ب) ماذا نفعل لتجاوز هذه المشكلة؟

التمرين الرابع:

تعمل احدى الورشات الصناعية على *3* آلات مختلفة *A* ، *B* ، *C* ، استقبلت هذه الورشة طلبيتين P_1 و P_2 ، كل طلبيه يجب أن تمر عبر الآلات الثلاث وفق ترتيب معين و في وقت معلوم كما هو مبين في الجدول التالي:

الطلبيات	1	2	3
P1	B(6)	A(4)	C(9)
P2	A(9)	C(6)	B(5)

فمثلا الطلبية P_1 تمر أولا عبر الآلة *B* لمدة *6* ساعات ، ثم عبر الآلة *A* لمدة *4* ساعات و في الأخير عبر الآلة *C* لمدة *9* ساعات.

المطلوب :

شكل البرنامج الخطي الذي يسمح باختيار الترتيب الملائم للطلبيات على مختلف الآلات من أجل إنهاء العمل في أقل وقت ممكن.

<u>التمرين الخامس:</u>

قررت مؤسسة لإنتاج المشروبات الغازية إطلاق مشروع استثمار ضخم من أجل بناء *10* وحدات إنتاج عبر مناطق الوطن (الشمال ، الجنوب ، الغرب ، الشرق)، و بعد دراسة السوق تبين أن المدن الموضحة في الجدول الموالي هي أفضل المدن المرشحة لبناء هذه الوحدات، كما يوجد أيضا في الجدول تكاليف البناء و الأرباح المتوقعة خلال السنة القادمة (الوحدة : مليون دج):

المناطق	الشمال		الغرب			الشرق			الجنوب	
المدن	الجزائر	البليدة	وهران	مستغانم	س.بلعباس	قسنطينة	سطيف	باتنة	ورقلة	غرداية
التكاليف المتوقعة	28	25.5	30	28	25.5	33	35.5	23	18.5	16
الأرباح المتوقعة	9	7	8.5	8.6	7	8	9.5	6	6	5

وتقدر حجم المبالغ التي رصدها مالك هذه المؤسسة لهذا الاستثمار *200* مليون دج ، و لكنه اشترط على المدراء التنفيذيين لمؤسسته ما يلي :

أ. بناء على الأقل وحدة إنتاج واحدة في كل من منطقة الشمال و منطقة الجنوب.

ب. بناء على الأقل وحدتين في منطقة الشرق.

جـ. إما بناء الوحدات الثلاثة في منطقة الغرب، أو لا نبني أي وحدة.

التمرين السادس:

قامت أحد مؤسسات البناء بدراسة حول جدوى الاستثمار في 6 مشاريع سكنية معينة خلال الثلاث سنوات القادمة، الجدول الموالي يوضح تكاليف إنجازها المتوقعة و كذا المداخيل المتوقعة من بيعها (الوحدة: مليون دج):

المشاريع	التكاليف المتوقعة			الأرباح المتوقعة
	السنة 1	السنة 2	السنة 3	
1	8	14	11	39
2	5	7	12	36
3	17	4	3	31
4	10	15	5	38
5	12	10	12	46
6	9	6	13	34

و في الأخير المبلغ السنوي المخصص للاستثمار في هذه المشاريع هو 42 مليون دج .

المطلوب :

أ. شكل البرنامج الخطي الذي يسمح باختيار أفضل المشاريع من أجل تحقيق أقصى الأرباح.

ب. شكل النموذج مع الأخذ بعين الاعتبار الشروط التالية:

ب . 1. يجب اختيار على الأقل 4 مشاريع إجباريا من بين هذه المشاريع.

ب . 2. المشاريع 4 , 5 , و 6 مشاريع متنافية (أي إذا تم اختيار أحدهما فيمنع اختيار الآخرين).

ب . 3. لا يمكن اختيار المشروع 3 إلا إذا تم اختيار المشروع 2.

ب . 4. يجب اختيار إما المشاريع الثلاثة 1 , 5 , و 6 معا أو لا يتم اختيار أي منهم.

ب . 5. لا يمكن اختيار المشروع 1 إلا إذا تم اختيار المشروعين 3 و 4 معا.

ملاحظة:

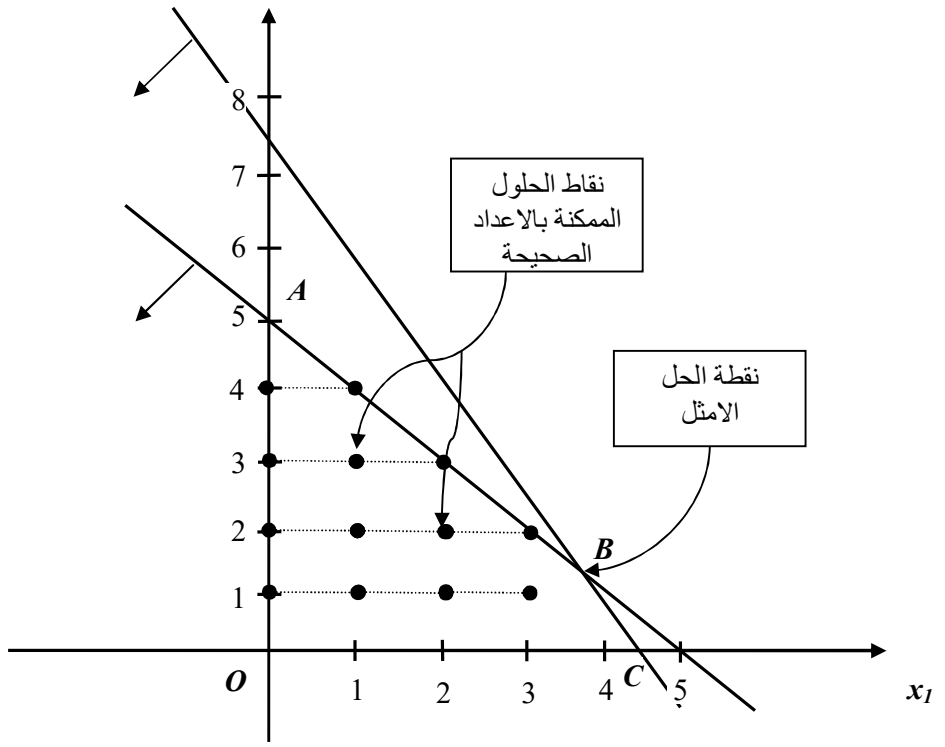
الأسئلة من (ب . 1) إلى (ب . 5) مستقلة عن بعضها البعض.

6. حل تمارين الفصل الثاني:

حل التمرين الأول:

أولا. الحل بالطريقة البيانية:

الشكل رقم (2-5): التمثيل البياني للحل الأمثل للبرنامج (2-13)



من خلال التمثيل البياني يتضح أن منطقة الحلول تتمثل في المساحة المحددة بالنقاط (OABC) والحل الأمثل للبرنامج (2-13) يكون عند النقطة B و يقدر بـ: x_1=15/4، x_2=5/4 و Z^*=95/4.

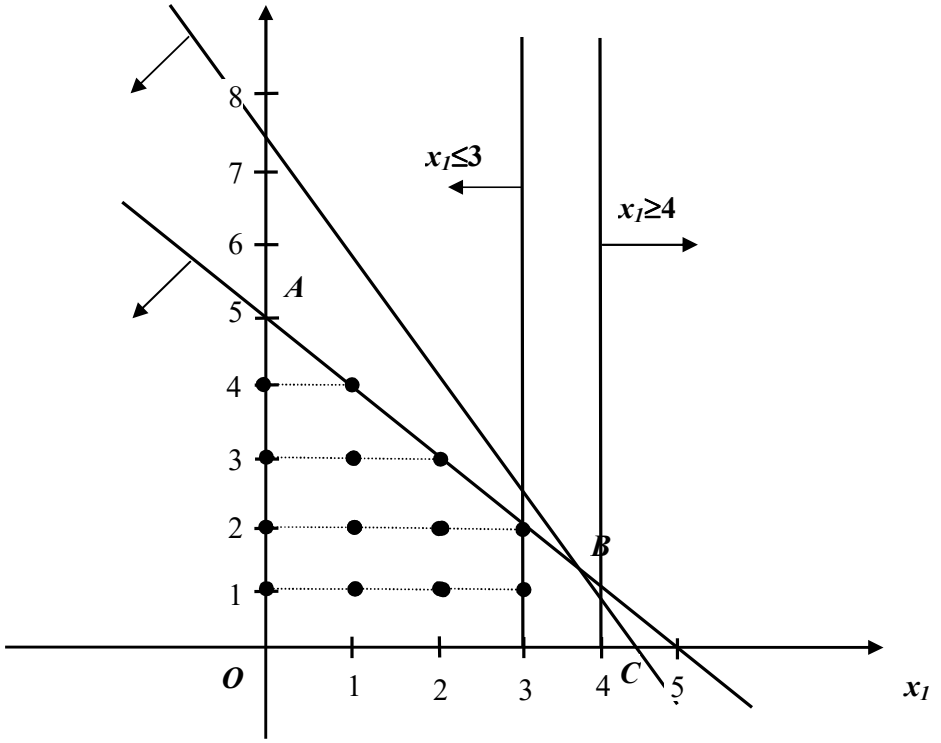
ثانيا. تطبيق طريقة التفريع والتحديد لتحسين الحل:

في هذه المرحلة نختار المتغير الذي تحمل قيمته في الحل الامثل أكبر كسر وهو x_1 (x_1=3+(3/4)) لتفريع البرنامج الي برنامجين جزئيين بإضافة القيدين: $x_1 \le 3$ و $x_1 \ge 4$ فينتج لدينا:

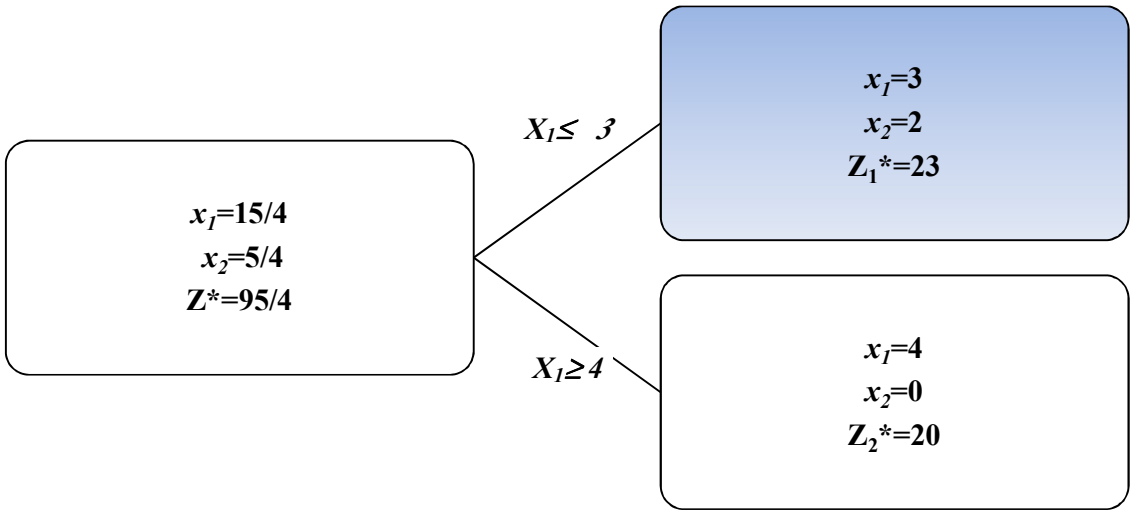
$$Max \quad Z = 5x_1 + 4x_2$$
$$S/C \begin{cases} x_1 + x_2 \le 5 \\ 10x_1 + 6x_2 \le 45 \\ x_1 \le 3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \\ x_1, x_2 \ Entier \end{cases} \quad (2-13-1)$$

$$Max \quad Z = 5x_1 + 4x_2$$
$$S/C \begin{cases} x_1 + x_2 \le 5 \\ 10x_1 + 6x_2 \le 45 \\ x_1 \ge 4 \\ x_1, x_2 \ge 0 \\ x_1, x_2 \ Entier \end{cases} \quad (2-13-2)$$

ويمكن توضيح الحل البياني بطريقة التفريع والتحديد باضافة القيدين (مستقيمات القيدين الى الشكل رقم (2-5) كما يلي:



يتضح من خلال التمثيل البياني في الشكل (2-6)، أن الحل الامثل العددي الصحيح يمكن أن يكون في نقطتين إما النقطة ذات الاحداثيات (x_1=4 و x_2=0) أو النقطة ذات الاحداثيات (x_1=3 و x_2=2).
ويمكن اعداد شجرة القرار في هذه الحالة على الشكل التالي:



حل التمرين الثاني:

أولا. الحل بطريقة المستوي القاطع:

الجدول الموالي يحتوي على الحل الأمثل للبرنامج بدون شرط الاعداد الصحيحة:

جدول الحل الأمثل للبرنامج (2−14)

		x_1	x_2	S_1	S_2	
Vb	**Cj**	**3**	**4**	**0**	**0**	**b_i**
x_2	**6**	**0**	**1**	**7/13**	**-1/13**	**56/13**
x_1	**4**	**1**	**0**	**-1/13**	**2/13**	**31/13**
Zj		**4**	**6**	**38/13**	**2/13**	**Z*=460/13**
Cj-Zj		**0**	**0**	**-38/13**	**-2/13**	

لاحظ ان الحل المتوصل اليه أمثل لأن كل معاملات Cj-Zj سالبة أو معدومة، والحل هو x_1=56/13 و x_2=31/13 *محققا* Z^*=460/13. لكنه غير ممكن كون قيم مختلف المتغيرات ليست اعداد صحيحة، وعليه نبحث في تحسين الحل بطريقة المستوى القاطع.

لإنشاء القيد الجديد نختار المتغير القاعدي x_1 (لأنه صاحب أكبر جزء كسري x_1=26+5/13)، قيد هذا المتغير في الحل الأمثل هو:

$$x_1 - 1/13S_1+2/13S_2 = 31/13$$

نفصل الأجزاء الصحيحة عن الأجزاء الكسرية نحصل على :

$$x_1+(-1+12/13)S_1+(0+2/13)S_2 = (2+5/13)$$
$$x_1 = (1 - 12/13)S_1+(0 - 2/13)S_2+(2+5/13)$$
$$x_1 = (S_1+2)+(- 12/13S_1 - 2/13S_2 +5/13)$$

و منه نحصل على القيد الجديد :

$$- 12/13S_1 - 2/13S_2 +5/13 \leq 0$$

و بالتعويض في المتغيرات الحقيقية للنموذج نحصل على القيد التالي:

$$2x_1+2x_2 \leq 13$$

بعد إضافة هذا القيد إلى النموذج السابق يصبح لدينا البرنامج التالي:

$$Max \quad Z = 4x_1 + 6x_2$$

$$S/C \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 7x_1 + x_2 \leq 21 \\ 2x_1+2x_2 \leq 13 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \ Entier \end{cases} \qquad (1-14-2)$$

وبحل البرنامج بطريقة السمبلكس نتحصل على الحل الأمثل في الجدول التالي:

جدول الحل الأمثل للبرنامج (2-14-1)

		x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	
Vb	**Cj**	**3**	**4**	**0**	**0**	**0**	**b_i**
x_2	6	0	1	1	0	-1/2	9/2
S_2	0	0	0	6	1	-13/2	5/2
x_1	4	1	0	-1	0	1	2
Zj		4	6	2	0	1	Z*=35
Cj-Zj		0	0	-2	0	-1	

لاحظ من خلال الجدول ان الحل امثل لكن تبقى قيمة x_2 عدد عشري،وعليه نأخذ الآن المتغير القاعدي x_2 من جديد و بنفس الطريقة السابقة نحصل على القيد الجديد التالي:

$$x_1+x_2 \leq 6$$

و بعد إضافة هذا القيد إلى البرنامج السابق يصبح لدينا البرنامج التالي:

$$Max \quad Z = 4x_1 + 6x_2$$

$$S/C \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 7x_1 + x_2 \leq 21 \\ 2x_1+2x_2 \leq 13 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \ Entier \end{cases} \qquad (2-14-2)$$

وبحل البرنامج بطريقة السمبلكس نحصل على الحل الأمثل في الجدول التالي:

جدول الحل الأمثل للبرنامج 2-14-2

		x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	
Vb	**Cj**	**3**	**4**	**0**	**0**	**0**	**0**	**b_i**
x_2	6	0	1	1	0	0	-1	5
S_2	0	0	0	6	1	0	-13	1
S_3	0	1	0	0	0	1	-2	1
x_1	4	0	0	-1	0	0	2	1
Zj		4	6	2	0	0	2	Z*=34
Cj-Zj		0	0	-2	0	0	-2	

لاحظ أنه في هذا الجدول تم التوصل الى الحل الأمثل العددي الصحيح والمتمثل في: $x_1=1$ و $x_2=5$ ودالة الهدف $Z^*=34$.

ثانيا. الحل بطريقة التفريع والتحديد:

انطلاقا من جدول الحل الامثل للبرنامج بدون الاخذ في الاعتبار شرط الاعداد الصحيحة نختار المتغير الذي يحتوي على أكبر كسر (x_1) ونفرع البرنامج الى برنامجين جزئيين، بإضافة القيدين: