

طرق القطع المستوية: تضيف متباينات صالحة لتشديد استرخاء LP.

التفرع والقطع: يجمع بين التفرع والربط مع تقنيات القطع المسطح.

#### 6- النماذج الهجينة:

في بعض الأحيان، نواجه مشاكل تمزج بين جوانب LP و IP. تُعرف هذه باسم مشاكل البرمجة الخطية للأعداد الصحيحة المختلطة (MILP) أو مشاكل البرمجة الخطية للأعداد الصحيحة المختلطة (MINLP).

مثال: مشكلة تخطيط الإنتاج حيث تكون بعض المتغيرات (مثل كميات الإنتاج) مستمرة، بينما تكون المتغيرات الأخرى (مثل أوقات إعداد الآلة) عددًا صحيحًا.

باختصار، يوفر LP إطارًا قويًا للتحسين المستمر، بينما يعالج IP عملية صنع القرار المنفصلة. يعتمد اختيار النهج الصحيح على سياق المشكلة وطبيعة متغيرات القرار. سواء كنت تقوم بتخصيص الموارد، أو تصميم الشبكات، أو تحسين العمليات، فإن فهم المفاضلات بين LP و IP يعد أمرًا ضروريًا لحل المشكلات بشكل فعال.

#### 4- الطرق الدقيقة

(مبيت وإفطار):

الرؤية B&B: هي تقنية أساسية لحل برامج الأعداد الصحيحة. فهو يستكشف بشكل منهجي مساحة الحل من خلال التفرع إلى المتغيرات وتحديد البحث.

كيفية العمل:

1/ التفرع: ابدأ بالاسترخاء المستمر لعنوان IP. في حالة وجود حل كسري، قم بالتفرع عن طريق تثبيت متغير واحد على قيمته الأرضية أو السقفية.

2/ الحدود: احسب الحد الأدنى (استنادًا إلى أفضل حل صحيح تم العثور عليه حتى الآن) والحد الأعلى) من حل LP المريح).

3. التقليم: إذا تجاوز الحد الأدنى الحد الأعلى، فقم بتقليم الفرع.

مثال: فكر في مشكلة حقيبة الظهر. يمكن للمبيت والإفطار استكشاف اختيارات العناصر المختلفة بكفاءة.

<قوية 2. >طرق قطع الطائرة:

البصيرة: تعمل مستويات القطع على تحسين استرخاء LP عن طريق إضافة متباينات صالحة تعمل على تشديد المنطقة الممكنة.

**كيفية العمل:**

1- استرخاء LP الأولي: حل الاسترخاء المستمر لـ IP.

2- إضافة تخفيضات: حدد المتباينات (التخفيضات) المنتهكة وأضفها إلى تخفيف LP.

3 التكرار: كرر ذلك حتى لا يتم العثور على أي قطع أخرى منتهكة.

مثال: تستفيد مشكلة البائع المتجول من قطع المستويات لتعزيز استرخاء LP.

طريقة العدد الصحيح البسيط:

البصيرة: تكييف الطريقة البسيطة لبرامج الأعداد الصحيحة.

**كيفية العمل:**

1- حل LP الأولي: حل استرخاء LP.

2- تحديد المكونات الكسرية: إذا كان لأي متغير قيمة كسرية، فقم بالمحور لتحسين الدالة الموضوعية مع الحفاظ على التكامل.

3- كرر: كرر الأمر حتى يتم العثور على حل عدد صحيح.

مثال: حل مشكلات النقل بسعات الأعداد الصحيحة.

4- البرمجة الديناميكية:

البصيرة :يمكن لـ DP حل أنواع معينة من برامج الأعداد الصحيحة على النحو الأمثل.

كيفية العمل:

- 1- مساحة الحالة :حدد الحالات التي تمثل الحلول الجزئية.
- 2- العلاقات التكرارية :قم بصياغة العلاقات التكرارية بناءً على بنية المشكلة.
- 3- الحفظ أو الجدولة :قم بتخزين النتائج المتوسطة لتجنب الحسابات الزائدة عن الحاجة.

مثال :يمكن حل مشكلة حقيبة الظهر باستخدام DP.

البرمجة الخطية ذات الأعداد الصحيحة المختلطة:(MILP)

البصيرة :يجمع MILP بين المتغيرات الصحيحة والمتغيرات المستمرة في إطار برمجة خطية.

كيفية العمل:

1.صياغة النموذج :عبر عن المشكلة كبرنامج خطي مع قيود تكامل إضافية.

2.استخدم حلول :MILP تتعامل أدوات الحل التجارية مثل CPLEX أو الحلول مفتوحة المصدر مثل

SCIP مع مشكلات MILP بكفاءة.

مثال :تخطيط الإنتاج بكميات إنتاج منفصلة.

تذكر أن اختيار الطريقة يعتمد على خصائص المشكلة وحجمها والموارد الحسابية المتاحة. يعد حل برامج

الأعداد الصحيحة فنًا وعلمًا، وغالبًا ما يجمع الممارسون بين هذه الأساليب لتحقيق الحلول المثلى.

5.مناهج إرشادية لبرمجة الأعداد الصحيحة

####أهمية الاستدلال

تتضمن مشاكل برمجة الأعداد الصحيحة (IP) تحسين دالة موضوعية خطية تخضع لقيود خطية، مع متطلبات إضافية مفادها أن بعض أو كل متغيرات القرار يجب أن تأخذ قيمًا صحيحة. في حين أن الأساليب الدقيقة مثل التفرع والربط أو التفرع والقطع يمكنها حل مشكلات IP على النحو الأمثل، إلا أنها غالبًا ما

تواجه صعوبة في التعامل مع المثيلات واسعة النطاق بسبب تعقيدها الزمني المتسارع. هذا هو المكان الذي تأتي فيه الاستدلالات للإنقاذ.

### 1. ##### الاستدلالات الجشعة

تقوم الخوارزميات الجشعة باتخاذ الاختيارات المثلى محليًا في كل خطوة، على أمل أن يؤدي التأثير التراكمي إلى الحل الأمثل عالميًا. في سياق برمجة الأعداد الصحيحة، تعمل الاستدلالات الجشعة على النحو التالي:

**الاسترخاء الجزئي:** عند مواجهة مشكلة IP ، يمكننا تخفيف قيود الأعداد الصحيحة وحل استرخاء البرمجة الخطية المقابلة (LP). يوفر الحل الجزئي الذي تم الحصول عليه من استرخاء LP نقطة انطلاق للاستدلال.

**التقريب:** بعد حل استرخاء LP ، نقوم بتقريب الحل الكسري إلى أقرب عدد صحيح. على سبيل المثال، إذا كان حل LP يقترح تعيين المتغير  $(x_i)$  على 2.5، فإننا نقربه إلى 3. هذا الأسلوب بسيط ولكنه قد لا يؤدي دائمًا إلى الحل الأمثل.

**مثال:** فكر في مشكلة جدولة الإنتاج حيث نحتاج إلى تخصيص الآلات للوظائف. يمكن أن تساعد الاستدلالات الجشعة في إيجاد حل أولي ممكن عن طريق تخفيف قيود الأعداد الصحيحة وتقريب القيم الكسرية.

### 2. ##### الاستدلالات البحثية المحلية

تستكشف طرق البحث المحلية المنطقة المجاورة لحل معين لتحسينه بشكل متكرر. ينتقلون من حل إلى آخر عن طريق إجراء تغييرات صغيرة. تشمل استدلالات البحث المحلية الرئيسية ما يلي:

**تسلق التل:** ابدأ بالحل الأولي ثم انتقل بشكل متكرر إلى الحل المجاور الذي يعمل على تحسين قيمة الدالة الموضوعية. ومع ذلك، يمكن أن يتعثر تسلق التل في الأمثل المحلي.

**محاكاة التلدين:** مستوحاة من عملية التلدين في علم المعادن، تسمح هذه الأداة الإرشادية بحركات صعود عرضية (حلول متدهورة) للهروب من الأمثلية المحلية. مع مرور الوقت، تقل احتمالية قبول الحلول الأسوأ.

**مثال:** في مشكلة البائع المتجول (TSP) ، تستكشف أساليب البحث المحلية طرقًا مختلفة عن طريق تبديل المدن لتقليل إجمالي المسافة المقطوعة.

### 3. ##### الخوارزميات الجينية

الخوارزميات الجينية (GAs) تستمد الإلهام من التطور الطبيعي. إنهم يحافظون على مجموعة من الحلول المحتملة ويطبّقون العوامل الوراثية (التقاطع، الطفرة، الاختيار) لتطوير حلول أفضل عبر الأجيال. تعتبر GAS فعالة بشكل خاص في حل مشكلات الملكية الفكرية واسعة النطاق.

**مثال:** يتضمن حل مشكلة موقع المنشأة باستخدام GAS تطوير مجموعة من مواقع المنشأة المحتملة للعثور على التكوين الأمثل.

### 4. ##### بحث المحرمات

يجمع بحث Tabu بين البحث المحلي والذاكرة. ويحتفظ بقائمة محرمة من الحلول التي تمت زيارتها مؤخرًا لتجنب إعادة النظر فيها. وهذا يمنع ركوب الدراجات ويشجع على [استكشاف مناطق جديدة](#) في مساحة الحل.

**مثال:** يمكن تطبيق بحث Tabu على مشاكل تلوين الرسم البياني، حيث يكون الهدف هو تعيين ألوان للعقد بحيث يكون للعقد المجاورة ألوان مختلفة.

#### 5. ##### تحسين مستعمرة النمل (ACO)

مستوحاة من سلوك النمل في البحث عن الطعام، تقوم ACO ببناء الحلول من خلال محاكاة حركة النمل على الرسم البياني. يقوم النمل بترسيب الفيرومونات على الحواف، واحتمالية اختيار الحافة تعتمد على مستوى الفيرومون الخاص بها. لقد نجح ACO في حل مشكلات التحسين التوافقي.

**مثال:** يمكن لـ ACO العثور على حلول جيدة لمشكلة البائع المتجول من خلال استكشاف المسارات بناءً على مستويات الفيرومون.

باختصار، توفر الأساليب الإرشادية للبرمجة الصحيحة أدوات قيمة لإيجاد حلول شبه مثالية بكفاءة. على الرغم من أنها لا تضمن الأمثلية، إلا أنها تحقق توازناً بين التعقيد الحسابي وجودة الحل. تذكر أن اختيار الكشف عن مجريات الأمور يعتمد على خصائص المشكلة والموارد الحسابية المتاحة.

*أعتقد أنني أستطيع تغيير الأمور للأفضل في هذا البلد. أفعل ذلك الآن أيضاً، في العديد من المجالات، معظمها في التعليم والتعليم العالي وريادة الأعمال التكنولوجية. لكنني أعتقد أنني أستطيع أن أفعل الكثير من منصب رئاسي.*

Charles Duhigg

6. خوارزمية الفرع والربط

#### فهم خوارزمية الفرع والربط

تعد **خوارزمية الفرع والربط** مفيدة بشكل خاص عند التعامل مع مشكلات التحسين حيث تكمن الحلول الممكنة ضمن مجموعة منفصلة من القيم (مثل الأعداد الصحيحة). فهو يستكشف بشكل منهجي مساحة الحل عن طريق تقسيمه إلى مشاكل فرعية أصغر، وتشذيب الفروع التي من غير المرجح أن تسفر عن حلول مثالية، وتقييد البحث لتحسين الكفاءة.

1. ##### فرق تسد

في جوهرها، تتبع الخوارزمية إستراتيجية **فرق تسد**. وإليك كيف يعمل:

- 1- **التقسيم:** يتم تقسيم المشكلة الأصلية إلى مشكلات فرعية أصغر. على سبيل المثال، فكر في مشكلة برمجة الأعداد الصحيحة حيث نريد تعظيم دالة هدف خطية تخضع لقيود الأعداد الصحيحة. نبدأ بتخفيف قيود الأعداد الصحيحة وحل استرخاء البرمجة الخطية المقابلة.
- 2- **الحل:** يوفر استرخاء LP حداً أعلى لقيمة الهدف الأمثل. ثم نتفرع إلى مشاكل فرعية عن طريق تثبيت متغير واحد أو أكثر على قيم صحيحة (على سبيل المثال، التقريب للأعلى أو للأسفل). يمثل كل فرع حلاً محتملاً.
- 3- **محدود:** نقوم بحساب الحدود الدنيا لكل فرع باستخدام الاستدلال أو تقنيات أخرى. تساعدنا هذه الحدود على تقليص الفروع التي لا يمكن أن تؤدي إلى حلول أفضل من الحلول الحالية.

4. قم بتطبيق الخوارزمية بشكل متكرر على الفروع المتبقية، وتحديث الحل الأفضل حسب الحاجة.

## 2- التقليم والحدود

يمكن نجاح خوارزمية الفرع والربط في قدرتها على تقليم الفروع غير الواعدة بكفاءة. فيما يلي بعض الأفكار الرئيسية:

**التقليم:** إذا تجاوز الحد الأدنى للفرع أفضل حل حالي، فيمكننا تقليم هذا الفرع بأمان. ولا يوجد حل ممكن داخل هذا الفرع يمكن أن يكون أفضل مما لدينا بالفعل.

**الحدود:** تحافظ الخوارزمية على الحد الأعلى (الذي تم ضبطه مبدئيًا على اللانهاية) استنادًا إلى استرخاء LP. أثناء استكشافنا للفروع، نقوم بتحديث هذا الارتباط بحلول أفضل. إذا تجاوز الحد الأدنى للفرع الحد الأعلى الحالي، فإننا نقوم بتقليمه.

3. ##### مثال 0-1: مشكلة حقيبة الظهر

دعونا نوضح الخوارزمية باستخدام مسألة **الحقيبة الكلاسيكية 0-1**. بالنظر إلى مجموعة من العناصر ذات الأوزان والقيم، نريد **تعظيم القيمة الإجمالية** مع احترام قيد الوزن (يمكن أخذ كل عنصر مرة واحدة على الأكثر).

لنفترض أن لدينا ثلاثة عناصر:

البند 1: الوزن = 2، القيمة = 10

البند 2: الوزن = 3، القيمة = 15

البند 3: الوزن = 5، القيمة = 20

سعة حقيبة الظهر لدينا هي 7. نبدأ مع استرخاء LP، والذي يسمح بالعناصر الكسرية. الحل الأمثل يمنحنا حدًا أعلى (على سبيل المثال، أخذ 1.5 من البند 1 و 1 من البند 2).

بعد ذلك، نحن فرع:

الفرع 1: خذ العنصر 1 (ثبته في 1)

الفرع 2: لا تأخذ العنصر 1 (ثبته على 0)

نحن نحسب الحدود الدنيا لكل فرع (على سبيل المثال، الاستدلال الجشع). إذا تجاوز الحد الأدنى للفرع 1 الحل الأفضل الحالي، فإننا نقوم بتقليمه.

استكشاف الفروع المتبقية بشكل متكرر، وتحديث الحدود والتقليم حسب الحاجة.

##### خاتمة

تجمع خوارزمية الفرع والربط بشكل أنيق بين مبادئ فرق تسد مع التقليم والحدود الذكية. يمتد تعدد استخداماته إلى ما هو أبعد من **برمجة الأعداد الصحيحة إلى مشكلات** التحسين التجميعية الأخرى. تذكر أن