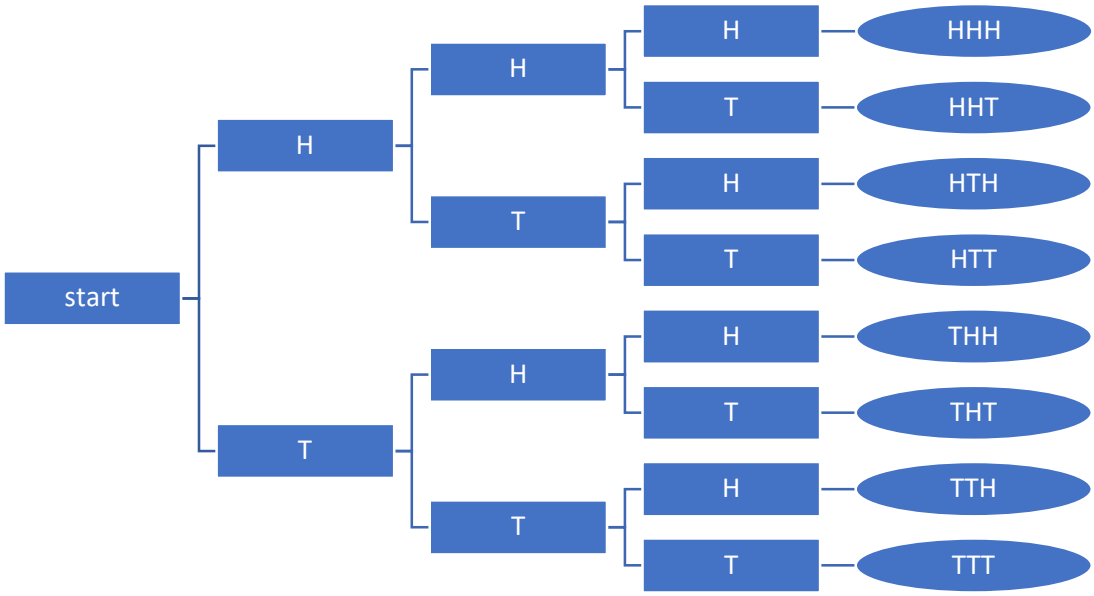
Exp) Tossing 3 coins (H – Head-*الصورة*) (T – Tail-*الكتابة*)



There are methods for the counting process represented by:

2-1) Arrangements

If n objects are taken out of the total number of objects to form groups with attention being paid to the order of objects in each group , then these groups are called "arrangements" .

اذا اخذنا **n** من الأشياء والمخرجة من مجموعة من الأشياء ونريد ان نرتبها الى مجاميع وهذه المجاميع تسمى "تراتيب"

وتأخذ التراتيب حالتان :

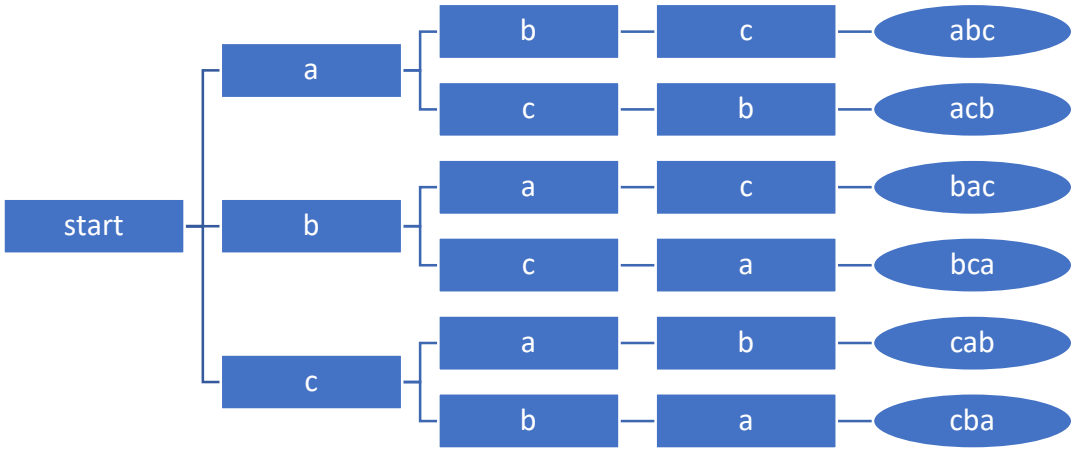
1_ Repetition is allowed : تكرار مسموح

2_ Repetition is not allowed : تكرار غير مسموح

Exp)

In how many ways can the letters a , b and c be arranged in a row , with 3_digit ; If repetition is not allowed :

3 2 1 $= 3 \times 2 \times 1 = 6$ عدد الطرق الكلية

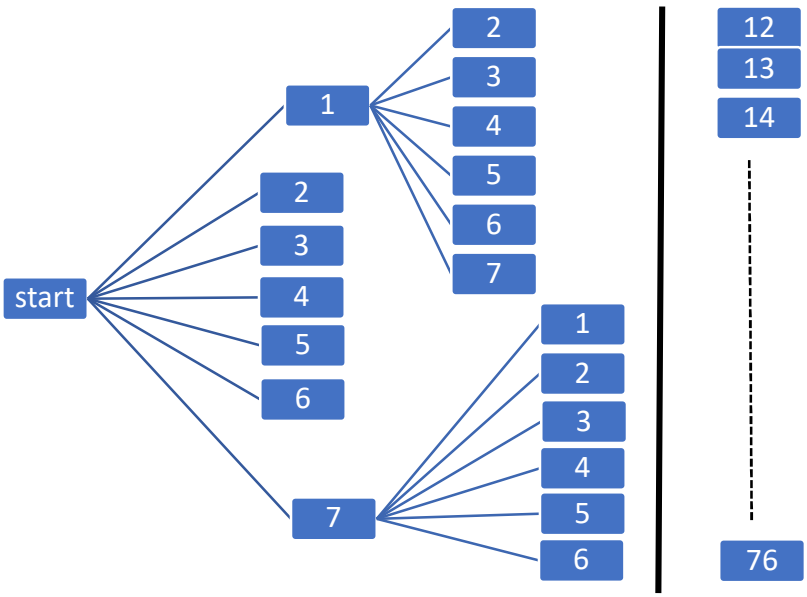


Exp)

How many 2_digit numbers can be formed from the seven digit numbers {1,2,3,4,5,6,7} if repetition is not allowed :

Sol/

7 6 $= 7 \times 6 = 42$ ways



كم عدد فردي (odd) يمكن تكوينه من هذه الاعداد في 2_digit

يتم احتساب الاعداد الفردية أولا ووضعها في موقها فيمثل عدد الأرقام باستبعاد الاعداد الزوجية .

الأرقام من المثال السابق .....

_ 6 4 = $6 \times 4 = 24$ ways

كم عدد زوجي (even) يمكن تكوينه من هذه الاعداد في 2_digit

_ 6 3 = $6 \times 3 = 18$ ways

* if repetition is allowed :

Exp)

How many 2_digit numbers can be formed from {1,2,3,4,5,6,7} ; if repetition is allowed :

Sol/

_ 7 7 = $7 \times 7 = 49$ ways

_ 7 4 = $7 \times 4 = 28$ ways اعداد فردية وتكرار مسموح

_ 7 3 = $7 \times 3 = 21$ ways اعداد زوجية وتكرار مسموح

Exp)

How many 4_digit numbers can be formed from {1,2,4,5,6,7,9} ; find if ?

1-repetition is not allowed

2- repetition is allowed

Sol/

_ 7 6 5 4 = $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ ways تكرار غير مسموح

_ 7 7 7 7 = $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$ ways تكرار مسموح

____ عدد زوجي (even)

_ 6 5 4 3 $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ ways تكرار غير مسموح

_ 7 7 7 3 $= 7 \times 7 \times 7 \times 3 = 1029$ ways تكرار مسموح

____ عدد فردي (odd)

_ 6 5 4 4 $= 6 \times 5 \times 4 \times 4 = 480$ ways تكرار غير مسموح

_ 7 7 7 4 $= 7 \times 7 \times 7 \times 4 = 1372$ ways تكرار مسموح

From the previous example: من المثال السابق

__ how many of them are start with 5 and end with 9 .

_ 1 5 4 1 $= 1 \times 5 \times 4 \times 1 = 20$ ways تكرار غير مسموح

_ 1 7 7 1 $= 1 \times 7 \times 7 \times 1 = 49$ ways تكرار مسموح

Exp)

How many 3_digit numbers can be formed from {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} ; find if ?

1-repetition is not allowed

2- repetition is allowed

Sol/

_ 9 9 8 $= 9 \times 9 \times 8 = 648$ ways تكرار غير مسموح

_ 9 10 10 $= 9 \times 10 \times 10 = 900$ ways تكرار مسموح

__ How many of them are odd number :

_ 8 8 5 $= 8 \times 8 \times 9 = 320$ ways تكرار غير مسموح

_ 9 10 5 $= 9 \times 10 \times 5 = 450$ ways تكرار مسموح

__ How many of them are even number :

هناك حالتان للحل في حالة الرقم زوجي عند وجود الصفر في مجموعة الاعداد :

When repetition is not allowed:

a_ $\underline{8}\ \underline{8}\ \underline{4} = 8 \times 8 \times 4 = 256$ ways

b_ $\underline{9}\ \underline{8}\ \underline{1} = 9 \times 8 \times 1 = 72$ ways

$= (256 + 72) = 328$ ways

When repetition is allowed:

a_ $\underline{9}\ \underline{10}\ \underline{4} = 9 \times 10 \times 4 = 360$ ways

b_ $\underline{9}\ \underline{10}\ \underline{1} = 9 \times 10 \times 1 = 90$ ways

$= (360 + 90) = 450$ ways

Exp)

How many 3_digit numbers can be formed from {0,2,4,5,7} ; find if ?

1-repetition is not allowed

2- repetition is allowed

Sol/

_ $\underline{4}\ \underline{4}\ \underline{3} = 4 \times 4 \times 3 = 48$ ways تكرار غير مسموح

_ $\underline{4}\ \underline{5}\ \underline{5} = 4 \times 5 \times 5 = 100$ ways تكرار مسموح

__ How many of them odd number :

_ $\underline{3}\ \underline{3}\ \underline{2} = 3 \times 3 \times 2 = 18$ ways تكرار غير مسموح

_ $\underline{4}\ \underline{5}\ \underline{2} = 4 \times 5 \times 2 = 40$ ways تكرار مسموح

__ How many of them are even number :

هناك حالتان للحل في حالة الرقم زوجي عند وجود الصفر في مجموعة الاعداد :

When repetition is not allowed:

a_ $\underline{3}\ \underline{3}\ \underline{2} = 3 \times 3 \times 2 = 18$ ways

b_ $\underline{4}\ \underline{3}\ \underline{1} = 4 \times 3 \times 1 = 12$ ways

$= (18 + 12) = 30$ ways

When repetition is allowed:

a_ $\underline{4}\ \underline{5}\ \underline{2} = 4 \times 5 \times 2 = 40$ ways

b_ $\underline{4}\ \underline{5}\ \underline{1} = 4 \times 5 \times 1 = 20$ ways

$= (40 + 20) = 60$ ways

مثال)

كم لوحة سيارة يمكن تكوينها اذا كانت تتكون من خمسة مواقع ، اول موقعين من الحروف والثلاثة من الأرقام ؟

الحل / عدد الحروف 26 ، وعدد الأرقام 0,1,2,...,9

When repetition is not allowed:

_ $\underline{26}\ \underline{25}\ \underline{9}\ \underline{9}\ \underline{8} = 26 \times 25 \times 9 \times 9 \times 8 = 421200$ ways

When repetition is allowed:

_ $\underline{26}\ \underline{26}\ \underline{9}\ \underline{10}\ \underline{10} = 26 \times 26 \times 9 \times 10 \times 10 = 604400$ ways

ملاحظة :

يتم استخدام طريقة المواقع في الحلات الاتية :

1- إيجاد الاعداد الزوجية او الفردية .

2- اذا طلب ايجاد اقل رقم او اكبر رقم من بين مجموعة من الأرقام .

3- اذا ابتدأ برقم معين او انتهى برقم معين .

2_2) Permutations طريقة التباديل

_ Definition :-

An arrangement of a set of n different objects in a given order is called a permutation of the objects (taken all at a time) .

The arrangement of any $r \leq n$ of these objects in a given order is called a permutation of n objects taken r at a time and is denoted by P_r^n or $P(n,r)$.

ملاحظة مهمة : عند استخدام طريقة التباديل يكون الترتيب مهم بالحساب .

$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$; $r \leq n$; $0 \leq r \leq n$

1- If $r = n \rightarrow P_r^n = n!$

Where $P_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{(0)!} = \frac{n!}{1} = n!$

2- If $r > n \rightarrow P_r^n = 0$

3- If $r = 0 \rightarrow P_r^n = 1$

Where $P_0^n = \frac{n!}{(n-0)!} = \frac{n!}{n!} = 1$

4- If repetition is allowed $\rightarrow P_r^n = n^r$

5- $n = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k \rightarrow P_{n_1,n_2,n_3,\ldots,n_k}^n = \frac{n!}{n_1! * n_2! * n_3! * \ldots * n_k!}$

6- The total number of arrangement of n different objects around a circle is $(n-1)!$

7- The number of permutation of n different objects taken all at a time is $n!$.

(in a row على صف واحد)