البرمجة الصحيحة والحركية

د. محمد احمد الكيلاني
قسم بحوث العمليات والتقنيات الذكائية

مقدمة:

برمجة الأعداد الصحيحة هي تقنية رياضية قوية تستخدم لحل مشاكل التحسين التي تنطوي على قيود الأعداد الصحيحة .إنها مجموعة فرعية من البرمجة الخطية، حيث تقتصر متغيرات القرار على القيم الصحيحة بدلاً من القيم المستمرة. يضيف هذا التقييد تعقيدًا إلى المشكلة، لأنه يقدم عملية صنع قرار منفصلة في عملية التحسين.

رؤى من وجهات نظر مختلفة:

1- المنظور الرياضي:

من منظور رياضي، تتضمن برمجة الأعداد الصحيحة صياغة نموذج رياضي يمثل المشكلة المطروحة. يتكون هذا النموذج من دالة موضوعية، ومتغيرات القرار، ومجموعة من القيود. تحدد دالة الهدف الهدف المراد تحسينه، بينما تفرض القيود قيودًا على متغيرات القرار.

2- التطبيقات العملية:

تجد البرمجة الصحيحة تطبيقات في مجالات مختلفة، مثل الخدمات اللوجستية، والجدولة، وتخصيص الموارد، وتصميم الشبكات. على سبيل المثال، يمكن استخدامه لتحسين تخصيص الموارد في مصنع التصنيع أو لجدولة تسليم البضائع لتقليل تكاليف النقل.

3- التعقيد وقابلية الحل:

من المعروف أن مشاكل برمجة الأعداد الصحيحة هيNP-hard ، مما يعني أن العثور على الحل الأمثل يمكن أن يكون أمرًا صعبًا من الناحية الحسابية. ومع ذلك، فإن التقدم في الخوارزميات وتقنيات التحسين جعل من الممكن حل العديد من مشكلات برمجة الأعداد الصحيحة في العالم الحقيقي بكفاءة.

معلومات متعمقة (قائمة مرقمة):

1- المتغيرات الصحيحة:

في برمجة الأعداد الصحيحة، تقتصر متغيرات القرار على قيم الأعداد الصحيحة. تمثل هذه المتغيرات الكميات أو القرارات التي يجب اتخاذها. على سبيل المثال، في مشكلة تخطيط الإنتاج، يمكن أن تمثل متغيرات القرار عدد الوحدات المطلوب إنتاجها من كل منتج.

2- الدالة الموضوعية:

تحدد الدالة الهدف في برمجة الأعداد الصحيحة الهدف المراد تحسينه. يمكن أن يكون هدف التعظيم أو التقليل. على سبيل المثال، في مشكلة موقع المنشأة، يمكن أن يكون الهدف هو تقليل إجمالي تكلفة النقل.

3- القيود:

القيود في برمجة الأعداد الصحيحة تفرض قيودًا على متغيرات القرار. يمكن أن تكون هذه القيود خطية أو غير خطية. إنهم يضمنون أن الحل يلبي متطلبات أو قيود معينة. على سبيل المثال، في مشكلة جدولة المشروع، يمكن أن تمثل القيود مدى توفر الموارد أو علاقات الأسبقية بين المهام.

4 . طرق الحل:

توجد طرق حل مختلفة لحل مشاكل برمجة الأعداد الصحيحة. وتشمل هذه الأساليب الدقيقة، مثل الفرع والربط، بالإضافة إلى الأساليب الإرشادية والميتاهيورستية. تضمن الطرق الدقيقة إيجاد الحل الأمثل، ولكنها قد تكون مكلفة من الناحية الحسابية للمشكلات واسعة النطاق. توفر الأساليب الإرشادية والميتاهيورستية حلولاً عالية الجودة في فترة زمنية معقولة ولكنها لا تضمن الأمثل.

أمثلة

لتوضيح مفاهيم برمجة الأعداد الصحيحة، فكر في مشكلة تخطيط الإنتاج حيث تحتاج الشركة إلى تحديد عدد الوحدات التي يجب إنتاجها من كل منتج **لتحقيق أقصى قدر من الربح** .تمثل متغيرات القرار عدد الوحدات المراد إنتاجها، والدالة الهدف هي تعظيم إجمالي الربح .ويمكن أن تشمل القيود القيود المفروضة على توافر المواد الخام أو القدرة الإنتاجية.

تعد برمجة الأعداد الصحيحة أداة قيمة لحل مشكلات التحسين مع قيود الأعداد الصحيحة. فهو يسمح لصانعي القرار باتخاذ قرارات منفصلة وإيجاد الحلول المثلى في مختلف المجالات. من خلال فهم الأسس الرياضية والتطبيقات العملية وطرق الحل، يمكن للمرء تطبيق **تقنيات برمجة الأعداد الصحيحة** بشكل فعال لمعالجة مشكلات التحسين المعقدة.

2- صياغة مشكلات التحسين باستخدام قيود الأعداد الصحيحة

##أهمية قيود الأعداد الصحيحة

من وجهة نظر عملية، فإن العديد من القرارات في العالم الحقيقي تنطوي على خيارات منفصلة. على سبيل المثال:

اختيار المشروع :تخيل شركة تحتاج إلى تحديد مجموعة فرعية من **المشاريع لتحقيق أقصى قدر** من الربح مع البقاء في حدود الميزانية. يمكن تنفيذ كل مشروع أو لا، مما يجعله قرارًا ثنائيًا.

تخطيط الإنتاج :يجب على مدير المصنع أن يقرر عدد الوحدات التي سيتم إنتاجها من كل منتج. وبما أن كميات الإنتاج منفصلة بطبيعتها، فإن المتغيرات الصحيحة تدخل حيز التنفيذ.

تصميم الشبكة :عند تصميم شبكة اتصالات، تكون القرارات مثل وضع أجهزة التوجيه أو عقد الاتصال منفصلة بطبيعتها.

رؤى من وجهات نظر مختلفة

1- الصياغة الرياضية

عادةً ما يتم التعبير عن قيود الأعداد الصحيحة باستخدام متغيرات ثنائية (0-1) أو متغيرات صحيحة. لنفكر في مشكلة IP عامة:

تكبير$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$$ **:**

تخضع لـ:

1. $$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

2. $$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

3.$$\vdots$$

4. $$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

5. $$x_i \in \mathbb{Z} \quad \text{for some or all } i$$

هنا، يمثل $$x_i$$ متغيرات القرار، و $$c_i$$ عبارة عن معاملات، و $$a_{ij}$$ عبارة عن إدخالات مصفوفة. يفرض القيد الأخير قيمًا صحيحة لمتغيرات محددة.

2- المتغيرات الثنائية

غالبًا ما تستخدم المتغيرات الثنائية لنموذج قرارات نعم/لا. على سبيل المثال:

$$x_i = 1$$إذا تم تحديد المشروع$$i$$ ، وإلا.$$x_i = 0$$

$$y_{ij}$$يمكن أن يمثل ما إذا كان هناك اتصال بين العقدتين $$i$$ و $$j$$ في الشبكة.

3- الاسترخاء والترابط

قد يكون حل مشكلات الملكية الفكرية بشكل مباشر أمرًا صعبًا نظرًا لطبيعتها التوافقية. نحن نستخدم **الاسترخاء** لحل استرخاء البرمجة الخطية (LP) لمشكلة IP حيث يتم تخفيف قيود الأعداد الصحيحة). بعد ذلك، نطبق طريقة **الفرع والارتباط** لاستكشاف حلول الأعداد الصحيحة الممكنة.

##استكشاف متعمق

1- **مشكلة الحقيبة الثنائية** :بالنظر إلى العناصر ذات الأوزان والقيم، حدد مجموعة فرعية لتعظيم القيمة الإجمالية مع البقاء ضمن حد الوزن.

مثال: يريد لص سرقة أشياء ثمينة من متحف ولكن قدرته الاستيعابية محدودة. ما هي العناصر التي يجب عليهم اختيارها؟

2- **مشكلة البائع المتجول (TSP)**: ابحث عن أقصر جولة تزور كل مدينة مرة واحدة بالضبط وتعود إلى مدينة البداية.

مثال: يريد مندوب مبيعات تقليل مسافة السفر أثناء زيارة مدن متعددة.

3- **تعيين مشكلة الغلاف** :نظرًا لوجود عالم من العناصر ومجموعة من المجموعات، حدد الحد الأدنى لعدد المجموعات لتغطية جميع العناصر.

مثال: تريد محطة راديو تغطية مجموعة من المدن بأقل عدد من أجهزة الإرسال.

تضيف قيود الأعداد الصحيحة تعقيدًا إلى مشاكل التحسين ولكنها تسمح لنا أيضًا بنمذجة سيناريوهات العالم الحقيقي بشكل أكثر دقة. ومن خلال فهم صياغتها واستكشاف مشكلات محددة، يمكننا معالجة مواقف اتخاذ القرار الصعبة بفعالية.

3- البرمجة الخطية مقابل البرمجة الصحيحة

1- **التعريف والهدف:**

البرمجة الخطية:(LP)

يتعامل LP مع تحسين **دالة الهدف الخطية** الخاضعة **لقيود خطية** .الهدف هو العثور على أفضل مجموعة من متغيرات القرار التي تزيد أو تقلل الدالة الهدف.

مثال: لنفترض أن شركة تحاول تحقيق أقصى قدر من الربح من خلال تخصيص الموارد (العمالة والمواد وما إلى ذلك) لإنتاج منتجات مختلفة مع الالتزام بقيود الموارد.

برمجة الأعداد الصحيحة:(IP)

يقوم IP بتوسيع LP عن طريق إضافة قيد إضافي: يجب أن تأخذ متغيرات القرار **قيمًا صحيحة** 0)، 1، 2، ...).

مثال: لنفترض أن مدير المصنع يحتاج إلى تحديد عدد الآلات من كل نوع المراد شراؤها. يجب أن تكون متغيرات القرار (عدد الأجهزة) أعدادًا صحيحة.

2- **الحلول الممكنة:**

LP:

يسمح LP بالقيم الكسرية لمتغيرات القرار. المنطقة الممكنة هي عبارة عن متعددات محدبة (تحدها قيود خطية).

مثال: إذا اقترحت شركة LP إنتاج 2.5 وحدة من المنتج، فهذا ممكن.

IP:

يقيد IP متغيرات القرار على الأعداد الصحيحة. تصبح المنطقة الممكنة مجموعة من النقاط المنفصلة.

مثال: إذا اقترح IP إنتاج 2.5 وحدة، فهذا غير ممكن؛ لا يمكنك إنتاج نصف وحدة.

3. **التعقيد**:

LP:

يمكن حل مشكلات LP بكفاءة باستخدام خوارزميات مثل **طريقة Simplex**.

مثال: حل مشكلة النقل باستخدام LP.

IP:

تعتبر مشاكل الملكية الفكرية أكثر صعوبة بسبب الطبيعة المنفصلة للمتغيرات. يتضمن حلها استكشاف مجموعة محدودة من الاحتمالات.

مثال: حل مشكلة البائع المتجول (TSP) باستخدام IP.

4- **التطبيقات**:

تحسين سلسلة التوريد، وإدارة المحافظ، وتخطيط النظام الغذائي، وتخصيص الموارد.

مثال :تحسين ميزانيات الإعلان عبر القنوات المختلفة.

تصميم الشبكات، جدولة المشاريع، قطع مشاكل المخزون.

مثال: جدولة طرق التسليم لأسطول من الشاحنات.

5- **الخوارزميات**:

الطريقة البسيطة :تتحرك بشكل متكرر على طول حواف المنطقة الممكنة للعثور على الحل الأمثل.

طرق النقاط الداخلية :قم بحل LP من خلال استكشاف المناطق الداخلية للمنطقة الممكنة.

فرع ومحدود :يقسم المشكلة إلى مشكلات فرعية، ويستكشف المناطق الممكنة بشكل منهجي.