموعة او صلاحية المجموعة***

Power of the set A : $P^N(A)$ is the set of all subsets of the set A , it contains 2^n subset , where n is number of elements in A .

هي مجموعة كل المجاميع الجزئية المتكونة من المجموعة A وتحتوي على 2^n من المجاميع الجزئية وحيث ان n هو عدد العناصر الموجودة في A .

Exp) If $A = \{1,2,3\}$; Find $P^N(A)$

Sol/

$$n = 3 \quad ; \quad 2^n = 2^3 = 8$$

$$\therefore \; P^N(A) = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},A\,,\emptyset\}$$

** Partition of a set A ***تجزئة او تقسيم المجموعة*** A

Partition of a set in to a non-empty subset which are disjoint and whose union is A .

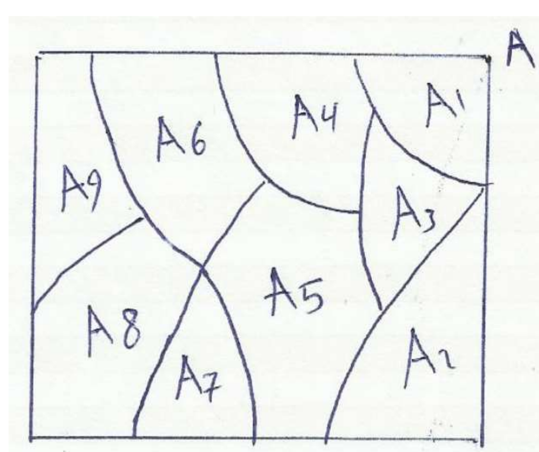
تجزئة المجموعة A الى مجاميع جزئية غير خالية من العناصر بحيث تكون غير مرتبطة وناتج اتحادها المجموعة A

1- $A_i \cap A_j = \emptyset$; $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

$\boldsymbol{i \neq j}$; $A_2 \cap A_8 = \emptyset$

2- $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_9 = A$

$$\therefore \; \bigcup_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{9}} A_i = \boldsymbol{A}$$



1.5- Problems بعض مسائل الفصل

7 - let A, B and C be any three Subsets of S, Prove that

a-/ $A \cap (B/C) = (A \cap B) \cap (A/C)$

Proof/: let $x \in A \cap (B/C) \Rightarrow x \in A$ and $x \in (B/C)$

$\Rightarrow x \in A$ and $(x \in B$ and $x \notin C) \Rightarrow$

$\Rightarrow (x \in A$ and $x \in B)$ and $(x \in A$ and $x \notin C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)$ and $x \in (A/C) \Rightarrow x \in (A \cap B) \cap (A/C)$

8- let $A = \{0, 1, 2\}$, state whether or not each statement is correct.

i- $\{0\} \notin A$ F. ; iii- $2 \in A$, $2 \subset A$ T.

ii- $\{0, 2\} \subset A$ T. ; iv- $\{2, 1, 0\} \subset A$ T.

9- let $A = \{w : 2w = 6\}$, $B = \{5\}$ and $C = \{X : 3X = 9\}$

which of these sets are equal ?

$A = \{2w = 6\} \Rightarrow (w = 3)$, $B = \{5\}$, $C = \{3X = 9\} \Rightarrow (X = 3)$

$\therefore A = C$ where $w = X = 3$.

10- let $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 5\}$, $C = \{a, b, 3, 5, 6\}$ and $D = \{\emptyset\}$.

State whether each statement is true or false.

i- $B \subset C$, T	iv- $A \cup B = A$, T	vii- $A/B = \{1, 5\}$, F
ii- $A \subset C$, F	v- $A \cap B = \emptyset$, T	
iii- $D \subset A$, T	vi- $B/C = \emptyset$, T	

11- let $S' = \{1,2,3,4,5,6,7\}$; $A = \{1,2,3,4,5\}$; $B = \{1,3,5,7\}$ and $C = \{2,5,6,7\}$; Find:-

i- $A \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7\} = S'$

ii- $A \cap B = \{1,3,5\}$

iii- $C/B = \{2,6\}$

iv- $A \cap C^c = \{1,3,4\}$

v- $(A/C)^c = \{2,5,6,7\}$; $A/C = \{1,3,4\}$

vi- $(A/B^c)^c = \{2,4,6,7\}$; $B^c = \{2,4,6\}$, $A/B^c = \{1,3,5\}$

vii = $(C \cap C^c)^c = (S') = \{1,2,3,4,5,6,7\}$; $(C \cap C^c) = \phi$ and $\phi^c = S'$

$A * B = \{x, y ; x \in A \text{ and } y \in B\}$ ملاحظة : تعريف

$\therefore A * (B \cap C) = (A * B) \cap (A * C)$

Ex/ $A = \{1,2,3\}$; $B = \{a,b\}$

$A * B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$

$B * A = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$

16- Prove that for any indexed class $\{A_i : i \in I\}$ and any subset B;

a- $B \cup (\bigcap_i A_i) = \bigcap_i (B \cup A_i)$; b- $B \cap (\bigcup_i A_i) = \bigcup_i (B \cap A_i)$.

Proof/

a- let $x \in B \cup (\bigcap_i A_i) \rightarrow x \in B$ or $x \in (\bigcap_i A_i)$

$\rightarrow x \in B$ or ($x \in A_i$ for all $i \in I$)

$\rightarrow ((x \in B$ or $x \in A_i)$ for all $i \in I)$

$\rightarrow x \in (B \cup A_i)$ for all $i \in I$

$\rightarrow \bigcap_i (B \cup A_i)$

وبنفس الاسلوب بالامكان برهنة الطرف الثاني ؟

B- H.W.

Chapter two

- Techniques of Counting –

تقنية العدّ :

من اجل اجراء عملية الترتيب واجراء عملية العد والحساب لابد من التعرف على كيفية تكوين مخطط الشجرة لكي يساعدنا في عملية الاحتساب والعد .

Tree Diagrams   مخطط الشجرة

A tree diagram provides an organized way of listing the arrangements so that none is missed . Note that the tree diagram takes order into account .

1- مخطط الشجرة يوفر طريق لترتيب المجاميع الى أي شيء مطلوب ترتيبه .

2- مخطط الشجرة يساعدنا في ترتيب قائمة من الأشياء بدون ان نختار أي ترتيب حيث يأخذ الترتيب بنظر الاعتبار .

In another words : a tree diagram is a device used to enumerate all the possible outcomes of a sequence of experiments , where each experiment can occur in a finite number of ways.

بعبارة أخرى ، مخطط الشجرة عبارة عن مخطط يستخدم لوضع جميع النتائج الممكنة لاي تجربة ويمكن ظهور هذه التجربة بعدد محدد من الطرق .

Exp)

In how many ways can 3 books denoted by A , B and C be arrange in order on a shelf ?